

Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон

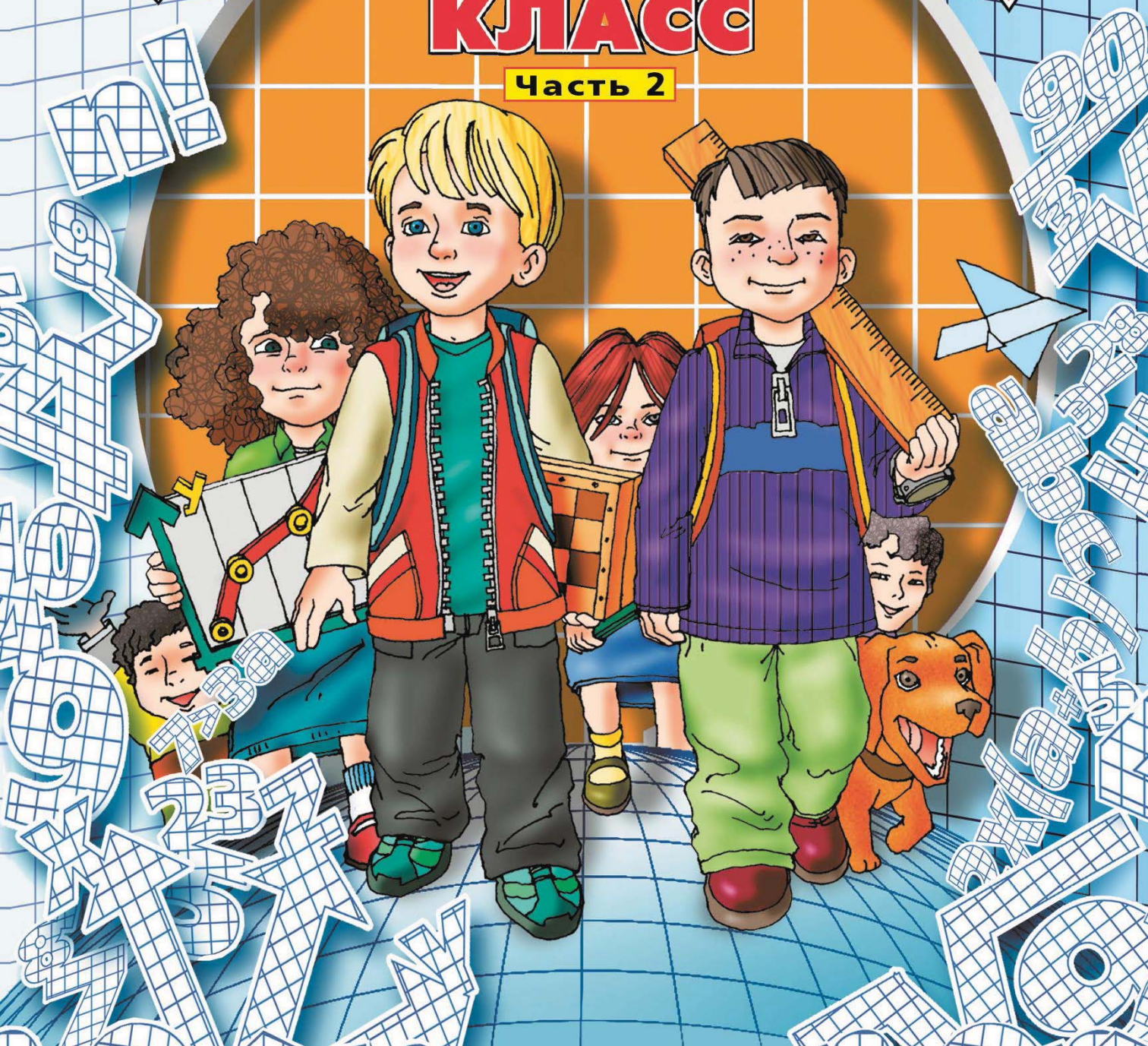


МАТЕМАТИКА

5

КЛАСС

Часть 2



УДК 373.167.1:51+51(075.3)

ББК 22.1я721

Д69



Образовательная система Л. Г. Петерсон

«УЧУСЬ УЧИТЬСЯ»

Непрерывный курс математики

для дошкольников, учащихся начальной и основной
школы 1–9 (от 3 до 15 лет)

Издание выходит в PDF-формате.

Дорофеев, Георгий Владимирович.

Д69 Математика : 5-й класс : учебник : в 2 частях : издание в pdf-формате / Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон. — 4-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2022.

ISBN 978-5-09-102059-5 (электр. изд.). — Текст : электронный.

ISBN 978-5-09-088332-0 (печ. изд.).

Ч. 2. — 240 с. : ил. + Вкл. к учебнику (4 с.)

ISBN 978-5-09-101213-2 (электр. изд.).

ISBN 978-5-09-088330-6 (печ. изд.).

Учебник ориентирован на развитие мышления и творческих способностей учащихся, формирование у них системы прочных математических знаний, общеучебных умений, развитие личностных качеств, познавательного интереса и ценностного отношения к образованию.

Является частью непрерывного УМК по математике «Учусь учиться» для дошкольников, учащихся начальной и основной школы (от 3 до 15 лет). Учебник разработан в соответствии со всеми требованиями ФГОС ООО, утверждённого Приказом Министерства просвещения № 287 от 31.05.2021 г.

Реализует дидактическую систему деятельностного метода обучения Л. Г. Петерсон. Отмечен Премией Президента РФ в области образования.

Может использоваться во всех типах школ.

Курсовую и методическую поддержку по реализации УМК «Учусь учиться» осуществляет НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики». Подробную информацию можно получить на сайте www.sch2000.ru.

УДК 373.167.1:51+51(075.3)

ББК 22.1я721

ISBN 978-5-09-101213-2 (ч. 2, электр. изд.)

ISBN 978-5-09-102059-5 (электр. изд.)

ISBN 978-5-09-088330-6 (ч. 2, печ. изд.)

ISBN 978-5-09-088332-0 (печ. изд.)

© Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон, 1996, 2010, 2018, с изменениями

© АО «Издательство «Просвещение», 2021

© Художественное оформление.

АО «Издательство «Просвещение», 2021

Все права защищены

Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон

МАТЕМАТИКА

5 класс

Учебник

В двух частях

Часть 2

Допущено Министерством просвещения
Российской Федерации

4-е издание, стереотипное

Москва
«Просвещение»
2022

В книге используются условные обозначения:



К – это лучше делать в классе,



Д – а это дома,





П – хорошо бы это повторить,



С – а здесь главное –
твоя смекалка,

 – базовые задания,

 – более сложные задания по новым темам и темам повторения,

* – задания, требующие умения находить нестандартные способы решения.



Глава 3

Дроби

§ 1. Понятие дроби

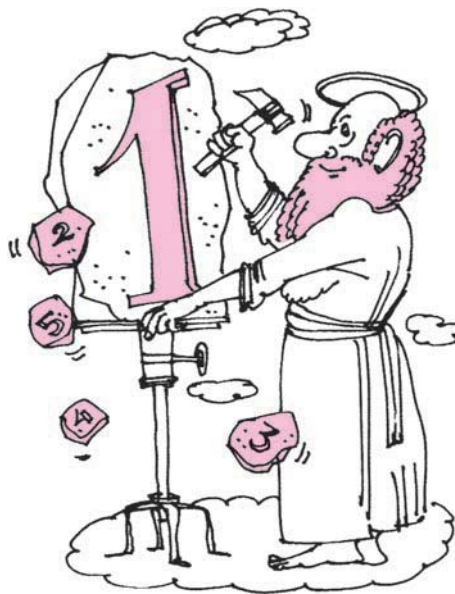
С самых древних времён для решения жизненно важных вопросов людям приходилось считать предметы и измерять величины, то есть отвечать на вопрос «Сколько?»: сколько овец в стаде, сколько мер зерна собрано с поля, сколько верст от села до уездного центра и т. д. Так появились *числа*. Как иногда в шутку говорят математики, «Бог создал натуральные числа, а все остальное – дело рук человеческих».

Однако для ответа на вопрос «Сколько?» натуральных чисел очень часто не хватало. Так, убив мамонта и разделив его поровну, 10 охотников не могли сказать, «сколько мамонтов» получил каждый. Для этого им потребовалось бы понятие *доли*. Ещё долгое время после того, как мамонты вымерли, разделив три лепёшки поровну на пятерых своих детей, их мама не могла сказать, сколько же лепёшек получил каждый. Человечеству понадобилось придумать новые – *дробные* – числа, то есть придумать дроби.

Для ответа на более сложные вопросы – например, сколько овец в двух стадах, у кого из двух земледельцев урожай больше – понадобилось научиться складывать числа, сравнивать их между собой. Так постепенно, в течение тысячелетий, формировалось понятие числа. Люди учились называть и записывать числа, проводить с ними вычисления и создали тот пласт математической культуры, который в дальнейшем был назван *арифметикой*.

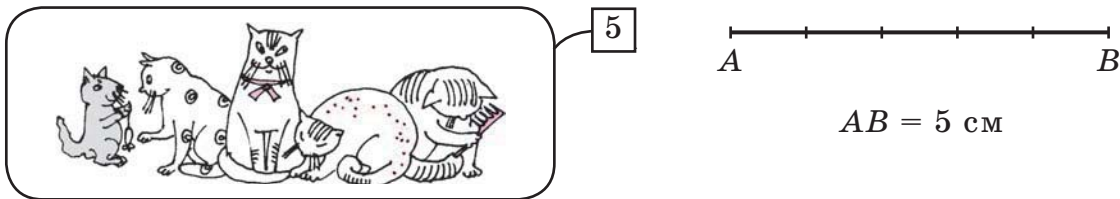
Значительную часть этого многовекового пути мы уже прошли в начальной школе – подобно тому, как за 9 месяцев каждый из нас из зародыша превратился в человека, проделав путь, на который природе понадобились миллионы лет.

Теперь нам предстоит «прожить» ещё несколько веков развития математики и прежде всего изучить арифметику дробных чисел – научиться сравнивать дроби между собой, совершать с ними арифметические действия, а главное – использовать эти числа при решении практических задач. Но вначале нам необходимо вспомнить некоторые важные сведения о натуральных числах и дробях, известные из начальной школы.



1. Натуральные числа и дроби.

Натуральные числа служат, прежде всего, для счёта предметов. Они получаются и при измерении величин, – но только тогда, когда выбранная мерка укладывается в измеряемой величине целое число раз. Например, число 5 – это количество кошек на рисунке и длина отрезка AB в сантиметрах:



Множество натуральных чисел обозначают буквой N . Это множество бесконечно: $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$. Как нам уже известно, для записи натуральных чисел обычно пользуются десятичной позиционной системой записи чисел.

Любые два натуральных числа можно сравнить по величине, можно сложить или перемножить. Действия сложения и умножения натуральных чисел обладают следующими **основными свойствами**:

$a + b = b + a$ – **переместительное** свойство сложения;

$(a + b) + c = a + (b + c)$ – **сочетательное** свойство сложения;

$ab = ba$ – **переместительное** свойство умножения;

$(ab)c = a(bc)$ – **сочетательное** свойство умножения;

$(a + b)c = ac + bc$ – **распределительное** свойство умножения относительно сложения.

Натуральные числа можно не только складывать и умножать, но и вычитать и делить. Мы уже знаем, что на множестве натуральных чисел N :

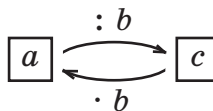
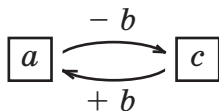
Разность чисел a и b – это такое число c , что $b + c = a$.

Частное чисел a и b – это такое число c , что $bc = a$.

Это *определения* разности и частного натуральных чисел. С помощью знака равносильности их можно записать так:

$$a - b = c \Leftrightarrow c + b = a$$

$$a : b = c \Leftrightarrow cb = a$$



Вычитание и деление являются **обратными действиями** по отношению к сложению и умножению соответственно, то есть:

$$(a - b) + b = a;$$

$$(a : b) \cdot b = a;$$

$$(a + b) - b = a;$$

$$(a \cdot b) : b = a.$$

(при условии, что данные действия вычитания и деления выполнимы на множестве N).

В отличие от сложения и умножения, вычитание и деление натуральных чисел можно выполнить не всегда. Например, нельзя число 1 разделить на 2 – нет такого натурального числа c , для которого $c \cdot 2 = 1$.

В то же время на практике одно яблоко можно разделить поровну между 2 детьми. Но в этом случае неизбежно появляется половина – или одна вторая часть яблока. Эту долю можно записать в виде $\frac{1}{2}$. Мы знаем, что если единицу счёта или измерения разделить на n равных частей (*долей*), то каждая часть будет составлять $\frac{1}{n}$. Для решения практических задач часто используют сотые доли, которые называют *процентами* ($\frac{1}{100} = 1\%$). При дележе семи яблок между двумя детьми каждый получит 7 половинок, или $\frac{7}{2}$ от целого яблока, и мы видим, что применение дробных чисел позволяет ответить на вопрос «Сколько?» и в тех случаях, когда натуральных чисел недостаточно.

Для того чтобы математическая теория могла отвечать на практические вопросы, во всех таких случаях вводятся в рассмотрение новые – *дробные* – числа, или дроби.

Дробь – это запись вида $\frac{m}{n}$, где $m \in N$, $n \in N$. С помощью дробей можно представить результат деления любого натурального числа на любое натуральное число, например:

$$7 : 2 = \frac{7}{2}, \quad 3 : 7 = \frac{3}{7}, \quad 16 : 24 = \frac{16}{24}.$$

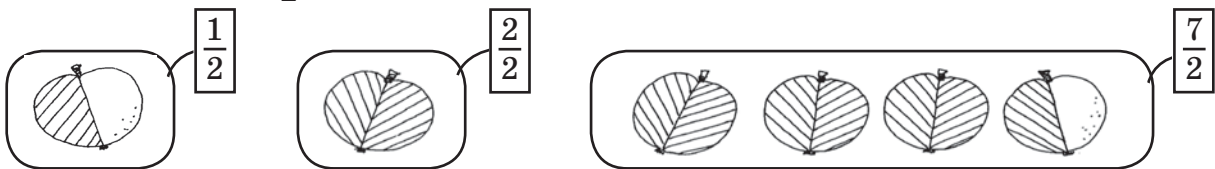
И вообще, для любых натуральных чисел m и n можно записать:

$$m : n = \frac{m}{n}.$$

В дроби $\frac{m}{n}$ (читается: «эм на эн» или «эм энных») число m , находящееся *над* чертой, называется **числителем**, а число n , находящееся *под* чертой, – **знаменателем**. Знаменатель показывает, на сколько равных частей разделили единицу («целое»), а числитель показывает, сколько таких частей взяли. Черту дроби можно понимать как знак деления. Если натуральные числа дополнить нулём, то, взяв $m = 0$, будем считать, что $0 : n = \frac{0}{n}$ ($n \neq 0$).

Если числитель дроби равен её знаменателю, то $n : n = \frac{n}{n} = 1$.

Если числитель дроби меньше знаменателя, то дробь называют **правильной**, а если он больше или равен знаменателю, то дробь называют **неправильной**. Например, дробь $\frac{1}{2}$ – правильная, а дроби $\frac{2}{2}$ и $\frac{7}{2}$ – неправильные:



Правильные дроби меньше 1, а неправильные – больше или равны 1.

При делении 7 яблок на двоих детей ответ можно получить и другим способом: раздать каждому по 3 яблока и одно оставшееся разделить пополам. Тогда каждый получит по $3 + \frac{1}{2}$, или, как обычно записывают, $3\frac{1}{2}$ яблока. Вторая запись при этом называется **смешанным числом** (или **смешанной дробью**) – «целое число + дробь».

Ясно, что при любом из рассмотренных способов дележа каждый получит одно и то же количество яблок, значит, числа $\frac{7}{2}$ и $3\frac{1}{2}$ равны: $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$. При этом оба числа могут быть преобразованы друг в друга по следующим правилам.

Чтобы преобразовать неправильную дробь в смешанное число, числитель делят на знаменатель с остатком: частное дает целую часть, остаток – числитель, а делитель – знаменатель дробной части.

В нашем примере:

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 - \text{знаменатель дробной части} \\ \hline 6 & 3 - \text{целая часть} \\ \hline 1 & - \text{числитель дробной части} \end{array}$$



Обратно, **чтобы записать смешанное число в виде неправильной дроби, можно:**

- 1) **знаменатель умножить на целую часть;**
- 2) **к произведению прибавить числитель дробной части;**
- 3) **полученную сумму записать в числитель, а знаменатель оставить без изменений.**

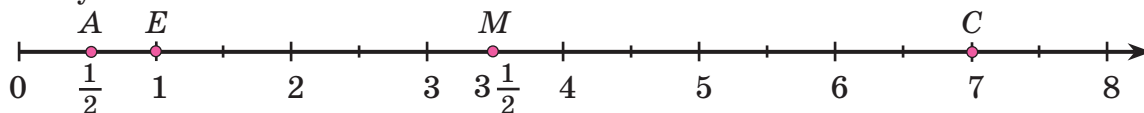
А именно:

$$3\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 3 + 1}{2} = \frac{7}{2}.$$

Эти правила можно использовать для любых смешанных чисел и неправильных дробей. Например, $\frac{39}{7} = 5\frac{4}{7}$, так как при делении 39 на 7 получается частное 5 и остаток 4. Обратно, $5\frac{4}{7} = \frac{7 \cdot 5 + 4}{7} = \frac{39}{7}$.

Если числитель неправильной дроби делится на знаменатель без остатка, то эта дробь преобразовывается в натуральное число: $\frac{18}{3} = 18 : 3 = 6$.

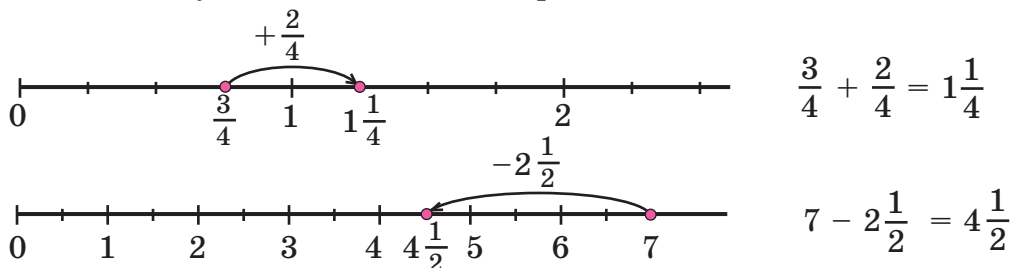
Натуральные и дробные числа можно изображать точками **числового (координатного) луча**. Это луч, на котором расположены числа по следующему правилу: выбран единичный отрезок, начало луча соответствует числу 0, а все остальные точки соответствуют числам, равным расстояниям от этой точки до начала луча.



Число, соответствующее некоторой точке числового луча, называется **координатой** этой точки. Например, координатой точки E является число 1, координатой A – число $\frac{1}{2}$, координатой M – число $3\frac{1}{2}$, а координатой C – число 7. Пишут: $E(1)$, $A(\frac{1}{2})$, $M(3\frac{1}{2})$, $C(7)$.

По расположению двух точек на числовом луче можно сравнивать числа: **большее из двух чисел расположено правее, а меньшее – левее.**

На числовом луче можно также изображать сложение и вычитание чисел:



Вместе с тем числовой луч обычно используют для сравнения, сложения и вычитания чисел тогда, когда числа несложно изобразить. А если нет? Алгоритмы сравнения и операций над натуральными числами и числом 0 нам уже хорошо известны. Мы познакомились также с некоторыми правилами сравнения дробей, научились складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями. А вот остальные действия с дробными числами и их свойства нам ещё предстоит изучить.

К

1

Какие высказывания истинны, а какие – ложны? Какие – общие, а какие – типа «хотя бы один»?

- Любое натуральное число в десятичной позиционной системе счисления можно записать с помощью десяти цифр.
- Некоторые натуральные числа записываются с помощью трёх цифр.
- Из двух натуральных чисел больше то, у которого больше первая цифра.
- Некоторые четырёхзначные натуральные числа больше некоторых пятизначных натуральных чисел.
- Существует наименьшее натуральное число.
- Существует наибольшее натуральное число.
- Все натуральные числа больше единицы.
- Каждое натуральное число на единицу меньше следующего за ним.
- Натуральное число может быть больше своего квадрата.

2

- Запиши подряд три раза число 3560. Прочитай получившееся число. Сколько в его записи классов? Сколько разрядов?
- Что означает цифра 3 в записи получившегося числа? Какая цифра в разряде сотен миллионов? Сколько в нем всего сотен миллионов?
- Назови разряды, в которых записаны нули. Можно ли пропустить нули в записи числа?
- Какие различные системы записи чисел ты знаешь? Как записать римскими цифрами число 3560?

3 Запиши цифрами число: 1) следующее за числом восемьсот пять миллионов двести семьдесят девять тысяч девятьсот девяносто девять; 2) предшествующее числу семьдесят четыре миллиарда пятьдесят шесть миллионов две тысячи девятьсот; 3) предшествующее числу 35 001 400 000; 4) следующее за числом 192 939 495 999.

4 Можно ли сравнить числа, если вместо некоторых цифр стоят звёздочки?
1) *1*** и 9**;
2) 27** и 30**;
3) 99*** и *8***;
4) ***5 и ***6.

5 Прочитай определение и назови определяемое понятие:

Произведением числа a и числа b ($b > 1$) называется сумма b слагаемых, каждое из которых равно a :

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + \dots + a}_{b \text{ раз}}, \text{ где } a, b \in N$$

Почему при $b = 1$ и $b = 0$ данное определение не имеет смысла? Как определяется понятие произведения в этих случаях? Запиши эти определения в виде буквенных равенств.

6 Прочитай в тексте данного пункта учебника определения разности и частного. Пользуясь ими, найди, если возможно, значения выражений: $a - 0$, $a - a$, $a : 1$, $a : a$, $0 : a$, $a : 0$. Какое из данных выражений не имеет смысла?

7 Счет-тест (10 мин)

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------|
| 1) 938 790 475 + 13 076 225 542; | 3) 67 190 · 40 500; |
| 2) 210 521 052 105 – 209 286 484 215; | 4) 5 925 100 800 : 976. |

8 Запиши в тетрадь буквенные равенства, выражающие свойства сложения и умножения: переместительное, сочетательное, распределительное – и объясни их смысл. Используя эти свойства, реши примеры наиболее удобным способом:

- 1) 201 + 202 + 203 + 204 + 205 + 206 + 207 + 208 + 209;
- 2) 400 + (24 589 + 927) + (3600 + 73 + 411);
- 3) 4 · 5 · 376 · 2 · 25 · 5 · 2;
- 4) 2 · (14 · 2 · 8) · (125 · 5 · 3 · 5);
- 5) 974 · 385 + 5 · 385 + 385 · 21;
- 6) 5084 · 23 + 5084 + 976 · 5084.



9 а) Составь и расположи в порядке возрастания все возможные трёхзначные числа, которые можно записать с помощью цифр 7, 1, 9 (цифры в записи числа не повторяются).

б) Составь и расположи в порядке убывания все возможные пятизначные числа, которые можно записать с помощью трёх четверок и двух нулей.

10 Используя все цифры, причём каждую только один раз, составь и прочитай наименьшее возможное натуральное число, в разряде сотен миллионов которого стоит цифра 5, а единицы разряда десятков тысяч отсутствуют.

11 Прочитай число 39 052 784. Зачеркни три цифры так, чтобы получилось: 1) наименьшее возможное натуральное число; 2) наибольшее возможное натуральное число.

12 В сказочном государстве Бусирия люди знают только натуральные числа и 0, умеют их складывать и вычитать, а «умножают» их по бусирскому правилу:

$$a \otimes b = ab + a + b.$$

Представь себя учеником бусирской школы и выполни контрольную работу:

1) Вычисли значения выражений:

$$2 \otimes 3, 4 \otimes 9, 0 \otimes 712, 5 \otimes 8, 2 \otimes 8 + 3 \otimes 8.$$

2) Докажи, что бусирское умножение « \otimes » обладает переместительным свойством.

3) Выясни, обладает ли оно сочетательным свойством.

4) Проверь, выполняется ли распределительное свойство:

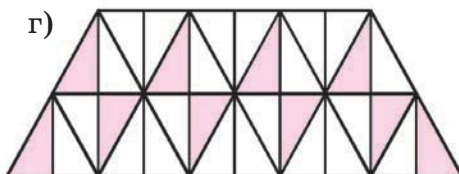
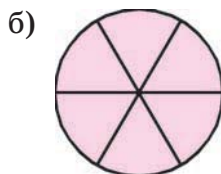
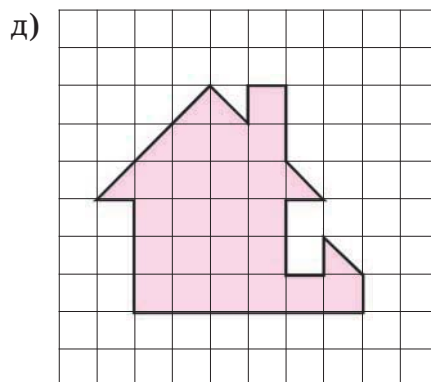
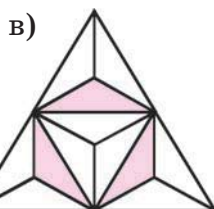
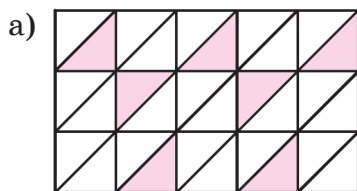
$$(a + b) \otimes c = a \otimes c + b \otimes c.$$

5) Какое число обладает свойством единицы (при обычном умножении: $a \cdot 1 = a$)? А свойством нуля ($a \cdot 0 = 0$)?



13 Что обозначают числитель и знаменатель дроби? Нарисуй чертёж, иллюстрирующий дробь: а) $\frac{3}{8}$; б) $\frac{4}{4}$; в) $\frac{7}{6}$.

14 Запиши с помощью дробей, какие части фигур закрашены. Какие из этих частей можно выразить натуральными числами, а какие – с помощью процентов?



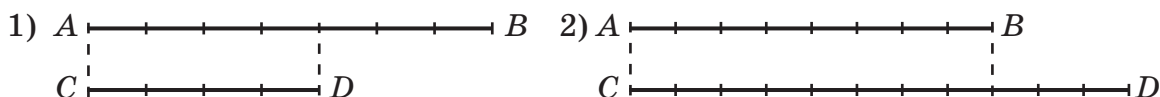
15 Прочитай дроби. Какая дробь в каждой из групп *a*, *b* и *в* может быть «лишней»? Обоснуй свой выбор.

а) $\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}, \frac{11}{13}$; б) $\frac{25}{7}, \frac{15}{14}, \frac{10}{21}, \frac{47}{18}$; в) $\frac{7}{13}, \frac{13}{13}, \frac{28}{13}, \frac{39}{11}$.

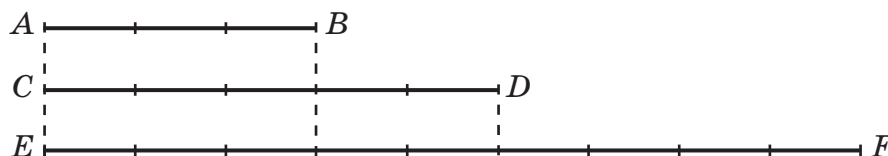
16 Запиши с помощью дроби:

- 1) Какую часть метра составляют 1 дм, 9 дм, 1 см, 27 см?
- 2) Какую часть тонны составляют 1 кг, 16 кг, 1 ц, 85 ц?
- 3) Какую часть часа составляют 1 мин, 3 мин, 1 с, 49 с?

17 Какую часть отрезка *AB* составляет отрезок *CD*? Какую часть отрезка *CD* составляет отрезок *AB*?



18 Какую часть каждый из отрезков *AB*, *CD* и *EF* составляет от других отрезков? Сделай записи.



19 Найди множество значений переменной x ($x \in N$), при которых:

- а) дробь $\frac{x-4}{7}$ будет правильной; б) дробь $\frac{6}{x+2}$ будет неправильной.

20 Какие высказывания истинны? К ложным общим высказываниям приведи контрпримеры.

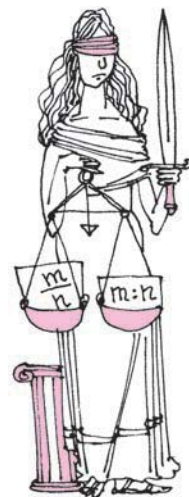
- а) Всякая правильная дробь меньше 1.
- б) Неправильная дробь всегда больше 1.
- в) Некоторые неправильные дроби меньше 1.
- г) Любая правильная дробь меньше любой неправильной.
- д) Неправильная дробь может быть меньше 2.

21 Запиши частные $3 : 25$, $17 : 6$, $4 : 1$, $20 : 2$, $7 : 7$ в виде дроби, а дроби $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{24}{11}$, $\frac{8}{1}$, $\frac{72}{9}$, $\frac{45}{45}$ в виде частного.

22 Реши уравнения:

1) $\frac{x}{15} = 5$; 2) $\frac{96}{y} = 16$; 3) $\frac{k-2}{17} = 8$; 4) $\frac{336}{n+29} = 7$.

Образец: $\frac{a}{8} = 2 \Leftrightarrow a = 8 \cdot 2 \Leftrightarrow a = 16$.



23 1) Ленту длиной 3 метра разрезали на 4 равные части. Сколько метров в каждой части?
2) Пловец за 7 секунд проплыл 5 метров. С какой скоростью он плыл?

24 Сколько седьмых долей в единице? Представь единицу в виде дроби со знаменателем 5, 67, 89, 100, n .

25 Сколько пятых долей в числе 3? Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, k замени равными им дробями сначала со знаменателем 9, затем – 11, а затем – со знаменателем 100. Как записать с помощью знака процента сотые доли величины?

26 1) Нарисуй числовой луч, приняв за единицу 8 клеток тетради. Отметь на нем числа $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{17}{8}$.

2) Сравни дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{8}$. Как сравнить дроби с помощью числового луча?

3) Сравни дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$. Вспомни правило сравнения дробей с одинаковыми знаменателями. Пользуясь им, сравни дроби $\frac{19}{78}$ и $\frac{53}{78}$.

4) Сравни дроби $\frac{5}{2}$ и $\frac{5}{8}$. Запиши две какие-нибудь дроби с одинаковыми числителями и сравни их.

5) Представь дробь $\frac{17}{8}$ в виде смешанного числа.

27 1) Выдели целую часть из дробей $\frac{7}{6}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{15}{6}$, $\frac{19}{6}$. Проиллюстрируй решение с помощью числового луча.

2) Выдели целую часть из дробей $\frac{38}{7}$, $\frac{45}{12}$, $\frac{54}{18}$, $\frac{231}{100}$, $\frac{586}{125}$, $\frac{9769}{1000}$.

28 1) 19 кг халвы разложили поровну в 4 коробки. Сколько килограммов халвы положили в каждую коробку?

2) Из 40 м ткани сшили 9 одинаковых костюмов. Сколько метров ткани пошло на каждый костюм?

29 Знак какого арифметического действия пропущен в записи смешанного числа между его целой и дробной частью?

30 1) Представь смешанные числа $1\frac{4}{5}$, $2\frac{1}{5}$, $3\frac{2}{5}$, $4\frac{3}{5}$ в виде неправильных дробей. Проиллюстрируй решение на числовом луче.

2) Представь в виде неправильных дробей числа $1\frac{7}{9}$, $5\frac{2}{5}$, $7\frac{9}{13}$, $15\frac{4}{7}$, $10\frac{21}{47}$.

31 Счет-тест (5 мин).

1) $\frac{8}{11} - \frac{3}{11}$;

3) $2 + \frac{4}{7}$;

5) $6\frac{1}{5} + 3\frac{2}{5}$;

7) $5\frac{2}{7} - 2\frac{5}{7}$;

2) $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$;

4) $5 - \frac{3}{4}$;

6) $12\frac{7}{9} - 4\frac{5}{9}$;

8) $1\frac{8}{11} + 6\frac{3}{11}$.

- 32** Числа на карточках записываются по общему правилу. Найди его и заполни клетки со знаком вопроса.

$3\frac{1}{7}$	$5\frac{4}{7}$	$2\frac{3}{7}$
----------------	----------------	----------------

$1\frac{4}{5}$?	$4\frac{3}{5}$
----------------	---	----------------

?	$8\frac{5}{9}$	$3\frac{7}{9}$
---	----------------	----------------

- 33** Найди расстояние между точками A и B координатного луча, если:

1) $A(28\ 715)$, $B(103\ 600)$; 2) $A(3\frac{5}{19})$, $B(7\frac{1}{19})$; 3) $A(8\frac{2}{5})$, $B(1\frac{4}{5})$.

π

- 34** Запиши число, представленное в виде суммы разрядных слагаемых:

1) $2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 6$; 3) $5 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10 + 4$;
 2) $8 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10 + 5$; 4) $4 \cdot 10^7 + 8 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2$.

Прочитай полученные числа.

- 35** Прочитай числа:

а) 7984, б) 42 012; в) 505 050; г) 9 090 909; д) 123 456 789; е) 4 400 040 004.

Представь их в виде суммы разрядных слагаемых, используя степени числа 10.

- 36** Найди методом *проб и ошибок* число: 1) квадратом которого является 1764; 2) куб которого равен 2197. Можно ли ответить на вопрос с одной попытки?

37 1) $(863 + 256 \cdot 0) \cdot (214 : 214) - 1 \cdot 863$;

2) $0 \cdot (996 + 7008 \cdot 32 - 74\ 359) + 785 : 1 - (543 - 543) : 9374$;

3) $[596 - 0 : 1249 + (188 : 188) \cdot 4] : 1 + (712 - 60\ 928 : 952) \cdot (38 - 38)$;

4) $72 \cdot (49 : 49) - [(7602 : 14 \cdot 36) \cdot (6815 - 6815) - 0 : 325 + 12 : 1] \cdot 1$.

- 38** Запиши в виде буквенных равенств правила вычитания числа из суммы и суммы из числа и реши с их помощью примеры первого столбика. Перепиши полученные равенства, заменив в них знак «+» на знак « \cdot », а знак «-» на знак «:». Какие правила получились? Используй их для решения примеров второго столбика.

а) $(283 + 195) - 83$;

д) $(29 \cdot 720) : 72$;

б) $(549 + 678) - 478$;

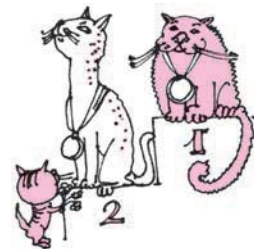
е) $(18\ 000 \cdot 56) : 18$;

в) $756 - (256 + 36)$;

ж) $1250 : (125 \cdot 5)$;

г) $842 - 396 - 4$;

з) $(2430 : 5) : 2$.



- 39** Переведи условие задачи на математический язык:

1) На выставке кошек представлены кошки сибирской, ангорской, персидской и сиамской пород. Сиамских кошек в 2 раза больше, чем ангорских, персидских – в 3 раза больше, чем сиамских, а сибирских – на 13 меньше, чем персидских. Сколько кошек каждой породы на выставке, если всего их 77?

2) На вопрос учеников о прошедшей контрольной работе учитель ответил: «Пятёрки на 3 больше, чем двойки, тройки на одну меньше, чем четвёрки, а четвёрки в 4 раза больше, чем двойки». Сколько человек получили пятёрки и сколько четвёрки, если в классе 32 человека?

40 1) Если задуманное число вычесть из числа 777, результат уменьшить в 7 раз, а затем увеличить на 7, то получится число, которое на 7 больше, чем наименьшее трёхзначное число. Найди задуманное число.

2) Задумали число, разделили на него 555, полученное частное вычли из 55, результат увеличили в 5 раз и получили число, в 10 раз большее квадрата числа 5. Какое число задумали?

41 1) В классе 28 учеников. Девочки составляют $\frac{4}{7}$ количества всех учеников класса. Сколько девочек в классе?

2) В шахматном турнире приняли участие 48 человек, что составило 6% всех учеников школы. Сколько учащихся в этой школе?

3) В танцевальном ансамбле 32 танцора. Из них 8 человек уехали на гастроли. Какая часть участников ансамбля уехала на гастроли?

42 1) Рабочий получил за месяц k рублей. 14% этих денег он истратил на ремонт квартиры. Сколько денег пришлось ему заплатить за ремонт?

2) Маляр покрасил t рам, что составило $\frac{2}{5}$ всех рам, которые ему надо покрасить за день. Сколько рам он должен покрасить в этот день?

3) В автобусном парке n машин. Из них 7 машин ремонтируется. Какая часть всех машин находится в ремонте?

43 Русские изобретатели отец и сын Черепановы построили первый паровоз в 1833 году. Он проезжал 1 км за 4 мин. Какое расстояние проезжал этот паровоз за 1 минуту? Вырази его скорость в километрах в час. Во сколько раз паровоз Черепановых шел медленнее современных поездов, средняя скорость которых составляет примерно 90 км/ч?

44 Скорость катера 24 км/ч. Успеет ли он за 15 мин проплыть 8000 м?

45 Построй 3 угла, в сумме образующих развернутый угол, так, чтобы первый из них был в 2 раза больше второго, а третий – в 3 раза больше первого.

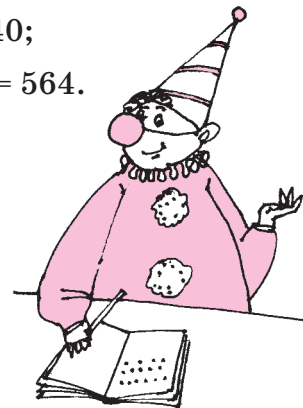
д **46** Напиши все возможные натуральные числа, составленные с помощью двух пятёрок и пяти нулей. Расположи их в порядке убывания. Представь каждое из полученных чисел в виде суммы разрядных слагаемых.

47 1) $79\ 797\ 979 + x = 1\ 067\ 452\ 300$; 3) $x : 9307 = 8640$;

2) $x - 544\ 544 = 11\ 756\ 686$; 4) $4\ 540\ 200 : x = 564$.

48 Математический фокус

Запиши четырёхзначное число, у которого каждая последующая цифра на 1 больше предыдущей. Затем запиши число теми же цифрами, но в обратном порядке. Вычти из большего числа меньшее. Повтори это ещё 3 раза, беря иные числа, и сравни полученные результаты. Что ты замечаешь?



49 Переведи условие задачи на математический язык:
 На изготовление свитера, шапки и шарфа израсходовали 555 г шерсти, причем на шапку ушло в 5 раз меньше шерсти, чем на свитер, и на 5 г больше, чем на шарф. Сколько шерсти израсходовали на каждое изделие?

- 50** 1) Какую часть километра составляют 1 м, 58 м, 1 дм, 439 дм?
 2) Какую часть квадратного метра составляют 1 дм², 214 дм², 1 см², 75 см²?
 3) Какую часть центнера составляют 1 кг, 9 кг, 1 г, 547 г?
 4) Какую часть суток составляет 1 ч, 5 ч, 1 мин, 32 мин?

51 С одной пасеки собрали 1350 кг меда, что составляет $\frac{5}{8}$ меда, собранного со второй пасеки. На какой пасеке было больше ульев и на сколько, если с каждого улья получили по 90 кг меда?

52 Выдели целую часть дробей: $\frac{176}{9}$; $\frac{237}{28}$; $\frac{413}{64}$.

53 Представь смешанное число в виде неправильной дроби: $9\frac{2}{7}$; $4\frac{5}{42}$; $2\frac{9}{96}$.

54 Расшифруй скороговорку. Повтори её 10 раз подряд.

- | | |
|--|---|
| Т $\frac{7}{9} + 3\frac{2}{9}$; | А $15\frac{2}{9} - (7\frac{1}{9} + 4\frac{5}{9})$; |
| О $9 - 5\frac{1}{4}$; | И $(2\frac{5}{7} + 8\frac{2}{7}) - 4\frac{7}{8}$; |
| Р $1\frac{7}{8} + 2\frac{6}{8}$; | Х $(4\frac{2}{5} + 3\frac{4}{5}) - (12 - 8\frac{1}{5})$; |
| П $4\frac{5}{7} - 1\frac{6}{7}$; | С $12\frac{6}{11} - (5\frac{4}{11} + 6\frac{9}{11} - 2\frac{3}{11})$. |



$3\frac{5}{9}$	$4\frac{5}{8}$	$4\frac{2}{5}$	$6\frac{1}{8}$	$2\frac{6}{7}$	$3\frac{3}{4}$	$4\frac{2}{5}$	$4\frac{5}{8}$	$6\frac{1}{8}$	$2\frac{6}{7}$	$3\frac{3}{4}$	$2\frac{7}{11}$	$6\frac{1}{8}$	$2\frac{6}{7}$

55 Реши уравнения:

- 1) $\frac{450}{x} = 9$; 2) $\frac{y}{7} = 9$; 3) $\frac{9+a}{9} = 23$; 4) $\frac{504}{b-18} = 72$.

56 Лодка проплыла по реке 300 м за 2 мин. Во сколько раз скорость лодки меньше скорости теплохода, плывущего по той же реке в том же направлении со скоростью 27 км/ч? Через сколько времени теплоход догонит лодку, если сейчас между ними 36 км?

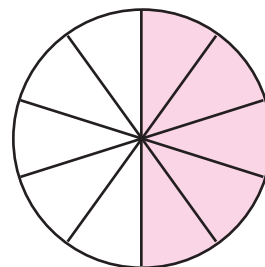
57* Дедка вдвое сильнее бабки, бабка втрое сильнее внучки, внучка вчетверо сильнее Жучки, Жучка впятеро сильнее кошки, кошка вшестеро сильнее мышки. Дедка, бабка, внучка, Жучка и кошка вместе с мышкой могут вытащить репку, а без мышки – не могут. Сколько надо позвать мышек, чтобы они смогли сами вытащить репку?

58* Продолжи ряд на две фигуры, сохраняя закономерность:



2. Основное свойство дроби. Преобразование дробей.

На рисунке закрашена $\frac{1}{2}$ круга. В каждой половине содержится $\frac{5}{10}$ круга. Обе дроби равны между собой, но при этом числитель и знаменатель второй дроби в 5 раз превышают числитель и знаменатель первой дроби.



Полученное равенство можно записать двумя способами:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} \quad \text{или} \quad \frac{5}{10} = \frac{5 : 5}{10 : 5} = \frac{1}{2}.$$

Это верно и для любых других дробей. Действительно, для натуральных чисел ранее было доказано, что $a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n)$ и $a : b = (a : n) : (b : n)$ (п. 2.4.5). В то же время нам известно, что знак деления можно заменить чертой дроби (п. 3.1.1). Таким образом, приходим к выводу:

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}, \quad \frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} \quad a, b, n \in N.$$

Мы получили утверждение, которое называют **основным свойством дроби**. С его помощью можно преобразовывать дроби.

Второе равенство позволяет упрощать дроби, например:

$$\frac{36}{44} = \frac{36 : 4}{44 : 4} = \frac{9}{11}.$$

Такое преобразование называют **сокращением дроби**. В примере мы сократили дробь $\frac{36}{44}$ на 4. Полученную дробь $\frac{9}{11}$ сократить нельзя, так как 9 и 11 – взаимно простые числа (то есть НОД (9; 11) = 1). Дробь, числитель и знаменатель которой являются взаимно простыми числами, называется **несократимой**.

Каждую дробь можно единственным образом записать в виде несократимой дроби. Для этого нужно сократить её на *наибольший общий делитель числителя и знаменателя*. Например, НОД (245, 15) = 5. Поэтому, разделив числитель и знаменатель дроби $\frac{245}{15}$ на 5, мы получим равную ей несократимую дробь.

Запись обычно ведут так: $\frac{245}{15} = \frac{49}{3}$.

На практике часто удобно не вычислять НОД числителя и знаменателя, а проводить сокращение дроби последовательно, например:

$$\frac{210}{315} = \frac{70}{105} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

(сначала сократили на 3, а потом на 5 и на 7). При этом, разумеется, для нахождения общих делителей полезно использовать признаки делимости.

Можно также раскладывать числитель и знаменатель дроби на множители, причём не обязательно простые:

$$\frac{750}{1200} = \frac{75}{120} = \frac{\overset{5}{\cancel{25}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{10}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}} \cdot 4} = \frac{5}{8}.$$

Таким образом, основное свойство дроби позволяет упрощать запись дроби. Но иногда для выполнения некоторого действия её, наоборот, приходится усложнять. Например, чтобы сравнить дроби $\frac{1}{15}$ и $\frac{2}{5}$, можно числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{5}$ умножить на число 3:

$$\overset{3}{\cancel{2}} / \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}.$$

И поскольку $\frac{1}{15} < \frac{6}{15}$, то, значит, и $\frac{1}{15} < \frac{2}{5}$.

Замену дроби равной ей дробью с новым знаменателем называют **приведением дроби к новому знаменателю**. А число, на которое умножается числитель и знаменатель данной дроби, называют **дополнительным множителем**.

Любую дробь можно привести к знаменателю, *кратному* знаменателю этой дроби. Приведём, например, дробь $\frac{4}{7}$ к знаменателю 56:

1) Найдём дополнительный множитель: $56 : 7 = 8$.

2) Умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{4}{7}$ на дополнительный множитель:

$$\overset{8}{\cancel{4}} / \frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{32}{56}.$$

Для приведения двух или нескольких дробей к общему знаменателю выбирают знаменатель, кратный всем знаменателям данных дробей. При этом для простоты вычислений знаменатель лучше выбирать как можно меньший, а для этого нужно взять **наименьшее общее кратное** знаменателей всех получившихся дробей.

Например, для дробей $\frac{11}{6}$, $\frac{7}{15}$ и $\frac{3}{8}$ вычисляем сначала НОК $(6, 15, 8) = 120$.

Дополнительными множителями для данных дробей будут соответственно частные $120 : 6 = 20$, $120 : 15 = 8$, $120 : 8 = 15$, поэтому:

$$\overset{20}{\cancel{6}} / \frac{11}{6} = \frac{11 \cdot 20}{6 \cdot 20} = \frac{220}{120}, \quad \overset{8}{\cancel{15}} / \frac{7}{15} = \frac{7 \cdot 8}{15 \cdot 8} = \frac{56}{120}, \quad \overset{15}{\cancel{8}} / \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 15}{8 \cdot 15} = \frac{45}{120}.$$

Тем самым мы привели три заданные дроби к наименьшему общему знаменателю.

Итак, чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, можно:

- 1) найти наименьшее общее кратное знаменателей данных дробей;
- 2) найти дополнительный множитель для каждой дроби;
- 3) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на соответствующий дополнительный множитель.



И ещё одно важное замечание. Основное свойство дроби показывает, что всякое целое или дробное число можно записать в виде дроби бесконечным числом способов, например:

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \dots; \quad \frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{15}{12} = \frac{20}{16} = \dots; \quad \frac{23}{100} = \frac{230}{1000} = \frac{2300}{10000} = \dots$$

К

59 Начерти координатный луч, приняв за единичный отрезок 12 клеток.

Отметь на нем точку $A\left(\frac{4}{6}\right)$. Какими ещё дробями может быть выражена координата точки A ? Приведи три примера и запиши соответствующие равенства.

60

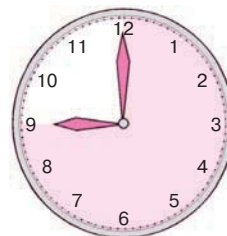
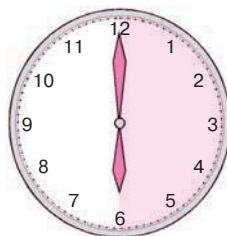
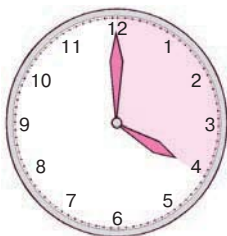
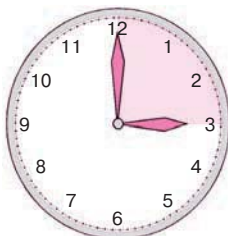
Объясни равенство дробей сначала с помощью рисунка, а потом с помощью основного свойства дроби:

а) $\frac{1}{4} = \frac{15}{60}$;

б) $\frac{1}{3} = \frac{20}{60}$;

в) $\frac{1}{2} = \frac{30}{60}$;

г) $\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$.



61

Докажи истинность высказываний:

а) $\frac{7}{15} = \frac{42}{90}$;

б) $\frac{80}{35} = \frac{16}{7}$;

в) $\frac{7}{12} = \frac{56}{96}$;

г) $\frac{42}{140} = \frac{3}{10}$.

62

1) Умножь числитель и знаменатель каждой дроби $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{15}{13}$, $\frac{7}{1}$ на 4.

2) Раздели числитель и знаменатель каждой дроби $\frac{20}{45}$, $\frac{35}{60}$, $\frac{80}{55}$, $\frac{95}{5}$ на 5.

63

Найди такие значения переменных x и y , при которых данные предложения становятся истинными высказываниями:

1) $\frac{3}{5} = \frac{x}{15}$, $\frac{6}{11} = \frac{24}{x}$, $\frac{x}{40} = \frac{7}{8}$;

2) $\frac{7}{y} = \frac{21}{36}$, $\frac{1}{4} = \frac{y}{32}$, $\frac{24}{30} = \frac{12}{y}$.

64) 1) Приведи каждую дробь к знаменателю 6 и найди сумму: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

2) Найди сумму и разность дробей, приведя их к общему знаменателю:

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{12}, \quad \frac{7}{8} - \frac{3}{4}, \quad \frac{2}{5} - \frac{2}{15}, \quad \frac{3}{7} + \frac{5}{28}.$$

65) 1) Приведи каждую дробь к числителю 6 и сравни дроби: $\frac{18}{75}$ и $\frac{3}{56}$.

2) Сравни дроби, приведя их к общему числителю или знаменателю:

$$\frac{1}{2} \text{ и } \frac{4}{13}, \quad \frac{2}{5} \text{ и } \frac{3}{10}, \quad \frac{8}{12} \text{ и } \frac{4}{5}, \quad \frac{2}{3} \text{ и } \frac{5}{7}.$$

66) Сколько в $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ содержится: а) двенадцатых долей;

б) восемнадцатых долей; в) тридцать шестых долей?

67) Можно ли дробь $\frac{6}{15}$ заменить равной ей дробью:

а) с числителем 48, 31, 2, 6а;

б) со знаменателем 60, 76, 5, 30b?



68) 1) Что означает выражение «сократить дробь»? Сформулируй определение несократимой дроби.

2) Какие возможны способы сокращения дробей? Сократи дробь $\frac{42}{720}$ тремя различными способами. Какой из них тебе понравился больше?

69) Сократи дроби:

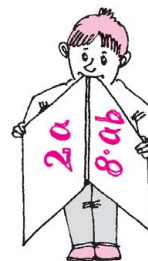
$$\text{а) } \frac{125}{75}, \frac{75}{100}, \frac{24}{360}, \frac{125}{1000}, \frac{42}{320}; \quad \text{б) } \frac{75}{300}, \frac{33}{243}, \frac{820}{41}, \frac{45}{900}, \frac{105}{1200}.$$

70) Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями:

$$\text{а) } \frac{15 \cdot 3}{7 \cdot 10}, \frac{9 \cdot 5}{5 \cdot 21}, \frac{21 \cdot 4 \cdot 3}{9 \cdot 105}, \frac{19 \cdot 8 \cdot 11}{12 \cdot 57 \cdot 7};$$

$$\text{б) } \frac{2a}{8ab}, \frac{15mkt}{34mt}, \frac{18dcm}{45bdmk}, \frac{xy}{4mnxy};$$

$$\text{в) } \frac{mn^2}{mnk}, \frac{3a^2b}{6ab}, \frac{4c}{8c^2d}, \frac{15xy^2}{20x^2yz}.$$



71) Докажи, что сократимы дроби: а) $\frac{360}{945}, \frac{624}{768}, \frac{3950}{350}$; б) $\frac{1260}{1980}, \frac{5184}{5472}, \frac{4140}{9315}$.

Сократи их, разложив сначала числитель и знаменатель на множители.

72) Объясни, почему несократимы дроби: $\frac{5}{49}, \frac{18}{193}, \frac{41}{67}, \frac{2007}{2008}$.

73) Запиши частные $48 : 72, 14 : 56, 40 : 64$ в виде несократимых дробей.

74 Отметь на координатном луче точки $A\left(\frac{100}{300}\right)$, $B\left(\frac{120}{240}\right)$, $C\left(\frac{300}{180}\right)$, $D\left(\frac{84}{72}\right)$.

75 1) Запиши множество натуральных значений переменной x , при которых дробь $\frac{x}{12}$ является правильной несократимой дробью.

2) Запиши множество натуральных значений переменной y , при которых дробь $\frac{18}{y}$ является неправильной сократимой дробью.

76 Какие из высказываний общие, а какие типа «хотя бы один»? Докажи или опровергни их.

1) Дробь, числитель и знаменатель которой кратны 3, сократима.

2) Все дроби, большие $\frac{2}{3}$, сократимы.

3) Существует сократимая дробь, числитель и знаменатель которой – простые числа.

4) Всякая дробь при сокращении уменьшается.

5) Некоторые сократимые дроби равны $\frac{1}{2}$.

6) Неправильная дробь после сокращения может стать правильной.

7) Дробь несократима *тогда и только тогда*, когда разность между ее числителем и знаменателем равна 1.

77 1) Какую часть часа составляют 5 мин, 12 мин, 15 мин, 40 мин, 45 мин?

2) Какую часть суток составляют 3 ч, 6 ч, 12 ч, 15 ч, 18 ч?

3) Какую часть центнера составляют 5 кг, 10 кг, 20 кг, 25 кг, 50 кг, 75 кг?

4) Какую часть тонны составляют 8 ц, 30 кг, 125 кг, 250 кг, 500 кг, 800 кг?

78 Один оператор набрал 48 страниц текста за 9 ч, а другой – 68 страниц за 12 ч. Кто из них работает быстрее?



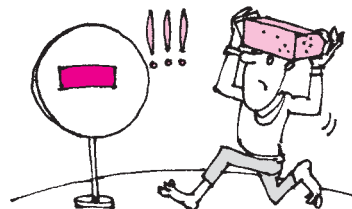
79 Из 42 м полотна сшили 10 одинаковых пододеяльников, а из 33 м – 15 одинаковых простыней. Сколько полотна идет на комплект, в который входит 1 простыня и 1 пододеяльник?

80 Как разделить сумму, разность и произведение на число? Пользуясь свойствами делимости, докажи или опровергни высказывания:

а) $\frac{5 \cdot \cancel{3}}{\cancel{18}_6} = \frac{5 \cdot 1}{6} = \frac{5}{6}$; б) $\frac{5 + \cancel{3}}{\cancel{18}_6} = \frac{5 + 1}{6} = \frac{6}{6} = 1$.

Проверь с помощью вычислений.

Можно ли сократить дробь $\frac{5-3}{18}$?



81 Применив распределительный закон, представь числитель в виде произведения, а затем сократи дробь:

а) $\frac{15 \cdot 9 - 15 \cdot 6}{9 \cdot 30}$; б) $\frac{17 \cdot 4 + 17 \cdot 9}{34 \cdot 52}$; в) $\frac{18 \cdot 7 + 18 \cdot 3}{1200}$; г) $\frac{24 \cdot 11 - 24 \cdot 3}{300}$.

Образец:

$$\frac{32 \cdot 5 + 32 \cdot 9}{160 \cdot 28} = \frac{32 \cdot (5 + 9)}{160 \cdot 28} = \frac{\overset{1}{32} \cdot \overset{1}{14}}{\underset{5}{160} \cdot \underset{2}{28}} = \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{1}{10}.$$

82 Докажи, что дробь несократима:

а) $\frac{39}{100}$; б) $\frac{111}{2500}$; в) $\frac{13\ 013}{20\ 480}$; г) $\frac{25 + 49 \cdot 2}{35}$; д) $\frac{38}{18 \cdot 8 - 19 \cdot 3}$.

83 Разложи на множители числитель, а затем сократи дробь:

1) $\frac{4a + 4b}{8c}$; 2) $\frac{3x - 6y}{12x}$; 3) $\frac{a^2 + ac}{a^2}$ ($a \neq 0$); 4) $\frac{9m^2 - m^2}{5mn}$ ($m, n \neq 0$).

84 Знаменатель дроби равен: а) 18; б) 100. Дробь сократили. Может ли знаменатель этой дроби после сокращения стать равным семи? Какие простые множители могут входить в разложение на множители нового знаменателя?

85 Сколько в числах 1, 7, 9, m содержится вторых, третьих, восьмых, пятнадцатых, сотых долей?

86 Приведи дробь:

а) $\frac{5}{7}$ к знаменателю 56; в) $\frac{9}{14}$ к знаменателю 42;
 б) $\frac{3}{16}$ к знаменателю 80; г) $\frac{8}{15}$ к знаменателю 75.



87 Из ряда чисел выпиши те, которые могут быть общими знаменателями для указанных дробей:

а) $\frac{5}{6}$ и $\frac{1}{8}$ 6, 12, 24, 40, 48; в) $\frac{9}{10}$ и $\frac{7}{15}$ 20, 30, 45, 50, 60;
 б) $\frac{7}{12}$ и $\frac{2}{9}$ 18, 24, 36, 72, 90; г) $\frac{5}{8}$ и $\frac{3}{14}$ 14, 16, 28, 56, 70.

88 Приведи к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{5}{16}$ и $\frac{3}{4}$; г) $\frac{4}{5}$ и $\frac{1}{6}$; ж) $\frac{4}{15}$ и $\frac{5}{12}$; к) $\frac{3}{56}$ и $\frac{7}{126}$;
 б) $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{18}$; д) $\frac{8}{9}$ и $\frac{2}{7}$; з) $\frac{11}{12}$ и $\frac{17}{18}$; л) $\frac{15}{52}$ и $\frac{13}{78}$;
 в) $\frac{11}{12}$ и $\frac{23}{60}$; е) $\frac{7}{8}$ и $\frac{6}{11}$; и) $\frac{23}{30}$ и $\frac{2}{45}$; м) $\frac{29}{180}$ и $\frac{35}{216}$.

89 Вырази следующие части величин в процентах:

а) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{25}, \frac{1}{50}$; б) $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{7}{10}, \frac{9}{20}, \frac{8}{25}, \frac{17}{50}, \frac{3}{2}$.

90 Сократи дроби, а затем приведи их к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{36}{54}$ и $\frac{55}{99}$; б) $\frac{707}{808}$ и $\frac{48}{60}$; в) $\frac{80}{3200}$ и $\frac{135}{162}$; г) $\frac{234}{468}$ и $\frac{75}{225}$.

91 Приведи дроби к наименьшему общему знаменателю. Если возможно, вначале сократи их.

а) $\frac{1}{2}, \frac{125}{150}$ и $\frac{28}{63}$; б) $\frac{4}{21}, \frac{16}{56}$ и $\frac{17}{35}$; в) $\frac{7}{12}, \frac{5}{18}, \frac{444}{777}$ и $\frac{120}{720}$.

92 Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями и приведи их к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{3a - ab}{ax}$ и $\frac{8c + 4c}{bcd}$; 2) $\frac{5n + n^2}{3n}$ и $\frac{4a^2 - 2a^2}{6ay}$; 3) $\frac{7(y + 2k)}{(y + 2k)bc}$ и $\frac{k^2 - ky}{5bk}$.

93 Игорь, Дима и Олег играли в игру. Игорь заработал $\frac{1}{4}$, а Дима – $\frac{3}{5}$ всех разыгранных очков. Какую часть всех очков заработал Олег? Вырази части выигрыша каждого из ребят в процентах. Кто из них выиграл?



94 Мировой океан разделяют на пять больших частей – океанов. Тихий океан занимает примерно $\frac{23}{50}$ всей поверхности Мирового океана, Атлантический – $\frac{6}{25}$, Индийский – $\frac{1}{5}$, а Северный Ледовитый океан – $\frac{1}{25}$. Вырази площади океанов земного шара в процентах от их общей площади. Какую часть всей поверхности океанов занимает пятый – Южный океан? Сколько способов ответа на последний вопрос ты сможешь найти?

95 1) Ира прошла 4 км за 48 мин, а её брат прошел 2 км за 20 мин. Кто из них шел быстрее и на сколько?

2) 21 л молока разлили в 6 одинаковых бидонов, а 13 л кваса – в 4 одинаковые банки. Чья вместимость больше – бидона или банки, и на сколько?

π **96** Прочитай утверждения. Какие из них истинные, а какие – ложные? Обоснуй.

1) $\exists x \in \mathbb{N}: 4 \leq x < 5$; 3) $\exists m, n \in \mathbb{N}: m^2 + n^2 = 25$;

2) $\exists y \in \mathbb{N}: y < 1$; 4) $\exists k \in \mathbb{N}: k$ имеет ровно два различных делителя.

97 Найди НОД и НОК чисел: 1) 15, 20 и 75; 2) 150, 180 и 315.

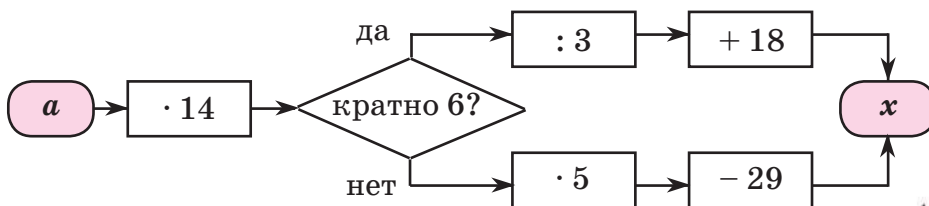
98 Докажи, что сумма $750\,384 + 540 \cdot 121$: а) кратна 9; б) не делится на 5; в) делится на 2 и на 3; г) не кратна 10.

99 Верно ли, что разность $3000 \cdot 468 - 937\,200$: а) делится на 100; б) не делится на 1000; в) не кратна 9; г) делится на 4 и на 25?

100 Подбери вместо пропусков числа так, чтобы получились верные равенства:

- 1) $5 \cdot (4 + 7) = 5 \cdot \square + \square \cdot 7$; 4) $(35 + a) \cdot 2 = \square + 2a$;
 2) $\square \cdot (11 - 7) = \square - 21$; 5) $10 \cdot (\square - \square) = 140 - 10x$;
 3) $(\square - \square) \cdot 20 = 80 - 60$; 6) $9c + \square = (9 + 1)c$.

101 Вычисли устно и расшифруй имя и фамилию гениального математика XIX века с удивительной и трагической судьбой.



a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x										
	В	И	Р	У	Г	Л	А	Э	Т	С

531	41	461	32	111	671	60

321	461	46	251	461



102 БЛИЦтурнир

- 1) Вася и Надя читают одну и ту же книгу. Васе осталось прочитать a страниц, а Наде b страниц. Сколько страниц прочитала Надя, если Вася прочитал 32 страницы?
- 2) Ученикам класса раздали по 3 простых и по 4 цветных карандаша, а всего d карандашей. Сколько роздано простых карандашей?
- 3) В синей папке в 5 раз больше листов, чем в красной. Сколько листов в красной папке, если в ней их на c меньше, чем в синей?
- 4) В пансионате отдыхают x взрослых, а детей – в 2 раза меньше. Все отдыхающие размещены поровну в четырёх корпусах. Сколько человек проживает в каждом корпусе?
- 5) Один грузовик при полной загрузке перевозит n т груза за 6 рейсов, а другой – m т за 9 рейсов. За сколько рейсов, работая вместе, оба грузовика могут перевезти a т груза, если будут загружены полностью?
- 6) Яблоко, груша и банан весят вместе y г. Яблоко весит на 50 г меньше груши и на 80 г меньше банана. Сколько граммов весит яблоко?

103 Реши уравнения:

- 1) $140 - (x : 7 + 29) \cdot 4 = 12$; 3) $100 : [19 + (15x - 84) : 6] = 4$;
 2) $720 : (5x - 12) - 56 = 34$; 4) $[72 - 64 : (40 - 8x)] \cdot 4 = 272$.

104 Прочитай выражения и найди их значения при $a = 5$, $b = 1$:

1) $(a - b)^2$; 2) $a^2 - b^2$; 3) $a - b^2$; 4) $(a + b)^3$; 5) $a^3 + b^3$; 6) $a + b^3$.

105 У натуральных чисел есть много удивительных свойств. Возьмём какое-нибудь натуральное число $n \in N$, например $n = 6$. Запишем множество его делителей $D(6) = \{1; 2; 3; 6\}$ и для каждого элемента множества $D(6)$ запишем, сколько у него различных делителей: 1, 2, 2, 4. Полученные числа обладают следующей особенностью: сумма кубов этих чисел равна квадрату их суммы, то есть $1^3 + 2^3 + 2^3 + 4^3 = (1 + 2 + 2 + 4)^2$. Проверь это равенство. Потом проверь указанное свойство для числа 12 и ещё для какого-нибудь числа по своему выбору.

106 Вставь вместо звёздочек подходящие цифры и сделай проверку:

1)
$$\begin{array}{r} 7 * 7 0 * 8 9 \\ + 1 * 4 3 * 0 5 * \\ \hline * 4 7 * 2 5 * 5 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} * 0 0 * 1 * 0 8 \\ - 5 * 1 7 5 * 2 \\ \hline 3 * 7 0 * 2 4 * \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} 1 * 0 * * \\ \times \quad * * 7 \\ \hline 9 1 * 6 \\ + * * * * * \\ \hline * * * * 3 * * 0 \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{r} 1 8 * 6 * 3 * 0 \\ - * * 2 \\ \hline * 1 * \\ - * * * \\ \hline 4 * 2 \\ - * * * \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 * \\ \hline * * * * * \end{array}$$



107 Построй математические модели задач:

1) У Вити было на 80 р. больше, чем у Маши. Когда Витя потратил половину своих денег, у него стало на 10 р. меньше, чем было у Маши. Сколько денег было у Маши и Вити вместе первоначально?

2) В трёх поселках живут 6000 жителей. Во втором поселке вдвое больше жителей, чем в первом, а в третьем на 500 жителей меньше, чем во втором. Сколько жителей во втором поселке?

3) Из города A в город B выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста на 30 км/ч меньше скорости мотоциклиста, поэтому он затратил на весь путь на 4 ч больше. С какой скоростью ехал мотоциклист, если расстояние между городами 90 км?

4) Пешеход должен был пройти 12 км за определённый срок, но он был задержан с выходом на 1 ч. Поэтому ему пришлось увеличить скорость на 1 км/ч. С какой скоростью шёл пешеход, если он пришёл вовремя?

108 Переменная x принимает значения из множества $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Зависимость y от x задаётся формулой: 1) $y = \frac{2x}{x+3}$; 2) $y = \frac{x+5}{3x}$. Найди множество значений переменной y и обозначь его A . Выпиши из множества A подмножество B правильных дробей.

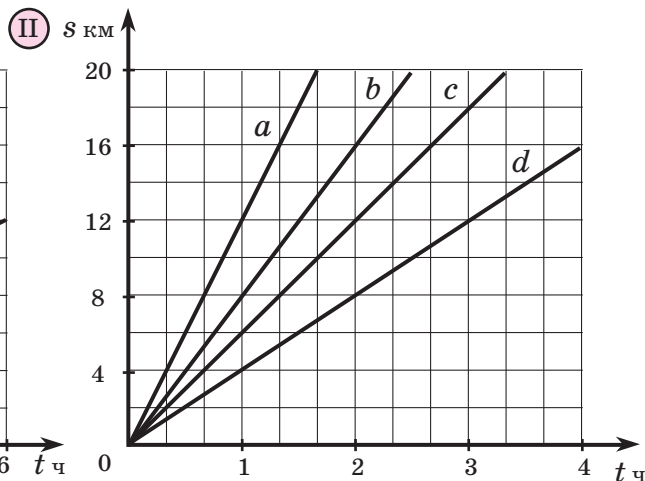
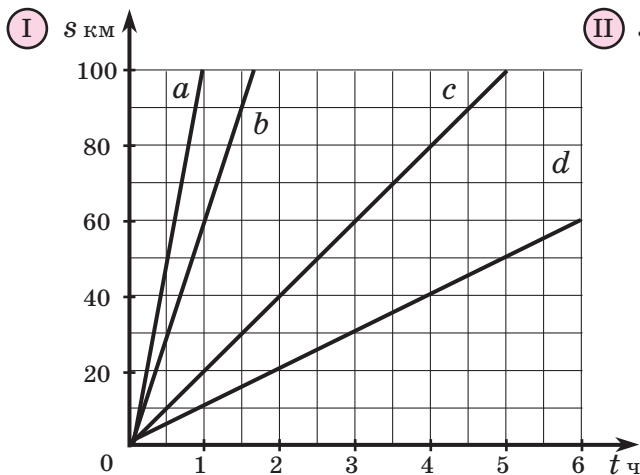
109 Старинные задачи

1) Один человек идет из первого города во второй и проходит в день по 40 верст, а другой человек идёт навстречу ему из второго города и в день проходит по 30 верст. Расстояние между городами 700 верст. Через сколько дней путники встретятся, если вышли одновременно?

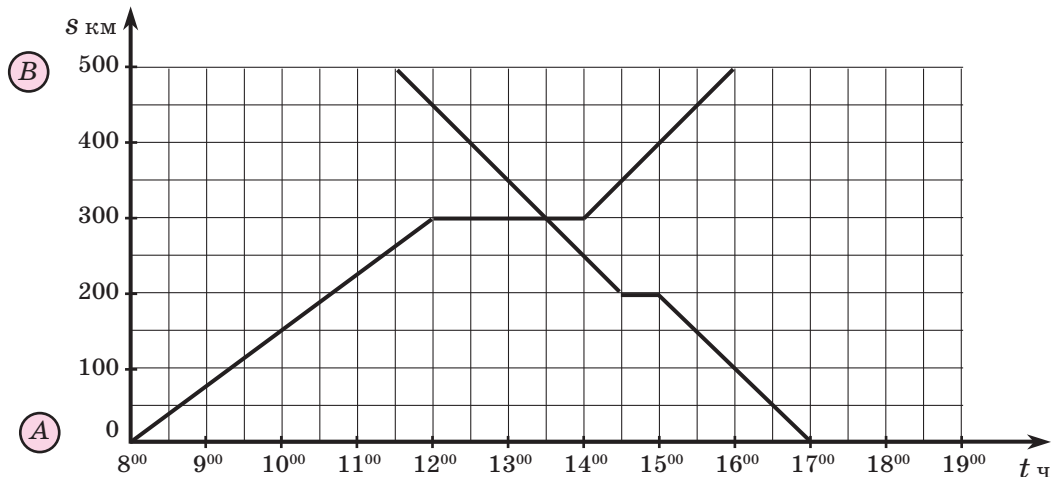
2) Некий юноша пошёл из Москвы в Вологду. Он проходил в день по 40 верст. Через день вслед за ним был послан другой юноша, проходивший в день по 45 верст. На каком расстоянии от Москвы второй юноша догнал первого?

3) Собака усмотрела в 150 саженьях зайца. Он пробегает в 2 минуты 500 сажен, а собака в 5 минут – 1300 сажен. Какое расстояние будет между собакой и зайцем через 10 мин? В какое время собака догонит зайца?

110 По графикам движения, приведённым на чертеже, определи скорость движения каждого объекта и запиши формулу, выражающую зависимость пройденного расстояния s от времени движения t .



111 На рисунке изображены графики движения двух автомобилей. Опиши по графикам их движение: время выезда, направление и скорость на всех участках пути, время и место их встречи, продолжительность остановок, время прибытия в пункт назначения.



112 Расстояние между пунктами A и B по шоссе 15 км. В 9 ч утра из A в B вышел пешеход со скоростью 4 км/ч. Через 1 ч 15 мин пути он сделал 45-минутный привал, а затем продолжил путь, снизив скорость до 3 км/ч. Пройдя 2 ч с этой скоростью, он сделал вторую остановку, которая длилась 15 мин, и оставшийся до пункта B путь вновь шёл со скоростью 4 км/ч.

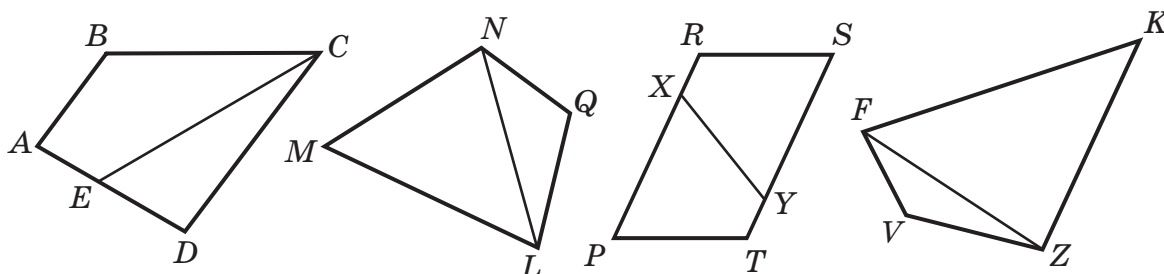
Из пункта B второй пешеход вышел навстречу первому в 10 ч утра со скоростью 6 км/ч. В 11 ч он сделал остановку на 45 мин. После остановки он шел до пункта A со скоростью 4 км/ч.

Построй графики движения пешеходов (1 ч – 4 клетки, 1 км – 1 клетка) и определи, когда и на каком расстоянии от пункта A произошла их встреча. Кто из них раньше пришел в пункт назначения и на сколько?

113 1) Прочитай определение и назови определяемое понятие:

Диагональю многоугольника называется отрезок, соединяющий любые две его несоседние вершины.

2) Какие из отрезков на чертеже являются диагоналями четырёхугольников? Сколько всего диагоналей у четырёхугольника? Можно ли отнести полученный вывод к прямоугольникам, квадратам? Почему?



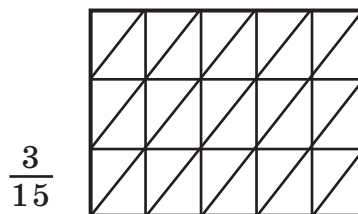
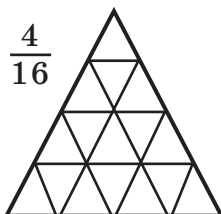
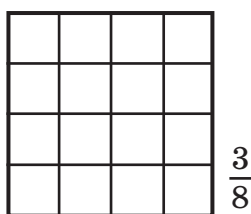
3*) Сколько диагоналей у пятиугольника, шестиугольника, семиугольника? Сформулируй *гипотезу* о числе диагоналей у n -угольника, проверь её для $n = 3, 4, 5, 6$ и попробуй обосновать. Пользуясь установленной закономерностью, найди число диагоналей 100-угольника, 1000-угольника.

114 Докажи равенство:

$$\frac{(20\ 844 : 18 - 3384 : 36) \cdot 205 - (255 - 48)^2 + 24\ 729}{240 \cdot 609 + 720 \cdot [114\ 240 : (266\ 000 : 4750) - 1531] - 1027 : 13 \cdot 160} = \frac{2}{5}.$$

Д

115 Перерисуй фигуры в тетрадь. Закрась части фигур, соответствующие указанным дробям. Какими ещё дробями можно выразить закрашенные части фигур? Запиши ответ с помощью равенств.



116 Запиши в тетрадь равенства, вставляя вместо букв подходящие числа. Расшифруй известное высказывание великого Галилея:

$$\frac{2}{3} = \frac{\text{Д}}{12}; \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{\text{Я}}; \quad \frac{3}{45} = \frac{4}{9}; \quad \frac{15}{25} = \frac{\text{В}}{5}; \quad \frac{5}{\text{К}} = \frac{35}{42};$$

$$\frac{\text{М}}{20} = \frac{1}{4}; \quad \frac{30}{\text{И}} = \frac{6}{11}; \quad \frac{5}{\text{Е}} = \frac{10}{14}; \quad \frac{1}{\text{А}} = \frac{18}{36}; \quad \frac{27}{30} = \frac{9}{\text{О}};$$

$$\frac{28}{44} = \frac{7}{\text{Ы}}; \quad \frac{2}{9} = \frac{\text{Р}}{18}; \quad \frac{35}{63} = \frac{5}{\text{Т}}; \quad \frac{\text{П}}{39} = \frac{6}{13}; \quad \frac{4}{15} = \frac{\text{Г}}{60}.$$

18	4	55	4	10	8	2

16	10	3	10	4	55	9

12	20	11	6	10	5

5	2	9	7	5	2	9	55	6	55



117 Сократи дроби:

1) используя признаки делимости: $\frac{105}{210}$, $\frac{1400}{600}$, $\frac{135}{162}$, $\frac{375}{500}$;

2) разложив сначала числитель и знаменатель на множители: $\frac{148}{592}$, $\frac{1386}{756}$.

118 Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями:

1) $\frac{3 \cdot 5 \cdot 28}{15 \cdot 49}$; 2) $\frac{12abd}{8bdx}$; 3) $\frac{m^2n}{6mn}$; 4) $\frac{29 \cdot 38 - 29 \cdot 23}{29 \cdot 60}$; 5) $\frac{3x + 3y}{21y}$.

119 Какую часть развёрнутого угла составляет угол: 1) 20°; 2) 30°; 3) 45°; 4) 60°; 5) 90°; 6) 120°; 7) 135°; 8) 150°? Проиллюстрируй ответ с помощью рисунков.

120 Приведи дроби с натуральными числителями и знаменателями к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{14}{75}$ и $\frac{8}{15}$; 3) $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{8}$; 5) $\frac{8}{105}$ и $\frac{7}{135}$; 7) $\frac{5}{2a}$ и $\frac{8}{3a}$;
 2) $\frac{9}{16}$ и $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{7}{32}$ и $\frac{13}{24}$; 6) $\frac{13}{25}$, $\frac{11}{15}$ и $\frac{3}{20}$; 8) $\frac{b}{8cd}$ и $\frac{n}{10d}$.

121 Приведи дроби с натуральными числителями и знаменателями к наименьшему общему знаменателю, сделав сначала сокращение:

1) $\frac{88}{275}$ и $\frac{36}{135}$; 2) $\frac{30}{540}$ и $\frac{875}{1750}$; 3) $\frac{8ab}{48bc}$ и $\frac{5bnk}{15cnk}$; 4) $\frac{9c - 9t}{9t}$ и $\frac{5a + 3a}{56at}$.

122 Найди неизвестные числа при следующих условиях:

- 1) Если из утроенного неизвестного числа вычесть 16, то получим 17.
- 2) Если к учетверённому неизвестному числу прибавить 39, то получим 67.
- 3) Если от удвоенного неизвестного числа отнять 125, то получим квадрат числа 5.
- 4) Если к неизвестному числу приписать справа нуль и новое число сложить с неизвестным, то в сумме получится 484.

123 Реши уравнение:

$$1) [(185 - 5x) \cdot 15 - 90] : 45 = 58;$$

$$2) [(8y - 98) : 2 + 56] \cdot 36 - 268 = 2000.$$

124 Найди множество A значений переменной x , при которых одновременно дробь $\frac{x}{7}$ будет правильной, а дробь $\frac{x}{4}$ – неправильной.

125 Построй математическую модель задачи:

1) В двух библиотеках 2280 книг. Когда первая библиотека передала второй 180 книг, во второй библиотеке оказалось книг в 2 раза больше, чем в первой. Сколько книг было первоначально в каждой библиотеке?

2) Экскурсанты переправлялись через реку в лодках. Если бы в каждую лодку село по 6 человек, то не хватило бы места для 4 человек. Если бы в каждую лодку село по 8 человек, то одна лодка оказалась бы свободной. Сколько было лодок и сколько экскурсантов?

3) Трое рабочих сделали 105 тумбочек. Первый рабочий сделал в 2 раза больше тумбочек, чем второй и третий вместе, а второй рабочий – на 5 больше, чем третий. Сколько тумбочек сделал каждый?

126 Числовой кроссворд.

По вертикали:

a. $1985 \cdot 4070$

b. $54\,987\,480 : 687$

c. $1058 \cdot 2009$

d. $47\,569\,020 : 634$

e. $3600 \cdot 780$

По горизонтали:

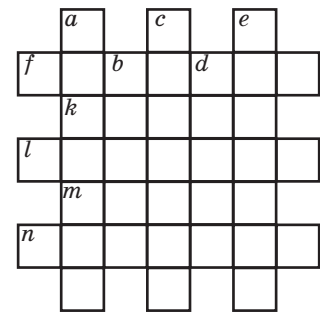
f. $5707 \cdot 540$

k. $540\,222\,500 : 7690$

l. $2\,930\,549 + 1\,874\,536$

m. $5\,555\,555 - 5\,461\,025$

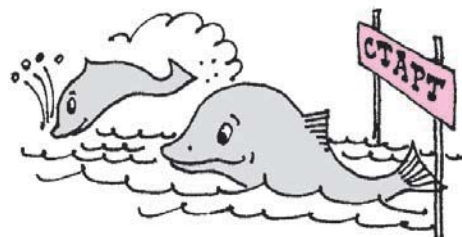
n. $17\,375 \cdot 144$



127 1) Из двух городов, расстояние между которыми 232 км, одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Через 8 ч они встретились. Вычисли скорость второго велосипедиста, если первый ехал со скоростью 15 км/ч.

2) В 9 ч утра из поселка выехал автобус со скоростью 56 км/ч, а через час из того же поселка, но в противоположном направлении, выехал автомобиль со скоростью 72 км/ч. На каком расстоянии друг от друга окажутся автомобиль и автобус в полдень?

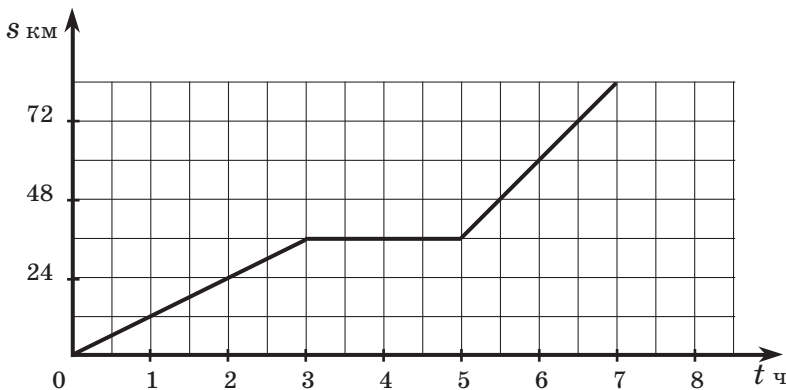
3) Два дельфина плывут в одном направлении. Скорость одного дельфина 200 м/мин, а другого – 300 м/мин. Сейчас между ними 700 м. На каком расстоянии друг от друга будут дельфины через 5 мин? Запиши формулу, выражающую зависимость расстояния между дельфинами d от времени движения t . (Рассмотри 2 случая.)



128 Докажи истинность высказывания:

$$\frac{207 \cdot 32 : 72 - (21\,140 : 7 - 43 \cdot 70)}{(4800 : 120 + 360) \cdot 8 : 10 - (503^2 - 3009) : 5000} \leq \frac{1}{3}.$$

129 На рисунке изображен график зависимости пути велосипедиста s от времени его движения t :



- 1) Сколько времени ехал велосипедист до первой остановки?
- 2) Какой путь он проехал до остановки?
- 3) Сколько времени велосипедист отдыхал?
- 4) С какой скоростью ехал велосипедист до остановки и после остановки?

130 Запиши в возрастающем порядке три дроби: а) с одинаковыми числителями; б) с одинаковыми знаменателями.

c 131* Последовательность (a_n) задана своими первыми тремя членами: 123456, 1234567, 12345678, ... Запиши и прочитай её четвёртый, пятый, шестой и десятый члены — a_4, a_5, a_6, a_{10} — при сохранении указанной закономерности.

132* Числа 100 и 90 разделили на одно и то же число. В первом случае получили в остатке 4, а во втором — 18. На какое число делили?

133* Когда Гулливер попал в Лилипутию, он обнаружил, что там размеры всех вещей ровно в 12 раз меньше, чем на его родине. Сколько лилипутских спичечных коробков поместится в спичечный коробок Гулливера?

134* Океанологи, проводя исследования в специально огороженной части водоёма, выловили сетью 80 рыбин, поместили их и снова выпустили. На второй день они поймали 80 рыбин, среди которых оказалось 5 помеченных. Сколько всего рыбин в запруде, если помеченная рыба равномерно распределяется с остальной?



3. Сравнение дробей.

Как и натуральные числа, дроби можно сравнивать друг с другом. Проще всего сравнивать дроби с одинаковыми знаменателями.

Два правила сравнения дробей известны нам из начальной школы. Они следуют из самого понятия дроби. Действительно, если мы, например, делим некоторую сумму денег на несколько равных частей, то чем больше мы возьмем таких частей, тем больше денег нам достанется. Так, $\frac{2}{5} < \frac{4}{5}$. И вообще,

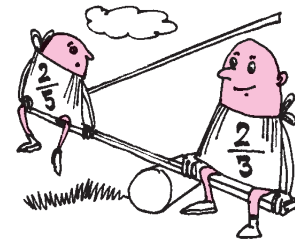


Из двух дробей с одинаковыми знаменателями меньше та дробь, у которой числитель меньше.

Легко сравнить и две дроби с одинаковыми числителями. Если мы делим предмет на большее число частей, то каждая часть получается меньше.

Например, $\frac{1}{5} < \frac{1}{3}$. Но тогда и *несколько* «маленьких» частей вместе меньше, чем такое же количество «больших» частей: $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$. И вообще,

Из двух дробей с одинаковыми числителями меньше та дробь, у которой знаменатель больше.



Но как сравнить две дроби, у которых и знаменатели и числители различны? Оказывается, это также несложно: благодаря *основному свойству дроби* мы всегда можем добиться, чтобы данные дроби имели или один и тот же знаменатель, или один и тот же числитель.

Сравним, например, $\frac{4}{9}$ и $\frac{5}{12}$. Приведём их к наименьшему общему знаменателю 36: $\frac{4}{9} = \frac{4 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{16}{36}$, $\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{15}{36}$. Так как $\frac{16}{36} > \frac{15}{36}$, то и $\frac{4}{9} > \frac{5}{12}$.

Ещё проще было привести эти дроби к общему числителю:

$$\frac{4}{9} = \frac{20}{45}, \quad \frac{5}{12} = \frac{20}{48}.$$

Ясно, что первая дробь больше – при равных числителях у нее знаменатель меньше.

Приведение к одинаковому числителю особенно полезно в случае, когда знаменатели дробей большие. Например, дроби $\frac{12}{331}$ и $\frac{6}{211}$ можно сравнить устно, если привести их к одинаковому числителю 12. Очевидно, что первая дробь больше, так как $\frac{12}{331} > \frac{12}{422}$.

Существует ещё ряд «хитрых» приемов, с помощью которых можно просто сравнить две дроби. Например:

1) $\frac{112}{113} < \frac{113}{112}$, потому что первая дробь меньше 1, а вторая больше 1;

2) $\frac{23}{45} > \frac{33}{67}$, потому что первая дробь больше $\frac{1}{2}$, а вторая меньше $\frac{1}{2}$;

3) $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \dots < \frac{2008}{2009}$, потому что все данные дроби меньше 1 и отличаются от нее соответственно на $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{2009}$. Иначе говоря, дроби последовательно приближаются к 1, и поэтому каждая следующая дробь больше предыдущей. Особенно хорошо это видно на числовом луче.

Сформулируем теперь **общее правило сравнения**, пригодное для любых дробей с натуральными числителями и знаменателями:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc$$

Обосновать это правило нетрудно. В самом деле, по основному свойству дроби $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$, $\frac{c}{d} = \frac{bc}{bd}$. Но $\frac{ad}{bd} < \frac{bc}{bd}$ равносильно $ad < bc$ – по правилу сравнения дробей с одинаковыми знаменателями. Аналогичное правило получается и для знака «>».

Общее правило сравнения дробей очень удобно, так как для его применения достаточно лишь перемножить и сравнить натуральные числа. Но кто рискнет с его помощью сравнить 2008 дробей, рассмотренных выше? Поэтому, прежде чем применять общее правило, всегда полезно подумать и попробовать найти более короткий путь.

Из полученного общего правила сравнения дробей следует важное **условие равенства дробей**:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

Действительно, если при таком «перекрестном» умножении числителей и знаменателей полученные произведения оказались равными, то это означает, что ни одна из дробей не больше и не меньше другой, а значит, дроби равны.



Теперь мы можем легко сравнивать смешанные числа. При этом даже не нужно переводить их в неправильные дроби, например:

$$12 \frac{3}{8} < 13 \frac{13}{41}, \text{ потому что } 12 \frac{3}{8} < 13;$$

$$12 \frac{3}{8} > 12 \frac{2}{7}, \text{ потому что } \frac{3}{8} > \frac{2}{7}.$$

Так можно сравнить любые две смешанные дроби.

К 135 Что меньше: $\frac{5}{9}$ или $\frac{8}{9}$? Что больше: $\frac{3}{8}$ или $\frac{7}{8}$? Запиши, пользуясь знаком равносильности, правило сравнения дробей с одинаковыми знаменателями.

136 Сравни дроби, приводя их к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{7}{12}$ и $\frac{5}{9}$; б) $\frac{11}{18}$ и $\frac{8}{15}$; в) $\frac{10}{27}$ и $\frac{7}{24}$; г) $\frac{25}{56}$ и $\frac{23}{48}$.

137 Приведи дроби $\frac{1}{6}, \frac{7}{15}, \frac{1}{12}, \frac{3}{10}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}$ к наименьшему общему знаменателю и расположи их: а) в порядке возрастания; б) в порядке убывания.

138 Существует ли число, расположенное между числами:

а) $\frac{1}{5}$ и $\frac{4}{5}$; б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{3}{7}$; в) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$; г) $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{7}$?

139 Найди несколько значений x , удовлетворяющих неравенству:

а) $\frac{1}{6} < x < \frac{1}{5}$; б) $\frac{4}{9} < x < \frac{5}{9}$. Сколько существует таких чисел?

140 Объясни, не приводя дроби к общему знаменателю, почему $\frac{1}{2} > \frac{1}{10}$, $\frac{3}{17} < \frac{3}{5}$. Запиши, пользуясь знаком равносильности, правило сравнения дробей с одинаковыми числителями.

141 Сравни дроби, приводя их к наименьшему общему числителю:

а) $\frac{9}{125}$ и $\frac{3}{43}$; б) $\frac{2}{111}$ и $\frac{5}{307}$; в) $\frac{4}{1001}$ и $\frac{6}{2005}$; г) $\frac{1}{750}$ и $\frac{2}{1429}$.

142 Приведи дроби $\frac{2}{9}, \frac{6}{41}, \frac{2}{11}, \frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{2}{7}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ к наименьшему общему числителю и расположи их: а) в порядке возрастания; б) в порядке убывания.

143 Определи, какая из дробей ближе к единице, и сравни их:

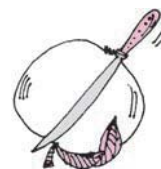
а) $\frac{8}{9}$ и $\frac{15}{16}$; б) $\frac{20}{21}$ и $\frac{17}{18}$; в) $\frac{93}{95}$ и $\frac{37}{39}$; г) $\frac{120}{123}$ и $\frac{85}{88}$.

144 Расположи дроби в порядке возрастания: а) $\frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{9}{10}, \frac{8}{9}$; б) $\frac{3}{7}, \frac{1}{5}, \frac{11}{15}, \frac{55}{59}$.

145 Сравни с числом $\frac{1}{2}$ дроби: $\frac{3}{8}, \frac{10}{19}, \frac{22}{45}, \frac{41}{80}, \frac{245}{504}$.

146 Укажи наибольшую и наименьшую из дробей. Запиши дроби в порядке убывания.

а) $\frac{11}{20}, \frac{21}{40}, \frac{31}{60}$; б) $\frac{13}{24}, \frac{9}{16}, \frac{11}{20}$; в) $\frac{23}{48}, \frac{17}{36}, \frac{35}{72}$.



147 Сравни дроби наиболее удобным способом:

- 1) $\frac{13}{25}$ и $\frac{27}{50}$; 3) $\frac{6}{59}$ и $\frac{3}{29}$; 5) $\frac{19}{7}$ и $\frac{7}{19}$; 7) $5\frac{41}{98}$ и $7\frac{43}{100}$;
 2) $\frac{15}{77}$ и $\frac{10}{33}$; 4) $\frac{1}{64}$ и $\frac{2}{135}$; 6) $\frac{35}{36}$ и $\frac{36}{37}$; 8) $6\frac{9}{25}$ и $6\frac{8}{11}$.

148 Сравни дроби, пользуясь общим правилом сравнения дробей:

- а) $\frac{8}{25}$ и $\frac{4}{11}$; б) $\frac{9}{11}$ и $\frac{5}{7}$; в) $\frac{5}{13}$ и $\frac{9}{21}$; г) $\frac{7}{20}$ и $\frac{11}{30}$; д) $\frac{4}{45}$ и $\frac{3}{37}$.

Образец: $\frac{8}{25} \vee \frac{4}{11} \Leftrightarrow 8 \cdot 11 \vee 25 \cdot 4 \Leftrightarrow 88 \vee 100.$

$$88 < 100 \Rightarrow \frac{8}{25} < \frac{4}{11}.$$

(Символ \vee означает, что вместо него должен стоять один из знаков: $>$, $<$ или $=$.)

149 Из чисел ряда 3, 4, 9, 10 составь две дроби и сравни их наиболее удобным способом. Как ещё можно сравнить эти дроби?

150 Известно, что a, b, c и d – натуральные числа, причем $a < b < c < d$. Сравни дроби:

- 1) $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$; 2) $\frac{d}{c}$ и $\frac{c}{d}$; 3) $\frac{c}{a}$ и $\frac{b}{d}$; 4) $\frac{a}{d}$ и $\frac{c}{b}$.

151 Найди x , если известно, что дроби равны:

- а) $\frac{x}{25}$ и $\frac{12}{15}$; б) $\frac{9}{24}$ и $\frac{x}{32}$; в) $\frac{18}{x}$ и $\frac{8}{16}$; г) $\frac{14}{21}$ и $\frac{22}{x}$.

Образец:

$$\frac{16}{x} = \frac{6}{15} \Leftrightarrow 16 \cdot 15 = x \cdot 6 \Leftrightarrow x = \frac{16 \cdot 15}{6} \Leftrightarrow x = 40.$$

152 1) Митя записал дробь, знаменатель которой на 12 больше числителя, и после сокращения получил дробь $\frac{5}{6}$. Какую дробь записал Митя?

2) Ира задумала число, прибавила его к числителю и знаменателю дроби $\frac{11}{41}$, затем сократила полученную дробь и получила в результате $\frac{3}{8}$. Какое число задумала Ира?

153 1) 10 шагов Тани составляют 9 м, а 20 шагов Кати – 17 м. Чей шаг короче – Тани или Кати?

2) Алеша, Толя и Саша играли в баскетбол. Алеша сделал 5 бросков и попал 3 раза, Толя из 9 бросков попал 5 раз, а Саша из 15 бросков – 7 раз. Кто из мальчиков был более метким?



154 1) Автобус проезжает расстояние от города до деревни за 6 ч, а автомобиль – за 4 ч. Кто из них проедет большее расстояние – автобус за 5 ч или автомобиль за 3 ч?

2) Трёхметровое бревно распилили на 7 равных частей, а пятиметровое – на 9. Части какого бревна длиннее?

155 Лев Толстой как-то заметил, что человек подобен дроби, числитель которой есть то, что человек представляет собой, а знаменатель – то, что он думает о себе. Как ты считаешь, какой дробью, правильной или неправильной, лучше быть? А себя ты какой дробью считаешь?

π 156 Найди общие утверждения и утверждения о существовании (типа «хотя бы один»). Докажи или опровергни их.

1) Существует правильная дробь со знаменателем 2.

2) Существует неправильная дробь с числителем 2.

3) Любая правильная дробь меньше любой неправильной.

4) Две дроби с равными знаменателями равны.

5) Дробь, числитель и знаменатель которой кратны 5, сократима.

6) Дробь сократима *тогда и только тогда*, когда её числитель и знаменатель кратны 5.

7) Дробь сократима *в том и только в том случае*, когда её числитель кратен знаменателю.

8) Дробь сократима, *если и только если* наибольший общий делитель числителя и знаменателя больше 1.

157 Прочитай высказывания. Найди и опровергни ложные высказывания. Докажи истинность остальных высказываний.

1) $\exists x \in \mathbb{N}: x < \frac{1}{2}$; 3) $\exists a, b \in \mathbb{N}: a^2 - b^2 = 7$;

2) $\exists y \in \mathbb{N}: y > \frac{1}{2}$; 4) $\exists a, b \in \mathbb{N}: (a - b)^2 = 7$.

158 Переведи на математический язык следующие утверждения, если буквами в них обозначены натуральные числа.

1) Число k кратно 4.

2) Число d кратно 5.

3) Число t чётно.

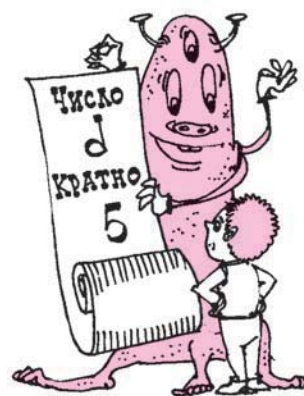
4) Число n нечётно.

5) При делении числа a на число b получается частное 3 и остаток 8.

6) При делении числа c на 9 получается частное q и остаток 1.

7) Существуют 2 натуральных числа, сумма квадратов которых меньше 20.

8) Существуют 2 натуральных числа, квадрат суммы которых равен 64.



159 Реши примеры и уравнения. Расшифруй имя английского писателя конца XIX века и название одного из самых известных его произведений.

- С) $(52 : 13 + 7) \cdot 3$ Р) $(600 : 5 - 72) : 8 \cdot 60$ П) $80x - 540 = 180$
 Н) $(12 - 5) \cdot 8 : 1$ О) $(90 - 450 : 9) : 8 \cdot 6$ И) $150 - 630 : x = 60$
 К) $81 : (36 : 4) + 45$ Т) $200 : [(21 \cdot 7 + 13) : 40]$ Ю) $(260 - x) : 6 = 30$
 Ь) $(40 \cdot 8) : 2 : 5$ Б) $[(420 : 7 \cdot 9 - 50) : 70] \cdot 6$ В) $(x : 7) \cdot 50 - 75 = 175$
 Л) $(7 \cdot 4 - 27 : 3) \cdot 2$ Е) $32 - (70 \cdot 9 - 390) : 60$ Ш) $360 : (8x + 7x) = 6$

360	30	42	28	360	50

38	32	80	7	33

33	50	7	35	28	56	33	30	56

30	33	50	360	30	35

33	30	54	360	30	35	7	4

160 Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями:

- а) $\frac{70}{105}$; в) $\frac{3 \cdot 14 \cdot 62}{31 \cdot 10 \cdot 27}$; д) $\frac{8xyz}{24yz}$; ж) $\frac{n^2 + 2n}{12n}$;
 б) $\frac{750}{1200}$; г) $\frac{56 \cdot 15 \cdot 38}{75 \cdot 16 \cdot 57}$; е) $\frac{30a^2}{12ab}$; з) $\frac{6a - 6b}{12}$.

161 Приведи к общему знаменателю дроби и найди их сумму ($a, b, c, d \in N$):

- а) $\frac{4}{3}$ и $\frac{5}{a}$; б) $\frac{3}{a}$ и $\frac{2}{b}$; в) $\frac{a}{2}$ и $\frac{2}{b}$; г) $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$.

Из примера г) выведи правило сложения дробей и сложи по этому правилу дроби $\frac{1}{6}$ и $\frac{3}{8}$. Можно ли упростить полученную дробь?

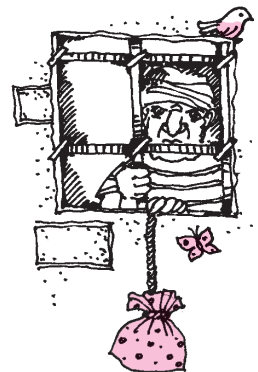
162 Сумма всех чисел в клетках квадрата равна 10. Какое число надо поставить вместо знака вопроса?

$2\frac{1}{7}$	$5\frac{4}{7}$
$\frac{3}{7}$?

$1\frac{4}{5}$	$3\frac{2}{5}$
?	$2\frac{1}{5}$

$\frac{5}{9}$?
$2\frac{7}{9}$	$1\frac{2}{9}$

?	$6\frac{8}{11}$
$\frac{2}{11}$	$2\frac{5}{11}$

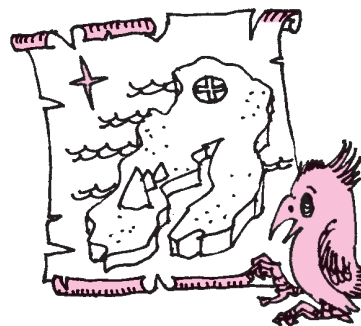


163 Найди значение выражения:

- 1) $a + 1\frac{5}{9} + 2\frac{7}{9} + \frac{2}{9}$, если $a = \frac{4}{9}, 1\frac{7}{9}, 2\frac{1}{9}$;
 2) $b + \frac{8}{15} + 4\frac{1}{15} + 3\frac{7}{15}$, если $b = 5, 6\frac{11}{15}, 7\frac{4}{15}$.

164 Игра «Остров сокровищ»

1) На острове сокровищ была пещера, в которой Флинт спрятал свои сокровища. Вход в пещеру был тщательно замаскирован, и найти его мог только старый пират Бен Ган. Перед смертью Бен Ган решил оставить для потомков зашифрованное письмо с описанием системы координат. Далее с помощью координат он зашифровал место, где спрятан клад:



Пещера с сокровищами находится в точке пересечения диагоналей четырехугольника, образованного четырьмя дубами:
(0; 1), (2; 7), (8; 5), (5; 1).

Определи координаты входа в пещеру.

2) Нанеси на карту объекты: *A* – форт, *B* – бухта, *C* – склад, *D* – водопад, *E* – гора, *F* – форт, *N* – наблюдательная вышка и ещё два каких-нибудь объекта *M* и *K*. Опиши их положение с помощью координат и сообщи эти координаты товарищу по парте. Пусть он восстановит твою карту, а ты, в свою очередь, восстанови его карту. Кто сумел правильнее расшифровать местонахождение зашифрованных объектов?

165 1) Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми равно 96 км. Скорость первого велосипедиста 15 км/ч. Чему равна скорость второго велосипедиста, если велосипедисты встретились через 3 ч? Какое расстояние будет между велосипедистами через 2 ч после встречи, если они продолжают движение?

2) По шоссе в одном направлении едут автомобиль и автобус. Автобус движется впереди со скоростью 60 км/ч, а автомобиль догоняет его со скоростью 75 км/ч. Сейчас между ними 45 км. Через сколько времени автомобиль перегонит автобус на 30 км?

166 Из двух городов, расстояние между которыми 320 км, одновременно навстречу друг другу выехали два мотоциклиста. Скорость первого мотоциклиста равна 45 км/ч, а скорость второго составляет $\frac{7}{9}$ скорости первого. Пусть

d км – расстояние между мотоциклистами через t ч после выезда. Составь формулу, задающую зависимость d от t , рассмотрев два случая:

- мотоциклисты ещё не встретились;
- встреча мотоциклистов уже произошла, но они продолжают движение.

167 Построй математическую модель задачи:

1) Вася идёт из дома в школу. Если бы он шёл со скоростью на 20 м/мин больше, то пришёл бы в школу на 4 мин раньше, а если бы его скорость была на 12 м/мин меньше, он пришёл бы в школу на 4 мин позже. С какой скоростью идёт Вася, если расстояние от дома до школы 440 метров?

2) Расстояние между двумя пешеходами, идущими навстречу друг другу, 720 м. Скорость одного из них на 8 м/мин больше скорости другого. Найти скорость пешеходов, если известно, что они встретились через 6 мин.

3) Две лодки плывут по реке в одном направлении. Скорость лодки, плывущей впереди, составляет 80% скорости лодки, плывущей сзади. За 15 мин расстояние между ними уменьшилось с 800 м до 200 м. С какой скоростью плывут лодки?

168 Рассмотрим выражение: $10 - 2 + 4 - 1 + 5 - 7 - 2 + 11$. Как изменяет число 10 каждое действие? Сколько раз увеличивали число 10 и на сколько увеличили всего? Сколько раз уменьшали число 10 и на сколько уменьшили всего? Как изменится число 10 в результате всех операций? Зависит ли ответ от порядка, в котором эти операции выполняются?

169 Используя предыдущее задание, проанализируй образец и определи способ вычислений. Найди значения данных выражений таким же способом.

а) $18 + 9 - 2 - 4 + 6 - 8 - 1 + 5 - 4$; в) $64 + 79 - 28 - 4 + 21 - 42 + 6 + 9 - 16$;

б) $30 - 7 - 4 + 9 - 6 + 3 + 7 - 8 + 2$; г) $45 - 26 - 3 + 17 + 20 - 24 + 5 + 3 - 8$.

Образец:

$$25 + \underline{27} - \underline{\underline{16}} - \underline{\underline{9}} + \underline{3} - \underline{\underline{4}} - \underline{\underline{11}} = 15$$

1) $27 + 3 = 30 (+)$

3) $40 - 30 = 10 (-)$

2) $16 + 9 + 4 + 11 = 40 (-)$

4) $25 - 10 = 15$



170 1) На первых трёх этажах шестиэтажного дома проживает 85 человек. На четвёртом этаже на 4 жильца больше, чем на первом, на пятом – на 7 жильцов меньше, чем на втором, а на шестом – на 8 больше, чем на третьем. Сколько всего жильцов в этом доме?

2) В поезде 8 вагонов. В первых четырёх едут 129 человек, в пятом вагоне на 3 человека больше, чем в первом, в шестом – на 5 человек меньше, чем во втором, а в седьмом и восьмом вагонах вместе столько же, сколько в третьем и четвёртом. Сколько всего пассажиров в этом поезде?

171 Сравни дроби:

$$\frac{47\,428\,440 : 948 \cdot 56 - [(908^2 - 908 \cdot 2) : 24 - 32\,597]}{[(5689 \cdot 7002) : 3501 + (40\,280 - 39\,572)^2 + 87\,358] \cdot 4} \quad \text{и} \quad 1\frac{1}{3}.$$

Д

172 Сравни дроби $\frac{4}{105}$ и $\frac{7}{120}$, приведя их: 1) к общему знаменателю; 2) к общему числителю.

- 173** а) Переведи смешанные числа в неправильные дроби и расположи их в порядке возрастания, сопоставив соответствующим буквам:

$$2\frac{3}{16}, 1\frac{6}{29}, 1\frac{9}{26}, 3\frac{8}{9}, 11\frac{2}{3}, 2\frac{9}{13}, 2\frac{11}{12}, 17\frac{1}{2}, 2\frac{1}{17}, 3\frac{2}{11}, 4\frac{3}{8}, 8\frac{3}{4}, 1\frac{11}{24}, 5\frac{5}{6}, 1\frac{8}{27}$$

К А Т Н Л О Н Ь Р А Д Й У О Р

- б) Выдели целую часть из неправильных дробей и расположи полученные смешанные числа в порядке убывания, сопоставив их соответствующим буквам:

$$\frac{13}{5}, \frac{53}{10}, \frac{52}{9}, \frac{23}{5}, \frac{49}{8}, \frac{35}{9}, \frac{35}{11}, \frac{12}{5}, \frac{31}{9}, \frac{5}{4}, \frac{33}{5}, \frac{31}{7}, \frac{7}{4}, \frac{35}{8}, \frac{51}{8}, \frac{6}{5}, \frac{57}{10}$$

В А А Б Б К Р И Е Е С А Л С О Й К

Расшифруй имя английского писателя конца XIX – начала XX века и название одного из его произведений.

- 174** Сравни дроби наиболее удобным способом:

1) $\frac{4}{5}$ и $\frac{17}{20}$; 3) $\frac{2007}{2008}$ и $\frac{2008}{2009}$; 5) $\frac{9}{11}$ и $\frac{4}{5}$;

2) $\frac{2}{91}$ и $\frac{4}{179}$; 4) $\frac{12345}{67890}$ и $\frac{98765}{43210}$; 6) $8\frac{1}{3}$ и $4\frac{2}{3}$.



- 175** Сократи дроби, а затем сравни их:

1) $\frac{52}{260}$ и $\frac{15}{195}$; 2) $\frac{7 \cdot 15 \cdot 48}{25 \cdot 49 \cdot 24}$ и $\frac{8 \cdot 81 \cdot 59}{59 \cdot 45 \cdot 16}$.

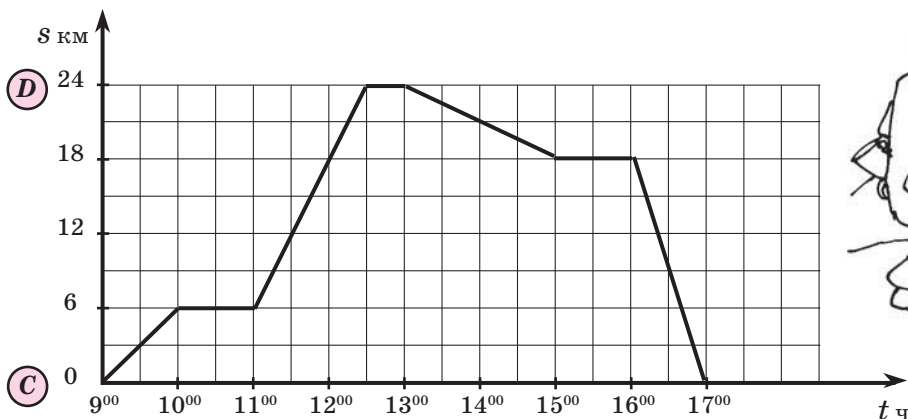
- 176** В 4-литровую кастрюлю с водой хозяйка бросила три столовые ложки соли, а в 3-литровую – две. Где раствор оказался более солёным?

- 177** По реке движется моторный катер со скоростью 225 м/мин, а впереди него в том же направлении плывет экскурсионный теплоход, скорость которого составляет $\frac{2}{3}$ скорости катера. Каким станет расстояние между теплоходом и катером через 15 мин, если сейчас между ними 3 км? Через сколько времени катер догонит теплоход? На каком расстоянии они окажутся через 10 мин после встречи, если будут продолжать движение?

- 178** Собака, почуяв приближение хозяина, побежала ему навстречу, когда он находился на расстоянии 150 м от дома. Через 10 с расстояние между ними сократилось до 50 м. С какой скоростью шел хозяин, если скорость собаки на 8 м/с больше скорости хозяина?



- 179** 1) По графику опиши движение путешественников (определи скорость и направление их движения на всех участках пути, количество и продолжительность остановок, продолжительность всего маршрута).



- 2) Как, не выполняя вычислений, определить, на каком участке пути скорость движения была наибольшей, а на каком – наименьшей?
 3) На каком расстоянии от пункта С находились туристы через 3 ч после выхода? На каком расстоянии были они в это время от пункта D?
 4) В котором часу находились туристы на расстоянии 12 км от пункта С?

- 180** Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями и приведи их к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{12}{32}$, $\frac{25}{80}$ и $\frac{222}{333}$; б) $\frac{5abd}{35ab}$ и $\frac{4xy}{2x^2}$.

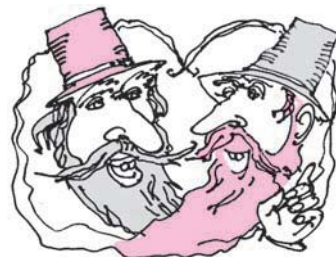
- 181** Построй многоугольник $A_1A_2 \dots A_{28}$ по координатам его вершин:
 $A_1(2; 14), A_2(4; 14), A_3(4; 15), A_4(5; 15), A_5(5; 16), A_6(6; 16), A_7(6; 9), A_8(13; 9),$
 $A_9(13; 10), A_{10}(14; 10), A_{11}(14; 0), A_{12}(13; 0), A_{13}(13; 6), A_{14}(12; 6), A_{15}(12; 0),$
 $A_{16}(11; 0), A_{17}(11; 6), A_{18}(6; 6), A_{19}(6; 0), A_{20}(5; 0), A_{21}(5; 6), A_{22}(3; 6), A_{23}(3; 3),$
 $A_{24}(2; 3), A_{25}(2; 7), A_{26}(4; 7), A_{27}(4; 12), A_{28}(2; 12), A_1.$

Что получилось?

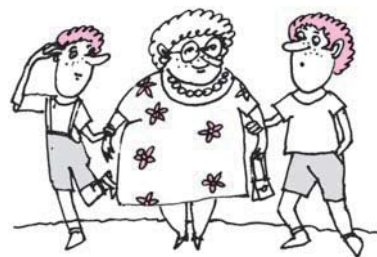
- 182** Сравни дроби:

$$\frac{[(90\,480 \cdot 364) : 312 : 104 : 29] \cdot (70\,000 - 69\,942 + 2)^2}{[1\,022\,200 : 3800 - (197\,745\,600 : 2080 - 18\,899) : 4009] \cdot 1092} \quad \text{и} \quad \frac{6}{7}.$$

- 183*** В сказочной стране Перра-Терра среди прочих обитателей проживают Карабасы и Барабасы. Каждый Карабас знаком с девятью Барабасами, а каждый Барабас знаком с десятью Карабасами. Кого в этой стране больше – Карабасов или Барабасов?



184* Тётушке Маше на три года меньше, чем Саше вместе с его ровесником Пашей. Сколько лет было Саше в то время, когда тётушке Маше было столько, сколько сейчас Паше?



185* Сравни дроби:

а) $\frac{41}{61}$ и $\frac{411}{611}$; б) $\frac{200200201}{200200203}$ и $\frac{300300301}{300300304}$.

Задачи для самопроверки.

186 Запиши цифрами число: семь миллиардов сорок два миллиона пятьдесят шесть тысяч тридцать девять. Запиши предыдущее и последующее числа.

187 Сравни числа: а) 58 072 318 и 694 899; б) 35 240 648 и 35 240 715.

188 Вычисли: $[7070 \cdot 309 - 230 \cdot (168\,324 : 156) + 63\,540] : 2500$.

189 Сократи дробь $\frac{1485}{450}$ и выдели из нее целую часть.

190 Представь число $4\frac{5}{12}$ в виде дроби.

191 Приведи дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{8}{9}$ и $\frac{11}{18}$; б) $\frac{4}{15}$ и $\frac{3}{7}$; в) $\frac{7}{24}$ и $\frac{13}{30}$.



192 Сравни дроби:

а) $\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{8}$; б) $\frac{17}{30}$ и $\frac{2}{3}$; в) $\frac{79}{68}$ и $\frac{5}{113}$; г) $\frac{11}{12}$ и $\frac{19}{20}$; д) $2\frac{3}{16}$ и $2\frac{9}{16}$.

193 Реши уравнение:

1) $x + \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$; 2) $x - 2\frac{5}{7} = 1\frac{4}{7}$; 3) $6\frac{4}{9} - x = \frac{5}{9}$.

194 1) Отцу 42 года, а возраст сына составляет $\frac{2}{7}$ возраста отца. Сколько лет сыну?

2) В одном отрезке a м ткани, что составляет 30% длины второго отрезка. Чему равна длина второго отрезка?

3) Какую часть тонны составляют 125 кг?

195 С двух станций, расстояние между которыми 960 км, одновременно навстречу друг другу вышли два поезда – пассажирский и товарный. Скорость пассажирского поезда 90 км/ч, а товарного – на 20 км/ч меньше. Какое расстояние будет между поездами через 2 ч после выхода?

196 Из деревни в город вышел пешеход со скоростью 80 м/мин. Через 20 мин вслед за пешеходом выехал велосипедист, который догнал пешехода уже через 10 мин. С какой скоростью ехал велосипедист?

§ 2. Арифметика дробей

1. Сложение и вычитание дробей.

Складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями мы научились еще в начальной школе. Для сложения таких дробей нужно сложить числители, а знаменатель оставить прежним. На математическом языке это правило записывается следующим образом:

$$\text{Для любых натуральных чисел } a, b, c: \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}.$$

Аналогично, но чуть сложнее записывается правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

$$\text{Для любых натуральных чисел } a, b, c \text{ при } a \geq b: \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}.$$

Что же касается дробей с разными знаменателями, то для их сложения или вычитания достаточно привести их к одному знаменателю. А это можно сделать на основании основного свойства дроби, например:

$$1) \frac{\overset{3}{9}}{10} + \frac{\overset{2}{14}}{15} = \frac{27 + 28}{30} = \frac{55}{30} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}; \quad 2) \frac{\overset{7}{5}}{6} - \frac{\overset{3}{9}}{14} = \frac{35 - 27}{42} = \frac{8}{42} = \frac{4}{21}.$$

В ответе дробь обычно приводят к несократимому виду, а из неправильной дроби выделяют целую часть.

Для сложения и вычитания дробей верны изученные ранее свойства этих действий. Их использование иногда позволяет упрощать вычисления, например:

$$1) \frac{4}{99} + \frac{8}{25} + \frac{95}{99} + \frac{7}{25} = \left(\frac{4}{99} + \frac{95}{99}\right) + \left(\frac{8}{25} + \frac{7}{25}\right) = \frac{99}{99} + \frac{15}{25} = 1 + \frac{3}{5} = 1\frac{3}{5};$$

$$2) \left(\frac{5}{6} + \frac{17}{49}\right) - \frac{17}{49} = \frac{5}{6} + \left(\frac{17}{49} - \frac{17}{49}\right) = \frac{5}{6} + 0 = \frac{5}{6}.$$

Сформулируем на математическом языке общие правила сложения и вычитания дробей. Пусть даны дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$, где $a, b, c, d \in N$. Их общим знаменателем может служить произведение bd — оно делится и на b , и на d . Поэтому

$$\frac{\overset{d}{a}}{b} + \frac{\overset{b}{c}}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd} = \frac{ad - bc}{bd}.$$

Ясно, что вычитание возможно только в случае, когда числитель полученной дроби больше или равен нулю, то есть $ad - bc \geq 0$.

Заметим, что общий знаменатель bd для данных дробей далеко *не всегда является наименьшим*. Поэтому непосредственное применение этих правил часто ведет к более громоздким вычислениям.

К

197 Выполни действия:

а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$;

д) $\frac{1}{6} + \frac{1}{12}$;

и) $\frac{7}{9} + \frac{5}{12}$;

н) $\frac{17}{20} + \frac{11}{15}$;

б) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$;

е) $\frac{2}{3} - \frac{4}{27}$;

к) $\frac{11}{12} - \frac{5}{18}$;

о) $\frac{19}{42} - \frac{5}{63}$;

в) $\frac{3}{5} + \frac{4}{7}$;

ж) $\frac{23}{25} + \frac{4}{5}$;

л) $\frac{3}{8} + \frac{19}{20}$;

п) $\frac{16}{21} + \frac{13}{15}$;

г) $\frac{5}{9} - \frac{3}{8}$;

з) $\frac{29}{60} - \frac{7}{30}$;

м) $\frac{5}{6} - \frac{8}{15}$;

р) $\frac{21}{22} - \frac{3}{55}$.

198 Найди значение выражения:

а) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$;

г) $\frac{5}{24} - \frac{1}{60} - \frac{1}{40}$;

ж) $\left(\frac{7}{10} + \frac{3}{5}\right) - \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right)$;

б) $\frac{7}{8} + \frac{1}{6} - \frac{2}{3}$;

д) $\frac{5}{14} + \frac{10}{21} - \frac{3}{4}$;

з) $\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{20} + \frac{2}{9}\right) - \frac{5}{18}$;

в) $\frac{9}{10} - \frac{3}{5} + \frac{5}{7}$;

е) $\frac{5}{6} - \frac{3}{16} + \frac{5}{12}$;

и) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}$.

199 Реши уравнение:

1) $x + \frac{3}{20} = \frac{5}{12} + \frac{2}{9}$;

3) $\frac{3}{4} + \left(\frac{5}{8} + t\right) = \frac{11}{12} + \frac{7}{8}$;

2) $\frac{5}{7} - y = \frac{1}{54} + \frac{1}{9} - \frac{10}{27}$;

4) $\left(\frac{4}{5} - k\right) - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10}$.

200 Найди значение выражения:

1) $\frac{a}{8} + \frac{3}{a}$, если $a = 1, 2, 3, 4, 5, 6$;

2) $\frac{b}{9} - \frac{b}{12}$, если $b = 1, 2, 3, 4, 5, 6$;

3) $\frac{c}{4} + \frac{c}{6} - \frac{3c}{8}$, если $c = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

201 Для дробей с общим знаменателем n запиши в буквенном виде и докажи:

- 1) переместительное свойство сложения;
- 2) сочетательное свойство сложения;
- 3) правило вычитания числа из суммы;
- 4) правило вычитания суммы из числа.



202 Пользуясь свойствами сложения и вычитания дробей, вычисли наиболее удобным способом:

а) $\frac{13}{17} + \frac{5}{16} + \frac{4}{17} + \frac{7}{16}$;

в) $\left(\frac{29}{44} + \frac{1}{6}\right) - \frac{7}{44}$;

д) $\frac{35}{68} - \left(\frac{1}{68} + \frac{7}{22}\right)$;

б) $\left(\frac{11}{60} + \frac{9}{28}\right) + \left(\frac{5}{28} + \frac{19}{60}\right)$;

г) $\left(\frac{5}{8} + \frac{19}{36}\right) - \frac{1}{36}$;

е) $\frac{14}{39} - \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{39}\right)$.

203 Запиши для дробей в общем виде и докажи особые случаи сложения и вычитания с нулем. Для каждого случая придумай и реши соответствующие примеры.

204 Выполни сложение и вычитание дробей с натуральными числителями и знаменателями:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{a}{x} + \frac{5}{y}; & 3) \frac{c}{k} + \frac{d}{2k}; & 5) \frac{p}{ab} + \frac{2q}{ac}; & 7) \frac{9}{5m} + \frac{a}{10k}; \\ 2) \frac{8}{m} - \frac{b}{n}; & 4) \frac{n}{4t} - \frac{7}{t}; & 6) \frac{d}{3y} - \frac{m}{6y}; & 8) \frac{2b}{xt} - \frac{c}{8x}. \end{array}$$

205 1) За день с лотка продано $\frac{9}{20}$ ц винограда и $\frac{3}{4}$ ц яблок, причем до обеда продано $\frac{7}{10}$ ц этих фруктов, а остальное – после обеда. Сколько центнеров винограда и яблок продано после обеда?

2) Велосипедист проехал в первый час $\frac{1}{4}$ пути, во второй час – $\frac{1}{5}$ пути, а в третий час – $\frac{3}{10}$ пути. Какую часть пути он проехал за 3 часа? Какую часть ему еще осталось проехать?

206 От верёвки длиной $\frac{19}{20}$ м отрезали $\frac{1}{10}$ м. На сколько метров отрезанный кусок верёвки меньше оставшегося?

207 1) Одна сторона треугольника равна $\frac{4}{5}$ дм, вторая – на $\frac{1}{10}$ дм длиннее первой, а третья – на $\frac{7}{20}$ дм короче второй. Чему равен периметр треугольника?

2) Ширина прямоугольника $\frac{1}{4}$ м, что на $\frac{3}{10}$ м меньше длины. Найди его периметр.

208 1) Через большую трубу бассейн наполняется за 6 ч, а через маленькую – за 14 ч. Первая труба проработала 1 ч, а вторая – 7 ч. Какую часть бассейна осталось наполнить?

2) Через большую трубу бассейн наполняется за 9 ч, а через маленькую – за 12 ч. Какую часть бассейна останется наполнить после 4 ч совместной работы обеих труб?

209 1) Двое рабочих выполнили задание за 6 ч. Если бы работал один первый рабочий, то он выполнил бы это задание за 10 часов. Какую часть работы выполнял за час каждый рабочий, если они работали с постоянной производительностью?

2) Мастер может выполнить задание за 3 ч, а его ученик – за 6 ч. Какую часть работы выполняют они за 1 час, работая вместе с той же производительностью?



- 210** 1) Из двух городов одновременно навстречу другу другу выехали 2 автомобиля. Один может проехать все расстояние между городами за 5 ч, а другой – за 4 ч. Какая часть первоначального расстояния будет между ними через 1 ч?
2) Реши предыдущую задачу для случая движения вдогонку.

- 211** 1) Запиши множество дробей, удалённых на числовом луче от дроби $\frac{7}{15}$ на $\frac{1}{3}$. Проиллюстрируй полученный ответ на чертеже.
2) Запиши с помощью двойного неравенства множество чисел x , удалённых на числовом луче от дроби $\frac{7}{15}$ меньше, чем на $\frac{1}{3}$. Докажи, что дроби $\frac{2}{3}$, $\frac{19}{75}$, $\frac{101}{150}$, $\frac{875}{1500}$ принадлежат этому множеству.

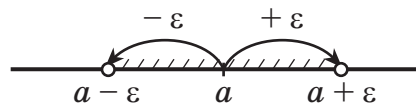
- 212** 1) Прочитай определение и назови определяемое понятие (буква ε читается «эпсилон»):

«Множество точек числового луча, удалённых от точки a на расстояние меньше, чем ε , называется ε -окрестностью точки a ».

Изобрази с помощью числового луча ε -окрестность точки 3 при $\varepsilon = 1$.

- 2) Используя чертёж, установи, верно ли сделан перевод приведенного определения на математический язык:

Точка x принадлежит ε -окрестности точки $a \Leftrightarrow a - \varepsilon < x < a + \varepsilon$



- 3) Пользуясь определением ε -окрестности, запиши в виде двойного неравенства ε -окрестности точек:

$$\frac{4}{9}, \text{ если } \varepsilon = \frac{2}{9}; \quad \frac{3}{10}, \text{ если } \varepsilon = \frac{1}{5};$$

$$\frac{1}{2}, \text{ если } \varepsilon = \frac{1}{6}; \quad \frac{5}{12}, \text{ если } \varepsilon = \frac{1}{4}.$$

Проиллюстрируй ответы на чертеже, подобрав подходящие единичные отрезки.

Для каждой ε -окрестности запиши по одному числу, которое ей принадлежит, и по одному числу, которое ей не принадлежит.



- π** **213** Докажи или опровергни утверждения:

- 1) $\exists x \in \mathbb{N}: \frac{1}{x} < \frac{1}{2}$; 3) $\exists a \in \mathbb{N}: \frac{1}{3} < \frac{a}{12} < \frac{1}{2}$; 5) $\exists n \in \mathbb{N}: \frac{1}{3} < \frac{n}{8} < \frac{1}{2}$;
2) $\exists y \in \mathbb{N}: \frac{y}{2} < \frac{1}{2}$; 4) $\exists b \in \mathbb{N}: \frac{1}{3} < \frac{4}{b} < \frac{1}{2}$; 6) $\exists p, q \in \mathbb{N}: \frac{1}{3} < \frac{p}{q} < \frac{1}{2}$.

214 Как изменяется дробь с увеличением и уменьшением числителя, знаменателя? Не выполняя преобразований, расположи дроби:

а) $\frac{3}{11}, \frac{5}{8}, \frac{1}{15}, \frac{2}{11}, \frac{1}{20}, \frac{4}{9}, \frac{6}{7}, \frac{2}{15}$ в порядке возрастания;

б) $\frac{3}{16}, \frac{7}{9}, \frac{3}{17}, \frac{7}{12}, \frac{1}{18}, \frac{5}{12}, \frac{2}{17}, \frac{5}{16}$ в порядке убывания.

215 Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями:

а) $\frac{495}{4620}$; в) $\frac{25-5}{50}$; д) $\frac{45ac}{54abk}$; ж) $\frac{5d+10d}{15dn}$;

б) $\frac{22 \cdot 16 \cdot 45}{25 \cdot 64 \cdot 33}$; г) $\frac{9 \cdot 4 + 6 \cdot 4}{8 \cdot 81 - 8 \cdot 56}$; е) $\frac{12xz}{16xyz}$; з) $\frac{b^2 - 6b}{2a(b-6)}$.

216 Реши уравнение:

1) $\frac{15}{a+15} = \frac{3}{7}$; 2) $\frac{4}{5} = \frac{60-m}{40}$; 3) $\frac{5x-7}{12} = \frac{1}{4}$; 4) $\frac{2}{3} = \frac{30}{27+2y}$.

217 Составь выражение и найди его значение:

1) Сумма чисел $7\frac{5}{12}$ и $3\frac{11}{12}$.

2) Разность числа $5\frac{8}{13}$ и суммы чисел $1\frac{4}{13}$ и $2\frac{7}{13}$.

3) Сумма разности чисел $4\frac{5}{9}$ и $2\frac{7}{9}$ и разности чисел 6 и $1\frac{4}{9}$.

4) Разность суммы чисел $5\frac{3}{10}$ и 4 и разности чисел $3\frac{7}{10}$ и $2\frac{9}{10}$.

218 Как изменяется сумма при увеличении или уменьшении слагаемых? Как изменяется разность при изменении уменьшаемого и вычитаемого? Сравни выражения:

1) $a+8$ и $a+25$; 3) $56-c$ и $20-c$; 5) $m-12$ и $m-4$;

2) $42+b$ и $b+19$; 4) $d-7$ и $d-15$; 6) $39-n$ и $61-n$.

219 Перерисуй таблицы в тетрадь и определи, как изменяется сумма $a+b$ и разность $a-b$ при изменении a и b (знаком «+с» условимся обозначать увеличение данного числа на c , а знаком «-с» — уменьшение на c).

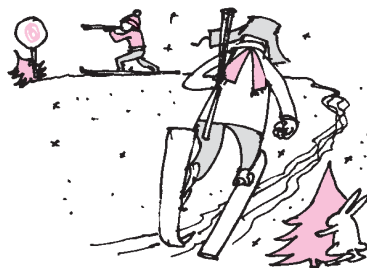
1)

a	b	$a+b$	$a-b$
+7	+3		
+7	-3		
-7	+3		
-7	-3		

2)

a	b	$a+b$	$a-b$
+1	+4		
+1	-4		
-1	+4		
-1	-4		

220 На соревнованиях по биатлону одновременно стартовали два лыжника: первый – со скоростью 320 м/мин, а второй – со скоростью 300 м/мин. Мишени находятся на расстоянии 4 км 800 м от места старта. На каком расстоянии от мишеней будет находиться второй лыжник в момент прибытия туда первого лыжника?



221 Два велосипедиста стартовали в одном заезде спортивных соревнований на дистанцию 12 км. Скорость первого велосипедиста 500 м/мин, а второго – на 20 м/мин меньше. Какое расстояние до финиша останется ехать второму велосипедисту в момент прибытия туда первого?

222 Два туриста двигались с одинаковой скоростью. Первый прошёл 8 км, а второй – 12 км. Первый турист был в пути на 40 мин меньше второго. Сколько времени находился в пути второй турист?

223 Миша и Алеша побежали навстречу друг другу, когда расстояние между ними было 180 м, и встретились через 15 с. До встречи Миша пробежал на 30 м больше, чем Алеша. С какой скоростью бежал каждый из них?

224 БЛИЦтурнир

1) Байдарка шла 3 ч со скоростью a км/ч, а остальное время – со скоростью b км/ч. Сколько часов она была в пути, если всего прошла c км?

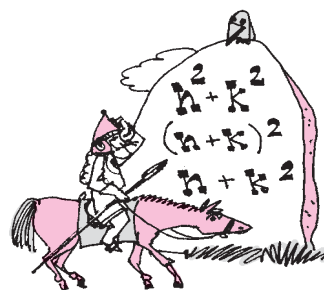
2) Два муравья одновременно поползли от дерева в противоположных направлениях. Скорость первого муравья равна t см/с, а скорость второго составляет $\frac{5}{6}$ скорости первого. Через сколько секунд расстояние между ними будет равно k см?

3) Два катера плывут навстречу друг другу. Скорость первого катера равна x км/ч, что составляет 80% скорости второго катера. Сейчас между ними y км. На каком расстоянии друг от друга будут катера через 2 ч, если до этого времени они ещё не встретятся?

4) Из поселка одновременно в одном направлении выехали два всадника. Через 20 мин расстояние между ними стало d м. Скорость всадника, который ехал быстрее, равна n м/мин. Чему равна скорость второго всадника?

225 Запиши выражение:

- 1) Произведение утроенного числа t и суммы чисел c и d .
- 2) Сумма квадратов чисел a и b .
- 3) Квадрат суммы чисел n и k .
- 4) Разность квадратов чисел a и 5.
- 5) Частное куба числа x и квадрата числа y .

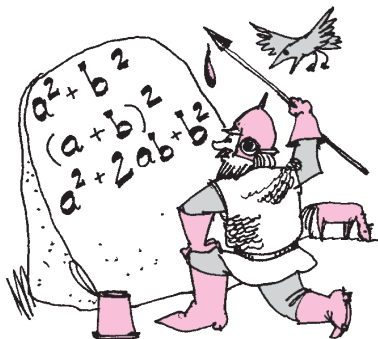


226 Прочитай выражения:

$$a^2 + b^2 \quad (a + b)^2 \quad a^2 + 2ab + b^2.$$

Перерисуй в тетрадь и заполни таблицу:

a	b	$a^2 + b^2$	$(a + b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
2	5			
1	9			
8	6			
7	4			



Что ты замечаешь? Подбери ещё две пары значений a и b по собственному выбору и проверь свою гипотезу.

Существуют ли значения переменных a и b , при которых значения всех трех выражений будут равны?

227 Зависимость между переменными x и y задается формулой:

$$1) y = 2x; \quad 2) y = x + 2.$$

Составь таблицу соответствующих значений x и y при $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Построй координатный угол и отметь в нем точки (x, y) , координаты которых удовлетворяют данной зависимости. Что интересного в расположении этих точек?

228 1) Луна совершает полный оборот вокруг Земли за 27 сут. 7 ч 43 мин 11 с. Сколько это секунд?

2) Сатурн совершает полный оборот вокруг своей оси в течение 38 340 с, а Юпитер – в течение 35 400 с. Вырази это время в часах и минутах.

229 Выполни действия и вырази ответ в наиболее крупных единицах измерения:

$$1) (2 \text{ га } 8 \text{ а } 47 \text{ м}^2 - 51 \text{ а } 42 \text{ м}^2) : 15; \quad 3) (5 \text{ см } 8 \text{ мм} + 34 \text{ см } 7 \text{ мм}) \cdot 6400;$$

$$2) (5 \text{ кг } 16 \text{ г} + 4 \text{ кг } 784 \text{ г}) \cdot 250; \quad 4) (10 \text{ м}^3 - 3 \text{ м}^3 88 \text{ дм}^3) : 3600.$$

D

230 Выполни действия:

$$1) \frac{5}{9} + \frac{3}{4}; \quad 3) \frac{13}{44} - \frac{7}{33}; \quad 5) \frac{4}{5} + \frac{7}{10} - \frac{5}{12};$$

$$2) \frac{19}{60} - \frac{3}{20}; \quad 4) \frac{17}{150} - \frac{1}{90}; \quad 6) \frac{9}{10} - \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{5}\right) + \frac{5}{8}.$$



231 Реши уравнение:

$$а) \frac{7}{8} - \left(x + \frac{5}{12}\right) = \frac{5}{24}; \quad б) \left(\frac{2}{15} + y\right) - \frac{7}{30} = \frac{1}{10}.$$

232 Пользуясь свойствами сложения и вычитания дробей, вычисли наиболее удобным способом:

а) $\frac{18}{19} + \frac{3}{7} + \frac{1}{19} + \frac{2}{7}$; б) $\left(\frac{29}{75} + \frac{5}{12}\right) - \frac{4}{75}$; в) $\frac{38}{51} - \left(\frac{4}{51} + \frac{11}{48}\right)$.

233 Приведи дроби к общему знаменателю и выполни действия (значения всех переменных – натуральные числа):

1) $\frac{m}{4} - \frac{3}{k}$; 2) $\frac{2}{d} + \frac{c}{n}$; 3) $\frac{7}{ab} + \frac{5}{b}$; 4) $\frac{1}{8x} - \frac{y}{6x}$.

234 1) Фермер с октября до января израсходовал $\frac{5}{16}$ годового запаса овса, а с января до апреля – на $\frac{1}{8}$ больше. Какая часть овса у него ещё осталась?

2) Рабочий может выполнить производственное задание за 5 ч, а его ученик – за 8 ч. Какую часть работы останется выполнить после 2 ч их совместной работы?

235 Как изменяется сумма $a + b$ и разность $a - b$ при изменении a и b ? Перерисуй таблицы в тетрадь и заполни пропуски (см. № 219):

1)

a	b	$a + b$	$a - b$
+5	+2		
-5	+2		
+5	-2		
-5	-2		

2)

a	b	$a + b$	$a - b$
+8	+12		
-8	+12		
+8	-12		
-8	-12		

236 Сократи дроби, а затем расположи их в порядке возрастания ($a, b \in N$):

$\frac{112}{392}$, $\frac{5 \cdot 7}{14}$, $\frac{26 \cdot 8 \cdot 17}{51 \cdot 13 \cdot 24}$, $\frac{32 \cdot 3 + 32}{32 \cdot 7}$, $\frac{25ab}{15ba}$.

237 Реши уравнения:

1) $\frac{3}{4} = \frac{x-9}{16}$; 2) $\frac{32-y}{24} = \frac{5}{8}$; 3) $\frac{7}{11} = \frac{35}{40+3z}$.

238 22 января в 15 ч из Петропавловска-Камчатского в Тикси вышел ледокол со скоростью 18 км/ч. Вслед за ним 23 января в 19 ч вышел караван судов со скоростью 32 км/ч. Устойчивая радиосвязь между ледоколом и судами может быть установлена, когда расстояние между ними составит 70 км. Какого числа и в какое время это произойдёт?



239 По шоссе навстречу друг другу едут автобус и мотоциклист. Скорость автобуса равна 900 м/мин, а скорость мотоциклиста составляет 75% скорости автобуса. Сейчас расстояние между ними равно 25 км 200 м. Через сколько времени они встретятся? Какое расстояние будет между ними через 4 мин после встречи, если они продолжат движение?

240 Задумано число. Если к нему прибавить $4\frac{2}{7}$, из полученной суммы вычесть $3\frac{1}{7}$, а разность вычесть из $8\frac{3}{7}$, то получится $2\frac{4}{7}$. Какое число задумано?

241 Найди значения выражений:

1) $(8 \text{ мин } 25 \text{ с} - 3 \text{ мин } 45 \text{ с}) \cdot 36$; 3) $(8 \text{ м}^2 4 \text{ см}^2 - 9 \text{ дм}^2 64 \text{ см}^2) : 260$;

2) $(5 \text{ ц } 2 \text{ кг} + 78 \text{ кг}) \cdot 5$; 4) $(5 \text{ м}^3 45 \text{ дм}^3 45 \text{ см}^3 - 5 \text{ м}^3 5 \text{ дм}^3 5 \text{ см}^3) : 40$.



242* Дама сдавала в багаж диван, чемодан, саквояж, картину, корзину, картонку и маленькую собачонку. Диван весил столько же, сколько чемодан и саквояж вместе взятые, и столько же, сколько картина, корзина и картонка вместе. При этом каждый из предметов – картина, корзина и картонка – в отдельности весил больше, чем собачонка.

Когда выгружали багаж, дама заявила, что собака не той породы.

При проверке оказалось, что если к собаке на весы добавить саквояж, то вместе они перевешивают диван, и то же самое происходит, если к собаке на весы добавить чемодан.

Докажи, что претензия дамы была справедлива.



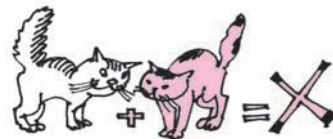
243* Что больше:

а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ или $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ или $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$;

в) $\frac{1}{2005} + \frac{1}{2009}$ или $\frac{1}{2006} + \frac{1}{2008}$; г) $\frac{1}{2006} - \frac{1}{2007}$ или $\frac{1}{2008} - \frac{1}{2009}$?

244* На волшебном дереве выросли 15 бананов и 20 апельсинов. Если сорвать один из плодов – вырастет такой же, если одновременно сорвать два одинаковых плода – вырастет апельсин, а если одновременно сорвать два разных плода – вырастет банан. Как надо срывать плоды, чтобы в какой-то момент на дереве остался ровно один плод? Какой это будет плод? Можно ли срывать плоды так, чтобы через некоторое время на дереве ничего не осталось?

245* Расшифруй ребус: $\text{К И С} + \text{К С И} = \text{И С К}$. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные.



2. Сложение и вычитание смешанных чисел.

Из начальной школы нам известно, что при сложении смешанных чисел можно сначала сложить целые части, а затем – дробные части. Это следует из переместительного и сочетательного свойств сложения:

$$1\frac{3}{8} + 4\frac{1}{8} = \left(1 + \frac{3}{8}\right) + \left(4 + \frac{1}{8}\right) = (1 + 4) + \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{8}\right) = 5 + \frac{4}{8} = 5\frac{4}{8} = 5\frac{1}{2}.$$

Записывают короче:

$$1\frac{3}{8} + 4\frac{1}{8} = 5\frac{3+1}{8} = 5\frac{4}{8} = 5\frac{1}{2}.$$

Если дробные части смешанных чисел имеют разные знаменатели, то их предварительно приводят к общему знаменателю. А из дробной части суммы, если она окажется больше 1, выделяют целую часть:

$$3\frac{5}{6} + 2\frac{11}{12} = 5\frac{10+11}{12} = 5\frac{21}{12} = 5\frac{7}{4} = 6\frac{3}{4}.$$

Таким образом, чтобы сложить смешанные числа, можно:

- 1) привести дробные части к наименьшему общему знаменателю;
- 2) сложить отдельно целые и дробные части;
- 3) если необходимо, сократить дробную часть;
- 4) если дробная часть суммы окажется неправильной дробью, выделить из нее целую часть и полученное число прибавить к целой части суммы.

Аналогично вычитание смешанных чисел сводится к вычитанию (если это возможно) отдельно целых частей и дробных частей:

$$4\frac{9}{11} - 2\frac{6}{11} = \left(4 + \frac{9}{11}\right) - \left(2 + \frac{6}{11}\right) = (4 - 2) + \left(\frac{9}{11} - \frac{6}{11}\right) = 2 + \frac{3}{11} = 2\frac{3}{11}.$$

Как и при сложении, запись упрощают, а дробные части, в случае необходимости, приводят к общему знаменателю:

$$7\frac{5}{6} - 5\frac{8}{15} = 2\frac{25-16}{30} = 2\frac{9}{30} = 2\frac{3}{10}.$$

Если дробные части «не вычитаются» (в уменьшаемом дробная часть меньше, чем в вычитаемом), то из целой части уменьшаемого можно «занять» единицу:

$$9\frac{2}{3} - 3\frac{11}{12} = 8\frac{8}{12} - 3\frac{11}{12} = 5\frac{20}{12} - 3\frac{11}{12} = 1\frac{9}{12} = 1\frac{3}{4}.$$

Итак, чтобы вычесть смешанные числа, можно:

- 1) привести дробные части к наименьшему общему знаменателю;
- 2) если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, «занять» единицу из целой части;
- 3) вычесть отдельно целые и дробные части;
- 4) если необходимо, сократить дробную часть.

По приведенным правилам можно проводить также совместные вычисления с дробями, натуральными числами и смешанными числами, например:

$$2\frac{3}{5} + 7 = 9\frac{3}{5}, \quad 3\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = 3\frac{2}{8} = 3\frac{1}{4}, \quad 11 - 2\frac{6}{7} = 10\frac{7}{7} - 2\frac{6}{7} = 8\frac{1}{7}.$$

К

246 Вычисли суммы и найди, что общего в примерах каждого столбика:

$$1) 2\frac{1}{5} + 7\frac{3}{4}; \quad 3) 5\frac{9}{10} + 2\frac{4}{5}; \quad 5) 2\frac{5}{12} + 3 + 1\frac{19}{30}; \quad 7) \frac{15}{34} + 3\frac{6}{17} + 5\frac{1}{2};$$

$$2) 1\frac{4}{9} + 3\frac{2}{7}; \quad 4) 6\frac{7}{12} + 4\frac{31}{48}; \quad 6) 7 + 1\frac{29}{40} + 2\frac{17}{30}; \quad 8) 2\frac{1}{25} + \frac{5}{6} + 1\frac{11}{75}.$$

247 Вычисли разности. Что общего в примерах каждого столбика?

$$1) 1 - \frac{7}{9}; \quad 5) 6\frac{3}{4} - \frac{5}{8}; \quad 9) 5\frac{7}{12} - 2\frac{2}{15}; \quad 13) 2\frac{3}{5} - 1\frac{6}{7};$$

$$2) 3 - \frac{4}{5}; \quad 6) 3\frac{5}{6} - \frac{4}{9}; \quad 10) 4\frac{11}{14} - 3\frac{2}{7}; \quad 14) 10\frac{1}{3} - 5\frac{4}{9};$$

$$3) 8 - 2\frac{1}{6}; \quad 7) 9\frac{11}{16} - \frac{7}{24}; \quad 11) 3\frac{13}{44} - 1\frac{7}{33}; \quad 15) 8\frac{4}{13} - 3\frac{9}{26};$$

$$4) 5 - 4\frac{2}{3}; \quad 8) 4\frac{15}{49} - \frac{3}{14}; \quad 12) 9\frac{11}{60} - 3\frac{13}{80}; \quad 16) 7\frac{4}{25} - 2\frac{3}{4}.$$

248 Найди значение выражения:

$$1) 15 - 7\frac{3}{5} + 0 + 2\frac{7}{8}; \quad 3) \left(7\frac{4}{9} - 2\frac{3}{10}\right) + \left(1\frac{7}{9} + 4\frac{2}{9} - 5\frac{1}{2}\right);$$

$$2) 8\frac{5}{12} + \frac{5}{6} - 5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{2}; \quad 4) 5\frac{1}{2} - \left(1\frac{3}{14} + \frac{11}{21}\right) + \left(4\frac{5}{12} - 2\right).$$

249 На вершине горы, возвышающейся на $784\frac{5}{12}$ м над уровнем моря, поставлена башня высотой $38\frac{1}{25}$ м. На крыше башни стоит громоотвод, высота которого равна $3\frac{4}{5}$ м. На какой высоте над уровнем моря находится шпиль этого громоотвода?

250 В семье пятеро сыновей. Старшему $11\frac{3}{4}$ лет, а каждый следующий младше предыдущего на $2\frac{7}{12}$ года. Сколько лет младшему сыну? Через сколько лет в семье родится следующий сын, если эта закономерность сохранится?

251 Запиши два смешанных числа так, чтобы выполнялось одно из условий:

- 1) одно из чисел больше другого на $4\frac{7}{8}$;
- 2) разность чисел равна меньшему числу;
- 3) сумма чисел равна натуральному числу.



252 Реши уравнение:

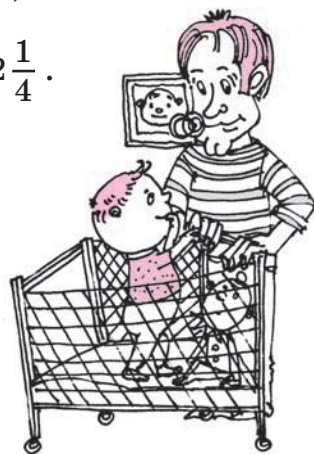
$$1) (4 - x) + 1\frac{1}{5} = 3\frac{7}{60}; \quad 3) 1\frac{2}{3} + (t - 2\frac{3}{8}) = \frac{1}{24} + 5\frac{1}{2};$$

$$2) 4\frac{3}{5} + (y - 2\frac{5}{6}) = 5\frac{2}{3}; \quad 4) (7\frac{1}{12} - k) - 1\frac{1}{3} = 6\frac{13}{18} - 2\frac{1}{4}.$$

253 Отцу 42 $\frac{2}{3}$ года. Мать моложе отца на 3 $\frac{1}{4}$ года.

Когда родился сын, матери было 24 $\frac{5}{12}$ года, а когда родилась дочь – 27 $\frac{1}{3}$ лет.

- 1) Сколько сейчас лет сыну и дочери?
- 2) На сколько лет сын старше дочери?
- 3) Сколько лет было отцу, когда родились его сын и дочь?



254 Садовник собрал клубнику с четырёх грядок. С первой собрал 1 $\frac{4}{5}$ кг, со второй – на $\frac{1}{4}$ кг больше, чем с первой, с третьей – на $\frac{1}{2}$ кг больше, чем с первых двух вместе, а с четвёртой – на 2 $\frac{3}{10}$ кг меньше, чем с третьей. Сколько килограммов клубники собрал он со всех четырёх грядок?

255 Перерисуй таблицу в тетрадь и определи, как изменяется сумма $a + b$ и разность $a - b$ при указанных изменениях a и b :

1)

a	b	$a + b$	$a - b$
$+ 5\frac{1}{2}$	$+ 4\frac{1}{2}$		
$- 5\frac{1}{2}$	$+ 4\frac{1}{2}$		
$+ 5\frac{1}{2}$	$- 4\frac{1}{2}$		
$- 5\frac{1}{2}$	$- 4\frac{1}{2}$		

2)

a	b	$a + b$	$a - b$
$+ 2\frac{3}{8}$	$+ 3\frac{1}{4}$		
$- 2\frac{3}{8}$	$+ 3\frac{1}{4}$		
$+ 2\frac{3}{8}$	$- 3\frac{1}{4}$		
$- 2\frac{3}{8}$	$- 3\frac{1}{4}$		

256 Выполни действия наиболее простым способом:

$$1) 3\frac{19}{24} + (5\frac{1}{9} + 1\frac{5}{24}); \quad 3) 7\frac{16}{35} - (3\frac{11}{35} + 4\frac{1}{56});$$

$$2) (1\frac{5}{8} + 4\frac{8}{17}) + (\frac{9}{17} + 2\frac{3}{8}); \quad 4) (4\frac{56}{789} + 1\frac{5}{6}) - 4\frac{56}{789}.$$

π 257 Вычисли: $\frac{1}{7} + \frac{5}{7}$; $\frac{3}{11} + \frac{7}{11}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$; $2\frac{3}{8} + 1\frac{1}{8}$. Как ты думаешь, какая из сумм может быть лишней?

258 Вычисли: $1 - \frac{1}{2}$; $2 - \frac{1}{3}$; $3 - \frac{1}{4}$; $4 - \frac{1}{5}$... Какие числа будут получаться, если продолжить эту цепочку разностей, сохраняя правило? Чему равна разность, стоящая на 100-м месте?

259 Вычисли: а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$; $\frac{1}{8} + \frac{1}{16}$; ... б) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$; $\frac{1}{5} - \frac{1}{10}$; $\frac{1}{7} - \frac{1}{14}$; ...

Продолжи цепочку выражений, сохраняя правило. Можно ли, не вычисляя, сказать, какие ответы будут получаться дальше?

260 1) Прочитай задачу: «В классе a девочек и c мальчиков. По болезни сегодня отсутствуют b девочек и d мальчиков. Сколько учащихся сегодня присутствует на занятиях?»

Что означают выражения:

$$(a + c) - (b + d) \text{ и } (a - b) + (c - d)?$$

2) На основании равенства

$$(a + c) - (b + d) = (a - b) + (c - d)$$

сформулируй правило вычитания суммы из суммы. Используй это правило для вычисления разности $5\frac{8}{11} - 2\frac{4}{11}$.

3) Исходя из правила вычитания суммы из суммы, докажи равенство

$$(a + c) - (b + c) = a - b.$$

Замени в нем знак «+» на знак « \cdot », а знак «-» на знак «:». Что получилось? Что получится, если заменить в новом равенстве знак деления на черту дроби?

4) Замени в равенстве $(a + c) - (b + d) = (a - b) + (c - d)$ знак «+» на знак « \cdot », а знак «-» на знак «:». Переведи получившееся высказывание с математического языка на русский. Что получится, если в новом равенстве заменить знак деления на черту дроби? Сформулируй гипотезу об истинности этих высказываний и попробуй ее доказать.

261 1) Представь $\frac{3}{4}$ в виде дроби со знаменателем 8, 20, 36, 56, 96.

2) Можно ли дробь $\frac{2}{5}$ привести к знаменателю 45, 82, 120, 514, 8075?

262 Сократимы ли дроби: $\frac{123}{321}$, $\frac{123456}{654321}$, $\frac{123456789}{987654321}$?



263 В числителе дроби стоит число 123456789101112131415...272829, а в знаменателе – число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке: 92827262...321. Сократима ли эта дробь?

264 Докажи или опровергни высказывания:

1) $\exists n \in N$: дробь $\frac{2n+1}{2}$ сократима; 3) $\exists n \in N$: дробь $\frac{3n+1}{2}$ сократима;

2) $\exists n \in N$: дробь $\frac{2n+1}{2}$ несократима; 4) $\exists n \in N$: дробь $\frac{3n+1}{2}$ несократима.

265 Могут ли быть сократимыми дроби ($m, n, k \in N$):

$$\frac{2n+1}{4}, \frac{3n-1}{6}, \frac{2n+1}{15}, \frac{3n+1}{25}, \frac{2n+1}{2n}, \frac{2n+1}{2n-1}, \frac{2n+1}{2k}, \frac{5n+3}{7m-1}?$$

Какие из этих дробей не могут оказаться натуральными числами?

266 1) Сократи дроби, представляя степени в виде произведений (значения всех переменных – натуральные числа):

$$\frac{a}{a^2}, \frac{b^3}{b^2}, \frac{c^2}{c^4}, \frac{d^5}{d}, \frac{m^4}{m^8}, \frac{n^7}{n^5}, \frac{p^3}{p^6}, \frac{q^{10}}{q^7}, \frac{x^8}{x^{11}}, \frac{y^9}{y^6}.$$

Как найти ответ, не выписывая произведений?

2) Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями:

$$\frac{a^n}{a^{n+2}}, \frac{b^{k+5}}{b^3}, \frac{c^m}{c^4} (m > 4), \frac{d^n}{d^{12}} (n < 12), \frac{x^p}{x^q} (p > q), \frac{y^p}{y^q} (p < q).$$

267 1) Сравни данные дроби, подбирая натуральное или дробное число, расположенное между ними:

а) $\frac{38}{23}$ и $\frac{98}{47}$; в) $\frac{238}{107}$ и $\frac{623}{345}$; д) $\frac{612}{111}$ и $\frac{8586}{1401}$;

б) $\frac{23}{38}$ и $\frac{47}{98}$; г) $\frac{107}{238}$ и $\frac{345}{623}$; е) $\frac{111}{612}$ и $\frac{1401}{8586}$.

Образец: $\frac{531}{124} < \frac{697}{125}$, так как $\frac{531}{124} < 5 < \frac{697}{125}$



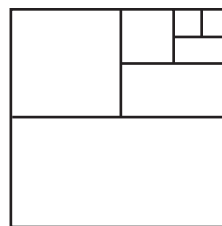
2) Сравни примеры каждого столбика. Что ты замечаешь?

Закончи предложение: Если $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, то... ($a, b, c, d \in N$)

268 Придумай, как, используя рисунок, доказать, что

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} < 1? \text{ На сколько левая часть}$$

неравенства меньше правой?



269 БЛИЦтурнир

1) Велосипедист едет со скоростью s м/мин. На встречу ему движется автобус. Расстояние между ними за 5 мин сократилось на d м. Чему равна скорость автобуса?

2) Милиционер преследует нарушителя. За 8 мин расстояние между ними сократилось на k м. Сейчас между ними s м. Через сколько времени милиционер догонит нарушителя?

3) Путешественник прошел за первый день a км, за второй $-\frac{3}{4}$ расстояния, пройденного в первый день, а за третий день -70% этого же расстояния. Какое расстояние прошел путешественник за 3 дня?

4) Площадь комнаты равна b м², что составляет 40% площади второй комнаты. На сколько площадь второй комнаты больше площади первой?

5) Длина аквариума n дм, ширина $-$ в 2 раза меньше, а высота $-$ на 3 дм меньше длины. Сколько воды требуется налить в пустой аквариум, если уровень воды должен быть ниже верхнего края аквариума на 1 дм?

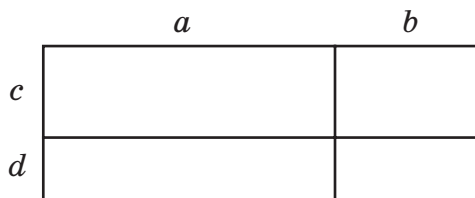
6) Один маляр может покрасить забор за x ч, а другой $-$ за y ч. Какую часть забора смогут они покрасить за 2 ч, работая вместе с той же производительностью?



270 1) Пользуясь рисунком, объясни, почему верно равенство:

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd.$$

Выведи из этого равенства правило умножения суммы на сумму.



2) Выполни умножение и упрости полученные выражения:

$$\begin{aligned} (x + 3) \cdot (x + 2), & \quad (5 + t) \cdot (5 + t), & \quad (a + b)^2, \\ (4 + y) \cdot (1 + y), & \quad (k + 3) \cdot (k + 3), & \quad (c + d)^2. \end{aligned}$$

Проанализируй ответы последнего столбика и придумай правило вычисления квадрата суммы двух чисел.

271 Переведи условие задачи на математический язык:

1) Длина садового участка прямоугольной формы на 10 м больше его ширины. Его площадь решили увеличить на 400 м². Для этого длину увеличили на 10 м, а ширину $-$ на 2 м. Чему равна площадь нового участка?

2) Под строительную площадку отвели прямоугольный участок, длина которого на 25 м больше его ширины. При утверждении плана застройки длину участка увеличили на 5 м, а ширину $-$ на 4 м, в результате площадь участка увеличилась на 300 м². Чему равна площадь образовавшейся строительной площадки?

272 Построй математическую модель задачи и реши её *методом перебора*:

1) Сумма цифр двузначного числа равна 15. Если эти цифры поменять местами, то получится число, которое на 27 меньше исходного. Найти эти числа.

2) Сумма цифр двузначного числа равна 12. Число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, составляет $\frac{4}{7}$ исходного числа. Найти эти числа.

273 Построй отрезки MN и PQ и найди координаты их точки пересечения:

1) $M(5; 0)$, $N(0; 15)$, $P(0; 6)$, $Q(8; 0)$; 2) $M(4; 0)$, $N(0; 8)$, $P(0; 5)$, $Q(10; 0)$.

Что интересного в расположении концов отрезков? Чем характеризуются координаты точек, расположенных на оси абсцисс, на оси ординат?

D

274 Выполни действия:

1) $7\frac{4}{21} + 2\frac{1}{6}$; 3) $3\frac{7}{30} - \left(4\frac{1}{6} - 1\frac{2}{15}\right) + \left(4\frac{5}{9} - 4\frac{5}{9}\right)$;

2) $3\frac{5}{36} - 1\frac{19}{45}$; 4) $2\frac{7}{12} + 6\frac{8}{9} - \left(5 - 1\frac{7}{36} - 3\frac{1}{3}\right)$.

275 Реши уравнения:

1) $\left(x + 2\frac{3}{13}\right) - 1\frac{7}{26} = 4\frac{5}{39}$; 2) $8\frac{7}{18} - \left(1\frac{11}{15} + y\right) = 3\frac{4}{15} + 2\frac{13}{45}$.

276 Найди значение выражения наиболее удобным способом:

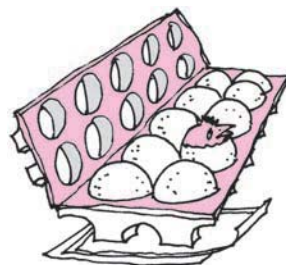
а) $2\frac{9}{49} + \left(7\frac{3}{85} + 3\frac{40}{49}\right)$; б) $\left(5\frac{16}{39} + 1\frac{6}{11}\right) - 2\frac{16}{39}$; в) $7\frac{13}{14} - \left(2\frac{13}{14} + 4\frac{17}{25}\right)$.

277 Камень, брошенный вниз со склона ущелья, пролетает в первую секунду $4\frac{9}{10}$ м, а в каждую следующую секунду на $9\frac{4}{5}$ м больше, чем в предыдущую.

Определи глубину ущелья, если камень коснулся дна ущелья через 3 с.

278 В числителе дроби записали произведение всех чётных чисел первого десятка, а в знаменателе – произведение всех нечётных чисел первого десятка. Приведи эту дробь к несократимому виду.

279 Килограмм масла стоит 180 р., что составляет 90% стоимости килограмма мяса. Стоимость пакета молока составляет 20% стоимости килограмма мяса, или $\frac{4}{5}$ стоимости десятка яиц. Сколько надо заплатить за три десятка яиц?



280 Сократи дроби: 1) $\frac{3^2}{3^5}$; 2) $\frac{7^4}{7}$; 3) $\frac{a^3}{a^6}$ ($a \in N$); 4) $\frac{b^8}{b^4}$ ($b \in N$).

281 Как изменяется сумма $a + b$ и разность $a - b$ при указанных изменениях a и b ?

1)

a	b	$a + b$	$a - b$
$+ 2\frac{3}{7}$	$+ 1\frac{2}{7}$		
$+ 2\frac{3}{7}$	$- 1\frac{2}{7}$		
$- 2\frac{3}{7}$	$+ 1\frac{2}{7}$		
$- 2\frac{3}{7}$	$- 1\frac{2}{7}$		

2)

a	b	$a + b$	$a - b$
$+ 1\frac{1}{2}$	$+ 5\frac{1}{3}$		
$+ 1\frac{1}{2}$	$- 5\frac{1}{3}$		
$- 1\frac{1}{2}$	$+ 5\frac{1}{3}$		
$- 1\frac{1}{2}$	$- 5\frac{1}{3}$		

282 Прочитай выражение и преобразуй его в сумму (см. № 270):

- 1) $(a + 9)(b + 4)$; 2) $(x + 5)(2 + x)$; 3) $(m + n)^2$; 4) $(c + 3)^2$.

283 Переведи условие задачи на математический язык:

У прямоугольника длина на 8 см больше ширины. После того как длину увеличили на 5 см, а ширину уменьшили на 4 см, его площадь уменьшилась на 40 см². Найти стороны данного прямоугольника.

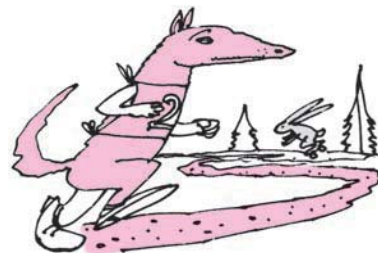
284 Сумма цифр двузначного числа равна 14. Когда эти цифры поменяли местами, получили число, которое на 36 меньше исходного. Найди эти числа.

- 285** 1) Построй четырёхугольник $ABCD$, если $A(0; 3)$, $B(5; 6)$, $C(10; 3)$, $D(5; 0)$, и найди координаты точки пересечения его диагоналей.
 2) Сколько осей симметрии имеет четырёхугольник $ABCD$?
 3) Измерь углы четырёхугольника $ABCD$. Что ты замечаешь?
 4) Найди как можно больше свойств этого четырёхугольника.

с **286*** Существует ли двузначное число, в 2 раза большее произведения своих цифр?

287* В одном классе обучается меньше чем 50 учащихся. На Тверской улице проживает $\frac{1}{7}$ учащихся этого класса, на Петровке – $\frac{1}{3}$, на Малой Бронной – $\frac{1}{2}$ и на Большой Дмитровке – остальные ученики. Сколько учеников проживает на Большой Дмитровке?

288* «Ну, погоди!» – зарычал Волк, заметив в 30 м Зайца, и бросился за ним, когда тому оставалось бежать до места укрытия 250 м. Догонит ли Волк Зайца, если он пробегает за минуту 600 м, а Заяц – 550 м?

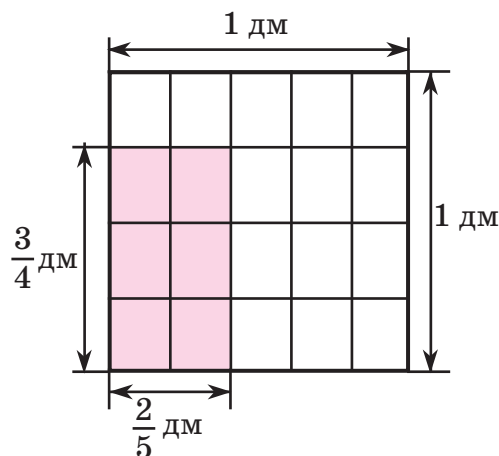


3. Умножение дробей.

Из начальной школы хорошо известна формула площади прямоугольника: $S = ab$, где a и b – длины сторон прямоугольника, а S – его площадь. Однако по этой формуле мы можем пока найти только площадь прямоугольников, у которых длины сторон выражаются *натуральными* числами. Если же длины сторон выражаются *дробными* числами – например, $\frac{2}{5}$ дм и $\frac{3}{4}$ дм, – то площадь прямоугольника является *произведением* этих дробей, а как эти дроби перемножить – нам пока неизвестно.

Итак, для вычисления площади данного прямоугольника и любого другого прямоугольника, длины сторон которого выражаются дробными числами, нам необходимо получить правило умножения дробей. Конечно, оно в математике уже есть, но как оно появилось? Сейчас мы проведём рассуждения, которые покажут, что математические правила возникают не случайно, а естественным путем – из решения практических задач.

Нарисуем квадрат со стороной 1 дм и разделим одну его сторону на 5, а другую сторону – на 4 одинаковые части. Площадь квадрата равна 1 дм², и он разбит на 20 одинаковых маленьких прямоугольников с длинами сторон $\frac{1}{5}$ дм и $\frac{1}{4}$ дм. Значит, каждый маленький прямоугольник имеет площадь $\frac{1}{20}$ дм². Далее, прямоугольник со сторонами $\frac{2}{5}$ дм и $\frac{3}{4}$ дм, площадь которого мы вычисляем (на рисунке он закрашен), состоит из $2 \cdot 3 = 6$ маленьких прямоугольников.



Поэтому его площадь равна $\frac{6}{20}$ дм², а с другой стороны, она равна $\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}\right)$ дм².

Итак, искомое произведение найдено, и теперь нам надо понять, как из дробей $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{4}$ получить дробь $\frac{6}{20}$. Ответ напрашивается сам собой: $6 = 2 \cdot 3$, $20 = 5 \cdot 4$, то есть числитель «новой» дроби равен произведению числителей данных дробей, а ее знаменатель равен произведению их знаменателей.

Эти рассуждения иллюстрируют правило умножения дробей:

Произведение двух дробей есть дробь, числитель которой равен произведению числителей данных дробей, а знаменатель – произведению их знаменателей:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \quad a, b, c, d \in N$$

Попробуй, используя данное определение и свойства действий с натуральными числами, самостоятельно доказать, что умножение дробей обладает *переместительным, сочетательным и распределительным* свойствами.

При умножении дробей для упрощения вычислений их числители и знаменатели перемножают не сразу, а сначала сокращают общие множители, например:

$$\frac{24}{35} \cdot \frac{14}{9} = \frac{\overset{8}{\cancel{24}} \cdot \overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{5}{\cancel{35}} \cdot \underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{8 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{16}{15} = 1 \frac{1}{15}.$$

Правило умножения дробей позволяет также перемножать дробь и натуральное число. Действительно, натуральное число n – это то же самое, что дробь $\frac{n}{1}$, и поэтому $\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a}{b} \cdot \frac{n}{1} = \frac{an}{b}$.

Однако на практике натуральное число n дробью не заменяют, а используют только *результат* проведенного вычисления, то есть пишут, например:

$$\frac{4}{9} \cdot 12 = \frac{4 \cdot \overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}.$$

Другими словами, *при умножении дроби на натуральное число можно числитель дроби умножить на это число, а знаменатель оставить без изменения:*

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{an}{b}, \quad a, b, n \in \mathbb{N}$$

Смешанные числа проще всего перемножать, записывая их сначала в виде неправильных дробей, а затем применяя общее правило умножения дробей, например:

$$4 \frac{2}{7} \cdot 2 \frac{5}{8} = \frac{30}{7} \cdot \frac{21}{8} = \frac{\overset{15}{\cancel{30}} \cdot \overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{15 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{45}{4} = 11 \frac{1}{4}.$$

При умножении смешанного числа на натуральное используется распределительное свойство умножения, например:

$$4 \frac{5}{6} \cdot 9 = \left(4 + \frac{5}{6}\right) \cdot 9 = 4 \cdot 9 + \frac{5}{6} \cdot 9 = 36 + \frac{15}{2} = 36 + 7 \frac{1}{2} = 43 \frac{1}{2}.$$

Обычно записывают короче, что делает такой способ вычисления практически очень удобным:

$$4 \frac{5}{6} \cdot 9 = 36 \frac{15}{2} = 43 \frac{1}{2}.$$

Итак, *при умножении смешанного числа на натуральное можно отдельно умножить на это число его целую и дробную части и полученные результаты сложить.*

Отметим также, что для любой дроби $\frac{a}{b}$ выполняются равенства:

$$\frac{a}{b} \cdot 0 = 0 \cdot \frac{a}{b} = 0, \quad \frac{a}{b} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b}.$$

Эти равенства можно обосновать, опираясь на частные случаи умножения натуральных чисел на 0 и на 1.



К

289 Найди значение выражения:

а) $\frac{3}{11} \cdot \frac{22}{45}$;

д) $\frac{16}{81} \cdot \frac{45}{57} \cdot \frac{19}{4}$;

и) $\left(\frac{1}{6}\right)^2$;

б) $\frac{12}{7} \cdot \frac{14}{27}$;

е) $\frac{72}{49} \cdot \frac{5}{88} \cdot \frac{77}{25}$;

к) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$;

в) $\frac{18}{39} \cdot \frac{13}{36}$;

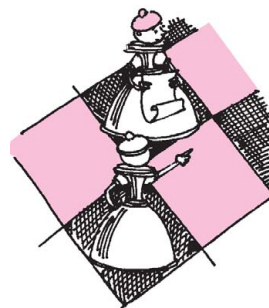
ж) $\frac{18}{95} \cdot \frac{35}{3} \cdot \frac{19}{42}$;

л) $\left(\frac{7}{8}\right)^2$;

г) $\frac{24}{17} \cdot \frac{51}{40}$;

з) $\frac{20}{23} \cdot \frac{73}{48} \cdot \frac{46}{73}$;

м) $\left(\frac{5}{4}\right)^3$.

**290** Найди произведение дробей с натуральными числителями и знаменателями:

а) $\frac{ab}{32} \cdot \frac{56}{a^2}$;

б) $\frac{2x}{3y} \cdot \frac{y^2}{12xz}$;

в) $\frac{48m}{nk^2} \cdot \frac{nk}{54m^3}$;

г) $\frac{b^2c}{30d} \cdot \frac{24d^2}{b^3}$.

291 1) Длина стороны квадрата $\frac{5}{9}$ дм. Чему равна его площадь?2) Ширина прямоугольника $\frac{2}{5}$ см, а его длина на $\frac{1}{2}$ см больше. Чему равна площадь прямоугольника?3) Куб имеет ребро, равное $\frac{3}{5}$ м. Найти его объём.4) Длина прямоугольного параллелепипеда равна $\frac{3}{4}$ дм, ширина – $\frac{4}{9}$ дм, а высота на $\frac{1}{3}$ дм меньше ширины. Чему равен объём параллелепипеда?**292** Представь в виде произведения двух дробей число: а) $\frac{4}{15}$; б) $\frac{2}{9}$; в) $\frac{1}{5}$; г) 1.**293** Найди значение выражения:

1) $\frac{5}{18} a$, если $a = \frac{3}{5}, \frac{9}{10}, \frac{4}{15}, \frac{36}{25}$;

2) $\frac{6}{35} b$, если $b = \frac{1}{3}, \frac{5}{2}, \frac{10}{9}, \frac{7}{18}$.

294 Введи буквенные обозначения и докажи:

а) переместительное, сочетательное и распределительное свойства умножения дробей;

б) частные случаи умножения дробей на 0 и на 1.

295 Упрости выражение и найди его значение:

1) $\frac{1}{3} a + \frac{5}{6} a - \frac{1}{2} a$, если $a = \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{9}{16}, \frac{15}{22}$;

2) $\frac{5}{12} b - \frac{1}{8} b + \frac{7}{12} b$, если $b = \frac{4}{13}, \frac{8}{35}, \frac{6}{49}, \frac{12}{7}$.

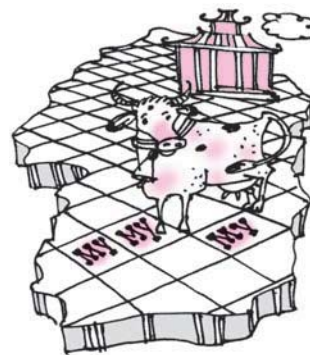


296 Как умножить дробь на натуральное число? Выполни умножение. Что общего в примерах каждой строки, каждого столбца?

а) $\frac{5}{27} \cdot 3$; в) $\frac{19}{360} \cdot 6$; д) $\frac{7}{30} \cdot 24$; ж) $\frac{1}{84} \cdot 60$; и) $\frac{2}{m} \cdot m$;

б) $7 \cdot \frac{2}{21}$; г) $9 \cdot \frac{47}{810}$; е) $32 \cdot \frac{3}{40}$; з) $70 \cdot \frac{5}{126}$; к) $5k \cdot \frac{7}{45}$.

297 В Китае площади земельных участков измеряют мерой *му*. Скольким гектарам равен участок в 40 *му*, если 1 *му* равен $\frac{1}{15}$ га?



298 1) Сколько километров пройдёт человек со скоростью 4 км/ч за $\frac{1}{5}$ ч, $\frac{3}{4}$ ч, $\frac{5}{6}$ ч, $\frac{7}{10}$ ч?

2) Самолёт летит со скоростью 600 км/ч. Какое расстояние он пролетит за $\frac{3}{5}$ ч, $\frac{11}{12}$ ч, $\frac{4}{15}$ ч?

3) Лодка плыла $\frac{3}{4}$ ч со скоростью 8 км/ч и $\frac{1}{3}$ ч со скоростью 12 км/ч. Какое расстояние проплыла лодка за всё это время?

4) Оксана ехала на велосипеде $\frac{2}{3}$ ч со скоростью 18 км/ч и шла пешком $\frac{2}{5}$ ч со скоростью 5 км/ч. На сколько большее расстояние она проехала на велосипеде, чем прошла пешком?

299 Федя стал перемножать смешанные числа «по аналогии» со сложением – *отдельно перемножать их целые и дробные части*. Приведи контрпример, опровергающий такое «правило».



300 Выполни умножение:

а) $1\frac{1}{7} \cdot 3\frac{1}{16}$; д) $\frac{7}{8} \cdot 5\frac{1}{3}$; и) $3\frac{3}{11} \cdot 7\frac{1}{3}$; н) $4\frac{1}{2} \cdot \frac{14}{45}$;

б) $\frac{2}{9} \cdot 1\frac{1}{2}$; е) $7\frac{5}{7} \cdot 1\frac{1}{6}$; к) $10\frac{2}{7} \cdot 1\frac{2}{9}$; о) $3\frac{3}{5} \cdot 5\frac{5}{8}$;

в) $4\frac{1}{6} \cdot 8\frac{2}{5}$; ж) $1\frac{4}{5} \cdot 6\frac{2}{3}$; л) $2\frac{1}{2} \cdot \frac{18}{25}$; п) $1\frac{1}{24} \cdot 11\frac{1}{5}$;

г) $3\frac{9}{13} \cdot 1\frac{5}{8}$; з) $4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5}$; м) $5\frac{1}{7} \cdot 3\frac{8}{9}$; р) $12\frac{4}{5} \cdot 3\frac{1}{8}$.

301 Найди значение выражения:

- 1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$; 4) $1 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{1}{3} \cdot 1 \frac{1}{4} \cdot 1 \frac{1}{5}$;
 2) $\frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{10}{11}$; 5) $(1 + \frac{1}{4}) \cdot (1 + \frac{1}{5}) \cdot (1 + \frac{1}{6}) \cdot (1 + \frac{1}{7}) \cdot (1 + \frac{1}{8})$;
 3) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \dots \cdot \frac{23}{24} \cdot \frac{24}{25}$; 6) $(1 - \frac{1}{2}) \cdot (1 - \frac{1}{3}) \cdot (1 - \frac{1}{4}) \cdot \dots \cdot (1 - \frac{1}{99}) \cdot (1 - \frac{1}{100})$.

302 Вычисли:

- а) $1 \frac{2}{5} \cdot 3$; б) $2 \frac{1}{7} \cdot 7$; в) $4 \frac{2}{3} \cdot 6$; г) $3 \frac{5}{8} \cdot 4$.

303 1) Сколько весит стеклянный кубик с ребром 5 см, если 1 см³ стекла весит $2 \frac{2}{5}$ г?

2) В килограмме морской воды $\frac{1}{40}$ кг соли. Сколько килограммов соли в двух бочках морской воды, содержащих по 500 л воды каждая, если 1 л морской воды весит $1 \frac{12}{125}$ кг?



304 1) В палатку привезли 30 ящиков винограда. В 18 ящиках было по $8 \frac{1}{2}$ кг, а в каждом из остальных – на $1 \frac{3}{4}$ кг меньше. Сколько килограммов винограда привезли в палатку?

2) Площадь первого поля 16 га, а площадь второго поля в $1 \frac{1}{4}$ раза больше. Урожай пшеницы на первом поле составил $37 \frac{1}{2}$ ц с гектара, а на втором – в $1 \frac{2}{15}$ раза больше. На сколько килограммов пшеницы больше собрали со второго поля, чем с первого?

305 По шоссе едут в одном направлении велосипедист со скоростью $17 \frac{1}{4}$ км/ч и автобус со скоростью 45 км/ч. Сейчас между ними 38 км. На каком расстоянии друг от друга они будут находиться через $1 \frac{1}{3}$ ч, если: 1) автобус едет впереди велосипедиста; 2) велосипедист едет впереди автобуса?

306 Реши уравнение:

- а) $2 \frac{4}{5} \cdot x = 2 \frac{4}{5}$; б) $6 \frac{3}{17} \cdot y = 0$; в) $z \cdot 7 \frac{1}{8} = 7 \frac{1}{8}$; г) $k \cdot 4 \frac{1}{12} = 0$.

307

Великий древнегреческий учёный Архимед (III в. до н. э.) установил, что длина окружности примерно в $3\frac{1}{7}$ раза больше её диаметра. Пользуясь этим результатом, найди приближённые ответы на вопросы задач:

1) Чему примерно равна длина беговой дорожки ипподрома, имеющей форму круга радиусом $\frac{7}{8}$ км?

2) Диаметр колеса мотоцикла равен $\frac{3}{4}$ м. Колесо делает в минуту $233\frac{1}{3}$ оборота. Чему примерно равна скорость мотоцикла в час?

3) На пруду сделаны для конькобежцев две круговые дорожки. Расстояние между дорожками $3\frac{1}{2}$ м. Отец с сыном сделали по 8 кругов. Сын ехал по внутренней дорожке, а отец – по внешней. На сколько примерно метров больше проехал отец, чем сын?

4) Радиусы кругов на двух различных параллелях земного шара составляют соответственно 5600 км и 3500 км. По какой параллели короче «кругосветное» путешествие и примерно на сколько километров?



308

Найди значение выражения:

$$1) \left(8 - 7\frac{13}{17}\right) \cdot \left(2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{3} - 4\frac{11}{15}\right) \cdot 1;$$

$$2) \left(9\frac{9}{14} - 7\frac{10}{21}\right) \cdot 35 + \left(11\frac{2}{15} - 8\frac{3}{25}\right) \cdot 20 + \left(\frac{9}{32} - \frac{9}{32}\right) \cdot 16;$$

$$3) \left[5\frac{4}{9} - \left(2\frac{1}{3}\right)^2\right] \cdot 8\frac{1}{4} \cdot 1\frac{3}{20} + 12 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{5} - \frac{4}{17} \cdot 0 \cdot 5\frac{18}{49};$$

$$4) \left[\left(1\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 4\frac{1}{6} \cdot 8 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 \cdot 1\frac{1}{5} - 1\frac{2}{3}\right] \cdot 12\frac{3}{4} - 0 \cdot 8\frac{2}{5} + 2\frac{5}{9} \cdot 7 \cdot \frac{1}{7}.$$

309

1) Сравни a и $a \cdot \frac{2}{5}$ при $a = 5, 20, \frac{1}{2}, \frac{5}{3}$. Что ты наблюдаешь? Сформулируй гипотезу о том, как изменяется число при его умножении на дробь, меньшую единицы.

2) Сравни b и $b \cdot \frac{5}{2}$ при $b = 5, 20, \frac{1}{2}, \frac{5}{3}$. Сформулируй гипотезу о том, как изменяется число при его умножении на дробь, большую единицы.

3) Какой смысл у слова «умножение» в русском языке? Может ли изменяться смысл этого слова, когда мы говорим об умножении дробных чисел?

310 Не выполняя умножения чисел, сравни:

1) $2\frac{5}{6}$ и $2\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{7}$; 2) $\frac{3}{19}$ и $\frac{3}{19} \cdot 2\frac{1}{4}$; 3) $\frac{7}{24}$ и $\frac{5}{4} \cdot \frac{7}{24}$; 4) $8\frac{7}{15}$ и $\frac{4}{11} \cdot 8\frac{7}{15}$.

311 Известно, что некоторое число a больше 1. Сравни a^2 и a^3 .

312 Известно, что некоторое число b меньше 1. Сравни b^2 и b^3 .

313 Упрости выражение и найди его значение:

1) $3\frac{1}{2}a + \frac{5}{6} + 2\frac{5}{8}a + 1\frac{3}{4}$, если $a = 0, 1, 4, \frac{8}{49}, 1\frac{5}{7}$;

2) $4\frac{1}{6}b + 1\frac{1}{3} + 1\frac{9}{10}b + 2$, если $b = 0, 1, 5, \frac{3}{13}, 1\frac{2}{7}$.

314 При каких значениях переменной верно равенство:

1) $\frac{a}{5} \cdot \frac{5}{6} = 1$; 2) $\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{b} = 1$; 3) $\frac{1}{9} \cdot \frac{c}{1} = 1$; 4) $\frac{7}{d} \cdot \frac{d}{7} = 1$?

Что ты наблюдаешь? Сделай вывод.

315 Найди x :

1) $\frac{2}{3}x = 1$; 2) $\frac{4}{5}x = 1$; 3) $8x = 1$; 4) $12x = 1$.

316 Реши уравнение по образцу и сделай проверку:

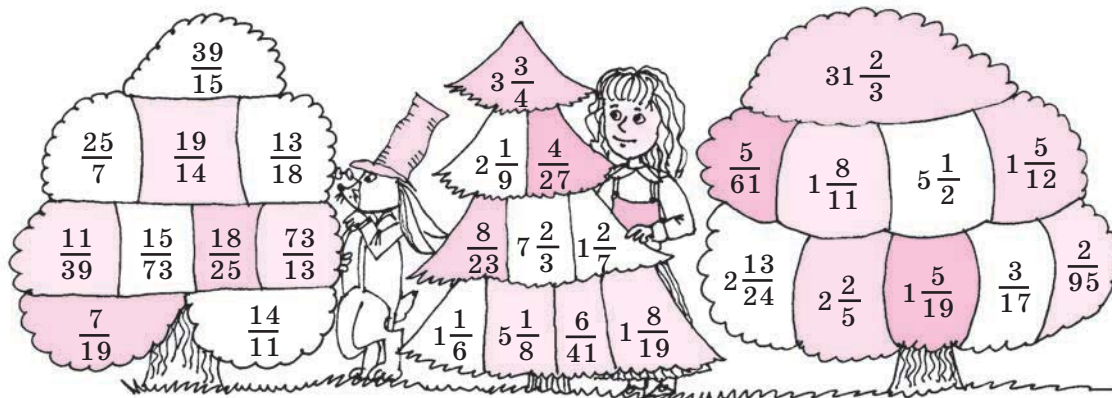
1) $\frac{5}{8}x = \frac{1}{7}$; 2) $\frac{3}{4}y = 2$; 3) $\frac{2}{9}z = \frac{1}{2}$; 4) $\frac{8}{15}k = 6$.

Образец:

$$\frac{3}{8}x = \frac{5}{11} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{8}x\right) \cdot \frac{8}{3} = \frac{5}{11} \cdot \frac{8}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{3}\right)x = \frac{5 \cdot 8}{11 \cdot 3} \Leftrightarrow x = \frac{40}{33} \Leftrightarrow x = 1\frac{7}{33}$$

317 Игра «Интеллектуальный марафон»

Найди произведение всех чисел, сидящих на каждом дереве:



π

318 1) Напиши все числа, взаимно простые с числом 12 и меньшие его. Все ли они являются простыми?

2) Напиши все числа, взаимно простые с числом 10 и меньшие его. Сколько среди этих чисел простых, а сколько составных?

319 Докажи или опровергни высказывания:

1) $\exists p$ – простое число: дробь $\frac{p}{p+10}$ сократима; 3) $\exists n \in \mathbb{N}: \frac{n}{n+10} > 1$;

2) $\exists k$ – составное число: НОД ($k; 15$) = 1; 4) $\exists m \in \mathbb{N}: \text{НОК}(m; 15) = 5$.

320 Приведи к несократимому виду дроби:

а) $\frac{22 \cdot 333 \cdot 44 \cdot 555}{222 \cdot 33 \cdot 444 \cdot 55}$, $\frac{20082008}{20092009}$, $\frac{2008 \cdot 20092009}{2009 \cdot 20082008}$, $\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 200}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 100}$;

б) $\frac{12345679}{111111111}$, $\frac{12345679}{222222222}$, $\frac{12345679}{333333333}$, $\frac{12345679}{555555555}$, $\frac{12345679}{777777777}$.

321 Используя свойства делимости суммы, разности и произведения натуральных чисел, докажи, что

а) если дробь $\frac{p}{q}$ сократима, то дроби $\frac{q}{p}$, $\frac{p-q}{q}$, $\frac{q+p}{p}$, $\frac{p-2q}{q}$ также сократимы;

б) если дробь $\frac{p}{q}$ несократима, то дроби $\frac{q}{p}$, $\frac{p-q}{q}$, $\frac{q+p}{p}$, $\frac{p-2q}{q}$ также несократимы.

322 а) Пусть неправильная дробь $\frac{p}{q}$ несократима. Может ли оказаться сократимой дробная часть полученного из неё смешанного числа?

б) Пусть правильная дробь $\frac{p}{q}$ несократима. Смешанное число $6\frac{p}{q}$ перевели в неправильную дробь. Может ли полученная дробь оказаться сократимой?

в) На контрольной работе Саша выделил целую часть из дроби $\frac{328}{15}$ и получил $21\frac{3}{15}$. Андрей заглянул к нему в тетрадь и, хотя писал работу другого варианта, сразу сказал, что в этом примере ошибка. Как же Андрей сообразил, что пример решен неверно?



323 Приведи к несократимому виду дроби:

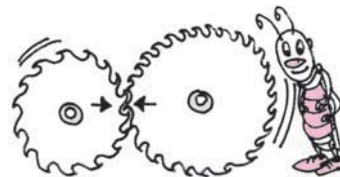
а) $\frac{2^{100}}{2^{56}}$, б) $\frac{3^{2007}}{3^{2009}}$, в) $\frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 3^2}$, г) $\frac{2 \cdot 3^3 \cdot 7^2}{3^4 \cdot 5 \cdot 7}$, д) $\frac{2^2 \cdot 5^3 \cdot 7}{2^5 \cdot 5 \cdot 7^2}$, е) $\frac{2^4 \cdot 5^2 \cdot 11}{2^6 \cdot 5 \cdot 17}$.

324 Как, не выполняя сложения дробей с разными знаменателями, доказать истинность высказывания:

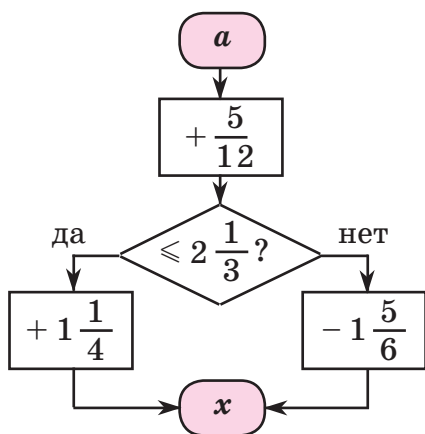
- 1) $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} < \frac{2}{5}$; 3) $\frac{2}{7} + \frac{3}{8} < \frac{5}{7}$; 5) $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} > \frac{3}{8}$; 7) $\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} > \frac{3}{13}$;
 2) $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} > \frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} < 1$; 6) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} > 1$; 8) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{8} < 2$.

325 1) Переднее колесо экипажа имеет в окружности 225 см, а заднее – 325 см. Какое наименьшее расстояние должен проехать экипаж, чтобы и переднее и заднее колёса сделали по целому числу оборотов?

2) Из двух сцепляющихся зубчатых колес одно имеет 28, а другое 16 зубьев. До начала движения краской отмечены два соприкасающихся зубца этих колес. Через какое минимальное количество оборотов того и другого колеса опять совпадут отметки на них?



326 Легенда рассказывает, что в древности великий Архимед соорудил систему блоков, с помощью которой один человек смог спустить на воду огромный корабль «Сиракосия». Крылатыми стали произнесённые тогда слова Архимеда. Расшифруй их. (Буквы соответствуют полученным значениям x .)



a	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{5}{6}$	$1\frac{11}{12}$	2
x										
	А	Н	Ч	Й	Я	З	Т	Д	У	П

a	$2\frac{3}{8}$	$2\frac{4}{9}$	$2\frac{7}{12}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	$3\frac{7}{8}$	$4\frac{1}{6}$	$4\frac{5}{8}$	$5\frac{7}{12}$	$5\frac{3}{4}$
x										
	Е	К	М	О	В	Ю	Р	Л	Ы	И

$3\frac{1}{2}$	$1\frac{5}{6}$	$2\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{3}$	$\frac{23}{24}$

$1\frac{1}{6}$	2	$\frac{23}{24}$



$3\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{12}$	$2\frac{1}{6}$	$1\frac{1}{36}$	$3\frac{7}{12}$

$2\frac{1}{12}$	$\frac{7}{12}$	$2\frac{1}{12}$	$2\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{6}$



$4\frac{1}{3}$

$2\frac{7}{24}$

$\frac{7}{12}$	$\frac{23}{24}$	$2\frac{3}{4}$	$\frac{23}{24}$	$2\frac{1}{3}$	$\frac{23}{24}$	$2\frac{3}{4}$	2	$3\frac{7}{12}$

$2\frac{5}{12}$	$\frac{23}{24}$	$1\frac{1}{6}$	$3\frac{5}{24}$	$2\frac{11}{24}$

327 1) Запиши с помощью несократимых дробей части величин, выраженные в процентах: 3%, 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30%, 48%, 70%, 96%.

2) Вырази в процентах части величин: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{47}{50}$.

328 1) *NTN*-банк начисляет по обычному вкладу доход 6% годовых от внесённой суммы, а по срочному вкладу – 15%. Какой доход получит вкладчик в конце года, если он внесёт в начале года в *NTN*-банк 250 000 р., причем 150 000 р. из них – на срочный вклад?

2) В первом туре математической олимпиады принимали участие 340 человек. $\frac{4}{17}$ всех участников прошли во второй тур, а $\frac{3}{16}$ участников второго тура были премированы. Сколько человек получили премии?

3) В библиотеке имеется 22 500 книг. Из них 84% всех книг – на русском языке. Среди иностранных книг 35% на французском языке. Сколько французских книг в библиотеке?

329 1) Шахматная команда школы набрала в соревнованиях 72 очка, что составило $\frac{3}{5}$ от максимально возможного количества очков, которые можно было набрать во всех сыгранных ею партиях. Сколько партий сыграли в соревнованиях шахматисты школы, если в каждой партии разыгрывалось одно очко? Сколько партий сыграл каждый шахматист, если в составе команды было 12 человек и все они сыграли одинаковое количество партий?

2) Помогая летом на уборке овощей, Вадим заработал 4500 р., что составило 60% суммы, необходимой ему для покупки гитары. Сколько денег надо ему ещё заработать, чтобы купить эту гитару?

3) Картофелем засажен участок земли площадью 180 м², что составляет 45% площади огорода. А огород занимает 40% площади всего дачного участка. Чему равна площадь этого дачного участка?

330 В кооперативном доме проходили выборы председателя кооператива. Было выдвинуто 4 кандидатуры. За Деточкина было отдано $\frac{3}{14}$ всех голосов, что составило $\frac{2}{3}$ голосов, отданных за Лужина.

Коридоров набрал на 30 голосов меньше, чем Деточкин и Лужин вместе. А остальные проголосовали за Швабрина. Кто стал председателем кооператива, если в кооперативе 252 члена и по уставу председателем становится кандидат, получивший наибольшее число голосов? Смог бы этот кандидат стать председателем, если бы по уставу требовалось набрать не менее 50% голосов?



331 Как изменится сумма двух чисел, если:

- 1) одно слагаемое увеличить на $4\frac{1}{10}$, а другое – на $3\frac{1}{5}$;
- 2) одно слагаемое уменьшить на $4\frac{1}{10}$, а другое – на $3\frac{1}{5}$;
- 3) одно слагаемое увеличить на $4\frac{1}{10}$, а другое уменьшить на $3\frac{1}{5}$;
- 4) одно слагаемое уменьшить на $4\frac{1}{10}$, а другое увеличить на $3\frac{1}{5}$?

332 1) Как и на сколько изменится дробь $\frac{7}{10}$, если к её числителю и знаменателю прибавить по 5?

2) Как и на сколько изменится дробь $\frac{10}{7}$, если к её числителю и знаменателю прибавить по 5?

333 Построй математическую модель задачи и найди ответ, воспользовавшись при необходимости *методом перебора*:

1) Одно из двух натуральных чисел на 4 больше другого. Найди эти числа, если их произведение равно 96.

2) У причала находилось 6 лодок, часть из которых была двухместными, а часть трёхместными. Всего в эти лодки может поместиться 14 человек. Сколько двухместных и сколько трёхместных лодок было у причала?

3) Прямоугольный газон обнесён изгородью, длина которой 30 м. Площадь газона 56 м^2 . Найди длины сторон газона, если известно, что они выражаются натуральными числами.

4) В несколько посылок упаковали 36 книг и 54 журнала, распределив их между посылками поровну. В каждой посылке книг на 2 меньше, чем журналов. Сколько получилось посылок?



334 Упрости выражение и найди его значение:

- 1) $4a + 5b + 12 + 2a + 4 + 9b$, если $a = 7$, $b = 3$;
- 2) $12c + d + 7 + 8d + 3c + 5$, если $c = 4$, $d = 2$;
- 3) $9 + 2m + 4k + 6 + 3m + k$, если $m = 8$, $k = 1$;
- 4) $5x + 2 + y + 17 + 7y + 6x$, если $x = 1$, $y = 0$.

Образец:

$$\underline{2a} + \underline{7} + \underline{4b} + \underline{5} + \underline{3a} + \underline{b} = (2 \cdot a + 3 \cdot a) + (4 \cdot b + 1 \cdot b) + (7 + 5) = (2 + 3)a + (4 + 1)b + 12 = 5a + 5b + 12.$$

$$\text{Если } a = 6, b = 1, \text{ то } 5a + 5b + 12 = 5 \cdot 6 + 5 \cdot 1 + 12 = 47.$$

335 Преобразуй произведение в сумму:

- 1) $(25 + x)(x + 3)$;
- 2) $(y + 5)(y + 17)$;
- 3) $(k + 2)^2$;
- 4) $(3 + n)^2$.

336 В бассейн проведены три трубы. С помощью первой трубы бассейн можно наполнить за 10 ч, с помощью второй трубы – за 8 ч, а с помощью третьей трубы вся вода из бассейна может вылиться за 5 часов. Какая часть бассейна наполнится за 1 ч, если будут действовать все три трубы?

337 Построй график движения по рассказу «Приключения пса Грея», считая движение Грея прямолинейным, и ответь по графику на вопросы. (1 час – 4 клетки, 1 км – 1 клетка.)

«Однажды хозяин Грея поехал из деревни в город за покупками, встретил там своего старинного друга и остался у него ночевать. А Грей, проснувшись утром и почувствовав сильный голод, решил отправиться в лес за добычей. В 11⁰⁰ он выбежал из дома со скоростью 6 км/ч и через 1 ч достиг опушки леса. Залег в траву и стал ждать. Через 30 мин на опушку выскочил заяц, и пес погнался за ним со скоростью 40 км/ч. Через 15 мин гонки Грей понял, что зайца ему не догнать, и остановился на 15 мин отдышаться. А потом побежал обратно, озираясь и принюхиваясь, со скоростью 4 км/ч.



Через 30 мин он увидел барсука и погнался за ним со скоростью 24 км/ч. Через 15 мин Грей почти уже его догнал и совсем было схватил за толстый бок, но в этот момент барсук юркнул в нору. Целый час пес рыл нору и наконец понял, что это занятие бесполезное. На всякий случай он ещё 30 мин сторожил барсука, притаившись около норы. Но у барсука были другие планы по поводу своего будущего, и вылезать он не собирался. Удручённый пес, понутив голову, потрусил в деревню со скоростью 4 км/ч. Через 30 мин он добрался до опушки леса и издали увидел, что из трубы его дома идёт дымок. Окрылённый надеждой, он бросился бежать и через полчаса был уже дома, где его ждали хозяин, вернувшийся из города, и прекрасная кость в миске».

- 1) В котором часу Грей вернулся домой?
- 2) С какой скоростью бежал он последние полчаса?
- 3) На каком расстоянии от дома был Грей в момент, когда вернулся домой хозяин, – в 14 ч 30 мин? Что в это время делал Грей?
- 4) В какое время Грей находился на расстоянии 6 км от дома?



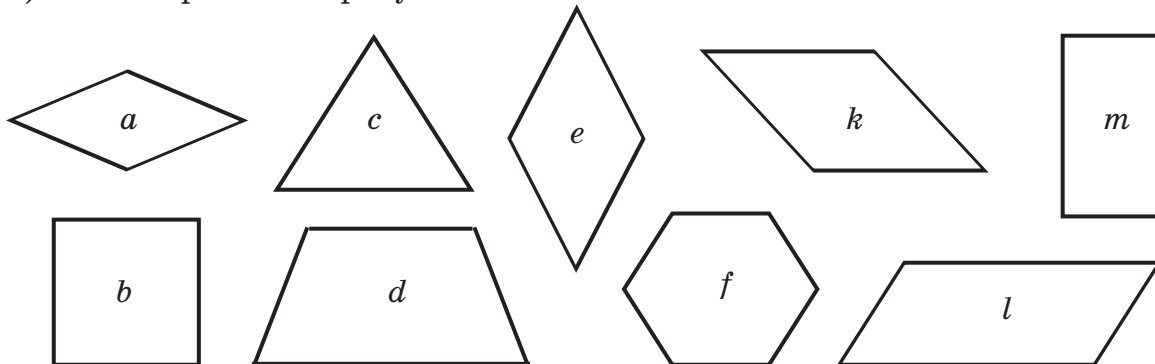
338 Найди значение выражения:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } & \frac{(5080 \cdot 604 - 432 \cdot 7002 + 200) : 107}{293\ 100\ 000 : 750 - 390\ 770} - \frac{(507 \cdot 7050) : (13^2 \cdot 5^2) : 47}{(204\ 034 - 201\ 989) : 409}; \\
 \text{б) } & \frac{(706 \cdot 24 - 53 + 5209 \cdot 101) : 7240}{(532^2 - 38^3) : 79 : 361} + \frac{(31\ 023 - 30\ 918)^2 : 245}{8^4 : 8^3}.
 \end{aligned}$$

339 1) Прочитай определение и назови определяемое понятие:

Четырёхугольник называется ромбом, если все его стороны имеют одинаковую длину.

2) Сколько ромбов на рисунке?



3) Сформулируй гипотезу о свойстве диагоналей ромба.

4) Что общего между фигурами *ромб* и *квадрат* и чем они различаются?

5) Построй диаграмму Эйлера–Венна для множеств A , B , C и D , где A – множество всех четырёхугольников, B – множество ромбов, C – множество квадратов и D – множество прямоугольников.

D

340 Выполни действия:

а) $\frac{8}{35} \cdot \frac{25}{32}$; в) $\frac{4}{7} \cdot \frac{19}{40} \cdot \frac{21}{38}$; д) $\left(\frac{5}{9}\right)^2$; ж) $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c}$ ($a, b, c \in N$);
 б) $\frac{52}{85} \cdot \frac{5}{39}$; г) $\frac{11}{36} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{10}{11}$; е) $\left(\frac{1}{4}\right)^3$; з) $\frac{m^2}{2kt} \cdot \frac{4t}{m}$ ($m, k, t \in N$).

341 1) Найди объём прямоугольного параллелепипеда, у которого длина равна $\frac{7}{8}$ м, ширина на $\frac{3}{8}$ м меньше длины, а высота в 6 раз больше ширины.

2) Тётя Даша купила 4 пакета гречки массой $\frac{4}{5}$ кг, а тётя Глаша купила за ту же сумму 5 пакетов такой же точно гречки, но расфасованной в пакеты по $\frac{3}{5}$ кг. Докажи, что тётя Даша совершила более выгодную покупку, чем тётя Глаша.



342 Вычисли:

а) $10 \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{39}$; в) $5 \cdot 4 \frac{7}{10}$; д) $1 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{2}{3} \cdot 1 \frac{3}{4} \cdot 1 \frac{4}{5}$;
 б) $1 \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{8}{15}$; г) $1 \frac{3}{8} \cdot 8$; е) $\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 + \frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{1}{7}\right)$.

343) 1) $(4 - 2\frac{5}{6} - \frac{5}{12}) \cdot (7\frac{1}{12} - 5\frac{3}{4})$; 3) $(1\frac{5}{6} + 2\frac{4}{9} - 1\frac{3}{4}) \cdot 4 - (3\frac{1}{2} - 1\frac{7}{10}) \cdot 5$;
 2) $5\frac{17}{20} + (3\frac{1}{2} - 2\frac{3}{8}) \cdot 1\frac{1}{3} \cdot (4\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6})$; 4) $[(1\frac{2}{3})^2 - 1\frac{1}{2}] \cdot 4\frac{2}{23} + \frac{21}{23} \cdot (2\frac{5}{6} - 2\frac{5}{6})$.

344) 1) Фермер вспахал весной поле под овес за 3 дня. В первый день он вспахал $12\frac{3}{4}$ га, во второй день – на $\frac{1}{2}$ га меньше, чем в первый, а в третий день ему помог сын и они вместе вспахали в $2\frac{6}{7}$ раза больше, чем во второй день. Чему равна площадь вспаханного поля?

2) Одна бригада асфальтирует за день $1\frac{3}{5}$ км дороги, а другая, используя более производительную технику, в $2\frac{1}{2}$ раза больше, чем первая. Начав работу одновременно и продвигаясь навстречу друг другу, обе бригады заасфальтировали дорогу между городом и поселком за 10 дней. Чему равна длина этой дороги?

345) Реши примеры и расположи ответы в порядке возрастания, сопоставив их соответствующим буквам. Зачеркни третью и седьмую буквы. Знаешь ли ты, кто это?

К $3\frac{3}{10} - \frac{7}{10}$	Т $7\frac{1}{55} - 2\frac{5}{33}$	О $8\frac{3}{35} - 5\frac{4}{5}$	И $1\frac{2}{3} + 3\frac{7}{39}$
Н $\frac{6}{7} + 1\frac{4}{7}$	А $2\frac{4}{5} + 1\frac{4}{9}$	Р $1\frac{7}{12} + 1\frac{29}{30}$	С $4\frac{10}{21} - 2\frac{11}{28}$

346) Упрости выражение и найди его значение:

1) $\frac{4}{9}c - \frac{5}{12}c + \frac{7}{18}c$, если $c = \frac{1}{8}, \frac{4}{25}, 3, 12$.
 2) $6\frac{1}{2}x + 4\frac{1}{4} + 2\frac{5}{6}x + 2\frac{3}{4}$, если $x = \frac{3}{28}, 1\frac{2}{7}, 2$.



347) Приведи дроби к несократимому виду, если $a, b, c \in \mathbb{N}$:

а) $\frac{840}{1764}$; б) $\frac{25 \cdot 252525 \cdot 2525}{7575 \cdot 75 \cdot 757575}$; в) $\frac{4^6}{4^7}$; г) $\frac{8^5}{8^3}$; д) $\frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5^4}{2 \cdot 3^2 \cdot 5^6}$; е) $\frac{a \cdot b^2 \cdot c}{a^2 \cdot b \cdot c^3}$.

348) 1) Возьми какую-нибудь правильную дробь, прибавь к её числителю и знаменателю по 3. Как и на сколько изменилась дробь?
 2) Возьми какую-нибудь неправильную дробь, прибавь к её числителю и знаменателю по 3. Как и на сколько изменилась дробь?
 3) Возьми какую-нибудь дробь, равную 1, прибавь к её числителю и знаменателю по 3. Как и на сколько изменилась дробь?
 4) Проанализируй результаты решения предыдущих задач и сформулируй гипотезу. Можно ли считать полученное утверждение верным на основании рассмотренных примеров? Почему?

- 349** 1) Запиши с помощью несократимых дробей части величин, выраженные в процентах: 8%, 35%, 50%, 60%, 75%, 80%.
- 2) Вырази в процентах части величин: $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{50}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$.

- 350** 1) Вкладчик внёс в банк, дающий 5% годовых от внесенной суммы, 40 000 р. Какая сумма будет на его счёте через год, два года, три года?
- 2) Аист пролетел примерно 400 км, что составило $\frac{4}{11}$ расстояния, которое пролетела летучая мышь, и лишь $\frac{1}{15}$ от пути, который преодолела египетская цапля. Перелётная саранча пролетела расстояние в 15 раз меньше, чем египетская цапля. Во сколько раз путь перелета саранчи больше, чем у летучей мыши?

- 351** Выбирая директора, работники кондитерской фабрики проголосовали следующим образом. За Пирожкова проголосовали 212 человек, за Тортикову – $\frac{47}{53}$ от числа проголосовавших за Пирожкова. Булкин получил на 42 голоса больше, чем Конфеткина, а вместе Булкин и Конфеткина набрали 80% от общего числа голосов Пирожкова и Тортиковой. Кто набрал большее число голосов и стал директором фабрики? На сколько голосов больше получила Тортикова, чем Конфеткина?



- 352** Построй математическую модель задачи и найди ответ *методом перебора*:
- 1) Произведение двух натуральных чисел равно 72. Найти эти числа, если одно из них больше другого на 6.
- 2) На турбазе имеются палатки и домики, общее число которых равно 25. В каждом домике живут 4 человека, а в палатке – 2 человека. Сколько на турбазе палаток и сколько домиков, если всего на этой турбазе отдыхают 70 человек?
- 3) Прямоугольный участок земли обнесён забором, длина которого 40 м. Площадь участка 96 м². Найти длины сторон этого участка, если известно, что они выражаются натуральными числами.

- 353** В бассейн проведено 2 трубы. С помощью первой трубы бассейн может наполниться за 9 ч, а с помощью второй трубы вся вода из наполненного бассейна может вылиться за 6 ч. Как и на какую часть объёма бассейна изменится уровень воды в нем за 1 час, если одновременно открыть обе трубы?

- 354** Используя циркуль и линейку, построй 3 различных ромба, длина стороны каждого из которых равна 4 см. Сформулируй гипотезу о свойстве углов ромба и проверь её для построенных ромбов с помощью измерений.

355 Построй график движения по рассказу «В поисках капитана Гранта» (2 клетки – 1 ч, 1 клетка – 1 км) и ответь на поставленные вопросы:

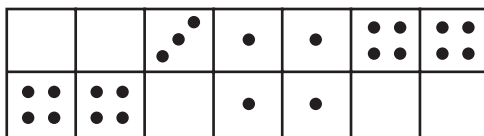
«8 февраля 1862 года в 7 ч утра экспедиция лорда Гленарвана отправилась вдоль реки Рио-Глазго к поселению индейцев, находящемуся в 25 км от их места стоянки. Первые 2 ч они шли со скоростью 3 км/ч. Затем их путь пересёк водопад, через который им пришлось переправляться в течение 1 ч 30 мин. Далее тропа оказалась более ровной, и их скорость увеличилась до 4 км/ч. Ещё через 2 ч 30 мин путники подошли к участку, где тропа местами заросла колючими кустами и лианами. Они сделали получасовой привал и шли следующий участок пути со скоростью 1 км/ч, продираясь через заросли. Через час трудной дороги они вышли на ровное плато, где сделали остановку на 1 ч 30 мин для обеда и отдыха. Остальной путь до поселения экспедиция прошла за 2 ч».

- 1) С какой скоростью шли путешественники последние 2 часа?
- 2) Сколько времени занял весь их путь?
- 3) На каком расстоянии от исходного пункта они находились в полдень?
- 4) Какое расстояние от водопада до плато?
- 5) За какое время экспедиция преодолела расстояние от водопада до плато?
- 6) Какой путь прошла экспедиция за время от 10 ч 30 мин до 17 ч?
- 7) С какой скоростью должна была бы идти экспедиция, двигаясь равномерно, чтобы пройти весь свой путь за то же время?



356* Можно ли 77 телефонов соединить между собой проводами так, чтобы каждый был соединен ровно с пятнадцатью?

357* В коробке лежат 7 костяшек домино из одного комплекта, но границ между ними не видно. Нарисуй, где проходят границы между костяшками, и объясни свой ответ.



358* Докажи истинность высказывания:

1) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{16} < 4$; 2) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{64} < 6$.

359* Из шахматной доски вырезали 2 угловые клетки, расположенные на одной диагонали. Можно ли оставшуюся часть доски покрыть 31-й косточкой домино так, чтобы каждая косточка покрывала ровно две клетки доски?

4. Деление дробей.

Построим правило деления дробей. Но здесь мы будем исходить не из практической задачи, а из связи деления с умножением.

По *определению* деления натуральных чисел разделить число a на число b – это значит найти такое число c , которое при умножении на b дает a . Другими словами, равенство $a : b = c$ означает то же самое, что $cb = a$:

$$a : b = c \Leftrightarrow cb = a.$$

Будем считать это определение верным и на множестве дробных чисел при $b \neq 0$. Применим его для деления, например, $\frac{2}{5}$ на $\frac{3}{7}$. Тогда в соответствии с принятым определением, нам надо найти дробь $\frac{p}{q}$, где $p, q \in N$, удовлетворяющую равенству $\frac{p}{q} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{5}$:

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{p}{q} \Leftrightarrow \frac{p}{q} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{5}.$$

Чтобы получить в левой части последнего равенства дробь $\frac{p}{q}$, умножим обе его части на $\frac{7}{3}$ и воспользуемся распределительным свойством умножения:

$$\left(\frac{p}{q} \cdot \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{7}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} \Leftrightarrow \frac{p}{q} \cdot \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} \Leftrightarrow \frac{p}{q} \cdot 1 = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} \Leftrightarrow \frac{p}{q} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3}.$$

Итак, мы видим, что для деления на дробь можно произвести умножение на «перевернутую» дробь, то есть дробь, у которой числитель и знаменатель поменялись местами:

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3}.$$

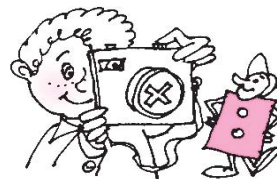
Вместо бытового слова «перевернутая» говорят **обратная**.

Рассмотренный пример иллюстрирует общее **правило деления дробей**:

Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на дробь, обратную делителю:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}, \text{ где } a, b, c, d \in N$$

Самое интересное и полезное для нас в полученном результате – это то, что деление дробей сводится к их умножению. Вспомним, насколько труднее разделить натуральные числа, чем их перемножить. А для дробей эти действия по трудности совершенно одинаковы.



Для деления дробей выполняются известные нам частные случаи деления с 0 и 1:

$$\frac{a}{b} : 1 = \frac{a}{b}, \quad \frac{a}{b} : \frac{a}{b} = 1, \quad 0 : \frac{a}{b} = 0.$$

А деление на ноль для дробей, как и для натуральных чисел, не допускается.

При делении дроби на натуральное число, как и в случае умножения дробей, нет необходимости каждый раз проделывать всю цепочку вычислений. В самом деле:

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b} : \frac{n}{1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{n} = \frac{a}{bn}.$$

Значит, при делении дроби на натуральное число можно умножить на это число знаменатель, а числитель оставить прежним:

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{bn}, \quad \text{где } a, b, n \in \mathbb{N}$$

Например, при делении по этому правилу дроби $\frac{16}{25}$ на 8 ответ получается почти сразу:

$$\frac{16}{25} : 8 = \frac{16}{25 \cdot 8} = \frac{2}{25}.$$

При делении смешанных чисел их можно сначала перевести в неправильные дроби, а затем применить общее правило деления дробей:

$$4\frac{2}{3} : 3\frac{1}{9} = \frac{14}{3} : \frac{28}{9} = \frac{14 \cdot 9}{3 \cdot 28} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

Так же поступают и в случае, когда делимое или делитель являются натуральными числами. Однако при делении смешанного числа на натуральное иногда оказывается возможным не переводить его в дробь, а делить отдельно целую и дробную части, например:

$$6\frac{8}{9} : 2 = \left(6 + \frac{8}{9}\right) : 2 = 6 : 2 + \frac{8}{9} : 2 = 3 + \frac{8}{9 \cdot 2} = 3 + \frac{4}{9} = 3\frac{4}{9}.$$

Преобразования в таких случаях обычно выполняют «в уме» и записывают

короче: $6\frac{8}{9} : 2 = 3 + \frac{8}{9 \cdot 2} = 3\frac{4}{9}.$

В завершение заметим, что если дробь $\frac{a}{b}$ является обратной для дроби $\frac{b}{a}$, то дробь $\frac{b}{a}$, очевидно, является обратной для дроби $\frac{a}{b}$. Пару таких дробей

называют **взаимно обратными**. Например: $\frac{5}{9}$ и $\frac{9}{5}$, $\frac{17}{48}$ и $\frac{48}{17}$, $\frac{56}{3}$ и $\frac{3}{56}$.



К

360 1) Прочитай определение и назови определяемое понятие:

Два числа, произведение которых равно 1, называют взаимно обратными.

2) Приведи примеры взаимно обратных чисел. Запиши числа, обратные числам $\frac{3}{14}$, $\frac{29}{56}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{1}{2}$, 8, 90, $1\frac{2}{3}$, $3\frac{4}{5}$, $\frac{a}{b}$, $\frac{1}{k}$, n .

361 Найди общие высказывания и высказывания о существовании. Докажи или опровергни их.

1) У всякого числа имеется обратное.

2) Дробь, обратная неправильной дроби, является правильной.

3) Дробь, обратная правильной дроби, является неправильной.

4) Существует число, обратное самому себе.

5) Из двух взаимно обратных дробей одна обязательно является правильной, а другая – неправильной.

6) Произведение двух взаимно обратных дробей может быть больше 1.

362 а) $\frac{4}{9} : \frac{2}{5}$; в) $\frac{2}{9} : \frac{4}{3}$; д) $\frac{7}{12} : \frac{21}{16}$; ж) $\frac{4}{35} : \frac{8}{5}$;

б) $\frac{2}{3} : \frac{13}{24}$; г) $\frac{15}{16} : \frac{3}{10}$; е) $\frac{36}{49} : \frac{6}{7}$; з) $\frac{3}{10} : \frac{7}{100}$.

363 а) $\frac{5}{11} : 3$; в) $\frac{1}{3} : 4$; д) $\frac{20}{9} : 8$; ж) $\frac{14}{15} : 12$;

б) $\frac{8}{7} : 2$; г) $\frac{10}{21} : 5$; е) $\frac{56}{13} : 7$; з) $\frac{27}{11} : 18$.

364 а) $\frac{5}{38} : 1$; б) $0 : \frac{13}{7}$; в) $\frac{6}{23} : \frac{6}{23}$; г) $0 : \left(\frac{4}{5} : \frac{4}{5}\right)$; д) $\left(\frac{7}{6} : 1\right) : \frac{7}{6}$.

365 а) $1\frac{1}{49} : \frac{25}{42}$; г) $4\frac{3}{8} : 5\frac{1}{4}$; ж) $8 : 2\frac{2}{3}$; к) $3\frac{3}{11} : \frac{27}{44}$; н) $12\frac{8}{33} : 4$;

б) $\frac{7}{48} : 6\frac{6}{7}$; д) $10\frac{3}{5} : 1\frac{23}{30}$; з) $3\frac{5}{9} : 4$; л) $4\frac{1}{5} : 7$; о) $45\frac{10}{29} : 5$;

в) $5\frac{7}{13} : \frac{4}{39}$; е) $1\frac{7}{25} : 2\frac{6}{25}$; и) $15 : 6\frac{1}{4}$; м) $1\frac{7}{9} : 3\frac{3}{7}$; п) $34\frac{17}{42} : 17$.

366 Выполни деление, если значения всех переменных – натуральные числа:

а) $\frac{ab}{n} : \frac{3a}{n}$; б) $\frac{3}{5d} : \frac{c}{10}$; в) $\frac{4x^3}{y} : x$; г) $b^3 : \frac{b^2}{7a}$.

367 Банка вмещает $\frac{3}{4}$ кг меда. Сколько таких банок надо взять, чтобы разложить в них $13\frac{1}{2}$ кг меда?



368 За $1\frac{1}{5}$ кг конфет покупатель заплатил 324 р. Сколько стоит 1 кг таких конфет?

369 Бревно, длина которого $8\frac{4}{5}$ м, распилили на 11 равных частей. Чему равна длина каждой части?

370 За сколько времени Максим дойдёт до школы, удаленной от его дома на расстояние $2\frac{1}{4}$ км, если будет идти со скоростью 2 км/ч, $2\frac{7}{10}$ км/ч, 3 км/ч, $3\frac{3}{4}$ км/ч, $4\frac{1}{2}$ км/ч, $5\frac{5}{8}$ км/ч?

371 На ткацком станке за $\frac{3}{20}$ ч изготавливают $8\frac{1}{4}$ м ткани. Сколько метров ткани будет изготовлено на этом станке за рабочий день, продолжительность которого составляет $7\frac{4}{5}$ ч?

372 1) Сравни m и $m : \frac{2}{5}$ при $m = 4, 10, \frac{1}{5}, \frac{15}{8}$. Как изменяется число при его делении на дробь, меньшую единицы?

2) Сравни n и $n : \frac{5}{2}$ при $n = 5, 15, \frac{1}{2}, \frac{25}{16}$. Как изменяется число при его делении на дробь, большую единицы?

3) Для натуральных чисел делимое никогда не бывает меньше делителя и частного. Сохраняется ли это свойство для деления дробей?

373 Сравни, не вычисляя, если значения всех переменных – натуральные числа:

1) $5\frac{3}{47}$ и $5\frac{3}{47} : 1\frac{5}{11}$; 3) $4\frac{12}{13} : \frac{6}{7}$ и $4\frac{12}{13}$; 5) a и $a : 3\frac{2}{5}$; 7) $c : \frac{5}{9}$ и c ;

2) $9\frac{3}{8} : 2\frac{8}{15}$ и $9\frac{3}{8}$; 4) $8\frac{21}{59}$ и $8\frac{21}{59} : \frac{7}{16}$; 6) $b : \frac{11}{7}$ и b . 8) d и $d : \frac{2}{5}$.

374 1) Разность двух чисел $8\frac{1}{2}$, а их сумма – 17. Во сколько раз одно из них больше второго?

2) Сумма двух чисел $10\frac{5}{6}$, а их разность – $2\frac{1}{2}$. Во сколько раз одно из них меньше второго?

375 Найди значение выражения:

1) $3\frac{3}{5} : a$, если $a = \frac{9}{25}, 1, 1\frac{1}{5}, 1\frac{1}{3}, 2\frac{7}{10}, 3, 3\frac{3}{5}, 10$;

2) $b : 4\frac{2}{3}$, если $b = \frac{1}{3}, 1, 2\frac{1}{3}, 4\frac{2}{3}, 6\frac{2}{9}, 7, 12\frac{5}{6}, 28$.

Что ты замечаешь?



376 Расположи дроби в порядке возрастания:

$$1) \frac{1}{2}, \left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{1}{2}\right)^3; \quad 2) \left(\frac{1}{5}\right)^2, \left(\frac{1}{5}\right)^{22}, \left(\frac{1}{5}\right)^{222}; \quad 3) \frac{3}{2}, \left(\frac{3}{2}\right)^{10}, \left(\frac{3}{2}\right)^{100}.$$

377 Как найти неизвестный множитель, делимое, делитель? Реши уравнение:

$$1) 5\frac{1}{4} \cdot a = \frac{7}{8}; \quad 3) c : 1\frac{11}{16} = \frac{4}{9}; \quad 5) 1\frac{2}{3} : x = 2\frac{7}{9}; \quad 7) 4m = 3\frac{3}{7};$$

$$2) 4\frac{2}{9} = 6\frac{1}{3} \cdot b; \quad 4) 8\frac{1}{4} = d : \frac{2}{11}; \quad 6) 2\frac{1}{2} = 1\frac{2}{3} : y; \quad 8) 24\frac{12}{19} = 6n.$$

378 Вычисли:

$$1) 2\frac{1}{4} : \frac{3}{8} : \frac{1}{2}; \quad 3) 1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} : 1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{5}; \quad 5) \left(1\frac{1}{2}\right)^2 : \left(1\frac{1}{4}\right)^2 : \left(1\frac{2}{3}\right)^2 : \left(1\frac{1}{5}\right)^2;$$

$$2) 2\frac{1}{4} : \left(\frac{3}{8} : \frac{1}{2}\right); \quad 4) 1\frac{1}{2} : \left(1\frac{1}{4} : 1\frac{2}{3}\right) : 1\frac{1}{5}; \quad 6) 1\frac{1}{2} : \left(1\frac{1}{4}\right)^2 : 1\frac{2}{3} : \left(1\frac{1}{5}\right)^2.$$

379 1) Ширину прямоугольного участка земли, равную $35\frac{3}{4}$ м, увеличили на $8\frac{7}{20}$ м и получили прямоугольный участок площадью 882 м^2 . Чему была равна первоначальная площадь участка?

2) Площадь поверхности куба равна $13\frac{1}{2} \text{ см}^2$. Чему равна длина ребра этого куба?

380 1) Длина основания прямоугольного параллелепипеда $2\frac{1}{2}$ м, а ширина в $1\frac{9}{16}$ раза меньше длины. Чему равна высота этого параллелепипеда, если его объем равен $12\frac{4}{5} \text{ м}^3$?

2) Из куска свинца, имеющего форму куба с ребром $\frac{3}{5}$ дм, сделали квадратный лист толщиной $\frac{1}{100}$ дм. Чему равна площадь листа?

381 Выполни действия:

$$1) 2\frac{1}{6} - 1\frac{2}{9} : 3\frac{2}{3}; \quad 4) \left(\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4}\right) : 4\frac{7}{9} \cdot 2\frac{2}{3} - 1\frac{2}{3};$$

$$2) 4\frac{2}{5} : \left(\frac{7}{10} + 2\frac{3}{5}\right); \quad 5) \left(1\frac{1}{8} + 1\frac{1}{2}\right) : 3 : \left(5\frac{1}{2} - \frac{9}{20} : 1\frac{4}{5}\right);$$

$$3) 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{9}\right)^2; \quad 6) \frac{9}{10} \cdot 1\frac{1}{14} : 2\frac{4}{7} \cdot 24 - 2\frac{4}{15} : \left(1\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right).$$

382 1) Расстояние между двумя железнодорожными станциями 336 км. С этих станций выехали одновременно навстречу друг другу два поезда и встретились через $2\frac{2}{5}$ ч. Найди скорость каждого поезда, если скорость одного из них на 5 км/ч больше скорости другого.

2) С аэродрома в 12 ч дня вылетел вертолёт. Через $1\frac{1}{2}$ ч с того же аэродрома в том же направлении вылетел самолёт. Скорость самолёта равна 800 км/ч, что в 4 раза больше скорости вертолёта. В котором часу самолёт догонит вертолёт? На каком расстоянии от аэродрома это произойдёт?

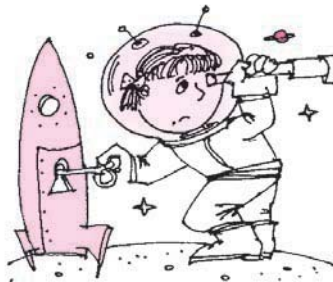
383 Велосипедист и мотоциклист выехали в разное время навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 168 км. Скорость мотоциклиста $36\frac{3}{4}$ км/ч, а скорость велосипедиста в $2\frac{3}{16}$ раза меньше. Проехав 70 км, велосипедист встретил мотоциклиста. На сколько раньше мотоциклиста он выехал?

384 Из дачного поселка в деревню вышел пешеход со скоростью $4\frac{1}{5}$ км/ч. Через 25 мин из того же поселка в том же направлении выехал велосипедист со скоростью 21 км/ч. Успеет ли велосипедист догнать пешехода до его прихода в деревню, если расстояние между деревней и дачным поселком $3\frac{1}{2}$ км?

385 1) Межгалактическая экспедиция в результате проведённых ею измерений установила, что экваториальный диаметр Юпитера составляет примерно $142\frac{4}{5}$ тыс. км. Во сколько раз экваториальный диаметр Юпитера больше, чем экваториальный диаметр Земли, равный примерно $12\frac{3}{4}$ тыс. км?

2) Алиса, спасаясь от космических пиратов, мчится по планете X на вездеходе к «машине времени» со скоростью $4\frac{2}{5}$ км/мин, а пираты гонятся за ней со скоростью $4\frac{2}{3}$ км/мин.

Сколько времени требуется пиратам, чтобы догнать Алису, если сейчас расстояние между ними равно 12 км? Успеет ли Алиса убежать от пиратов, если до «машины времени» ей нужно добираться ещё 176 км, а для того, чтобы завести машину, ей требуется 2 минуты?



386 Реши уравнение:

1) $3x + 5x = 7$;

5) $3\frac{1}{8} : (x - 4\frac{7}{24}) = \frac{17}{18} + 1\frac{5}{6}$;

2) $1 = 6x - 2x + x$;

6) $24\frac{1}{14} + 8\frac{3}{7} = (x : 1\frac{1}{9}) \cdot 5\frac{5}{12}$;

3) $7\frac{1}{4}x - x = 9\frac{3}{8}$;

7) $(4\frac{1}{5} : x + 1\frac{1}{3}) : 2\frac{4}{35} - \frac{4}{5} = 1\frac{8}{15}$;

4) $1 : 2\frac{7}{9} = x + 4\frac{2}{5}x$;

8) $4\frac{1}{5} : 1\frac{1}{5} = 2\frac{3}{4} \cdot 4 - 1\frac{7}{18}x$.

387 Составь и реши уравнения:

1) Задуманное число сначала увеличили в два с половиной раза, затем уменьшили в $1\frac{1}{5}$ раза, вычли $\frac{7}{18}$ и получили $1\frac{5}{6}$. Найди задуманное число.

2) Из $6\frac{1}{4}$ вычли задуманное число, а разность увеличили сначала в $1\frac{2}{3}$ раза, а потом в $2\frac{4}{5}$ раза. В результате получилось число, в $5\frac{3}{14}$ раза меньшее числа 146. Какое число задумали?

3) Сумма двух чисел равна $12\frac{4}{11}$, одно из них в 3 раза больше другого. Найди эти числа.

4) К задуманному числу прибавили $4\frac{5}{7}$ и получили число, в 12 раз больше задуманного. Найди задуманное число.

5) Задуманное число увеличили на $\frac{1}{2}$, затем то же самое число увеличили на $2\frac{1}{2}$ и полученные суммы перемножили. В результате получилось число, на $8\frac{1}{4}$ большее квадрата задуманного числа. Какое число задумано?

π

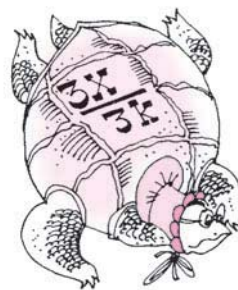
388 Может ли быть:

а) несократимой дробь, у которой числитель и знаменатель оба делятся на 3?

б) сократимой дробь, у которой числитель и знаменатель оба не делятся на 3?

в) сократимой дробь, у которой числитель делится на 3, а знаменатель не делится на 3?

г) несократимой дробь, у которой числитель делится на 3, а знаменатель не делится на 3?



389 Числитель дроби делится на 3, а знаменатель не делится на 3. Может ли эта дробь быть сократимой?

390 Найди наименьшее и наибольшее трёхзначные числа n , при которых дроби $\frac{3}{n+1}$, $\frac{4}{n+2}$, $\frac{5}{n+3}$, $\frac{6}{n+4}$ все несократимы.

391 Сократи дроби, если значения всех переменных – натуральные числа и $y \neq z$:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{2640}{5544}; & 3) \frac{8a^2b}{36ab^3c}; & 5) \frac{56 \cdot 78}{29 \cdot 56 - 56 \cdot 16}; & 7) \frac{a(b+c)}{ac}; \\ 2) \frac{5670}{33075}; & 4) \frac{52mk^3}{13mk^2t}; & 6) \frac{11 \cdot 25 - 7 \cdot 25}{25 \cdot 44 - 14 \cdot 25}; & 8) \frac{xy - xz}{y - z}. \end{array}$$

392 Назови пять чисел x , таких, что $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$. Можно ли назвать ещё 10 таких чисел? А сто чисел, тысячу, миллион?

393 1) Найди число, которое на столько же меньше $5\frac{5}{12}$, на сколько $2\frac{2}{3}$ меньше $6\frac{1}{6}$.

2) От неизвестного числа отняли два раза по $2\frac{1}{4}$, три раза по $\frac{1}{8}$ и два раза по $\frac{2}{3}$, после чего осталось $3\frac{11}{24}$. Найди это число.

394 1) К числителю и знаменателю дроби $\frac{3}{4}$ прибавили по 2. Как изменилась дробь и на сколько?

2) К числителю и знаменателю дроби $\frac{4}{3}$ прибавили по 2. Как изменилась дробь и на сколько?

395 1) Сформулируй *гипотезу* о том, как изменяется правильная дробь, когда к её числителю и знаменателю прибавляют одно и то же натуральное число. Докажи свою гипотезу, используя метод введения буквенных обозначений.

2) Выполни предыдущее задание для случая, когда данная дробь неправильная.

396 Двое играют в следующую игру. Разрешается называть любое число, меньшее 1, и проигрывает тот, кто не сможет назвать число большее, чем назвал его соперник. Кто выиграет, если оба знают математику достаточно хорошо?



397 Придумай 100 несократимых дробей и расположи их в возрастающем порядке.

398 1) Увеличь в 3 раза каждое из чисел: $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{23}{30}$, $2\frac{6}{7}$, $1\frac{5}{9}$, $4\frac{2}{3}$.

2) Найди числа, которые больше числа $1\frac{13}{15}$ в 2 раза, 3 раза, 5 раз, $1\frac{1}{4}$ раза, $6\frac{3}{7}$ раза.

399 Выполни действия, если значения всех переменных – натуральные числа:

1) $\frac{m}{k} - \frac{n}{7k}$; 2) $\frac{4}{3x^2} + \frac{y}{15x}$; 3) $\frac{16a}{9} \cdot \frac{b}{8a^3}$; 4) $\frac{c^2}{14d} \cdot \frac{21d^2}{5c}$; 5) $\frac{p}{q} \cdot 3$; 6) $4s \cdot \frac{5r}{32}$.

400 1) Прочитай определение и назови определяемое понятие:

Факториалом натурального числа n называется произведение всех натуральных чисел от 1 до n :

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$$

($n!$ читается: «эн факториал»).

2) Вычисли: $2!$, $3!$, $4!$, $5!$, $6!$, $10!$.

3) Сравни: $\frac{1}{4!}$ и $\frac{1}{9!}$, $\frac{1}{56!}$ и $\frac{1}{49!}$, $\frac{1}{n!}$ и $\frac{1}{(n+3)!}$.

4) Приведи к несократимому виду дроби:

$$\frac{5!}{7!}, \frac{6!}{4!}, \frac{5!}{3! \cdot 4!}, \frac{8!}{4! \cdot 4!}, \frac{12!}{5! \cdot 7!}, \frac{100!}{98! \cdot 2!}.$$

5) Приведи дроби к наименьшему общему знаменателю:

$$\frac{1}{2!} \text{ и } \frac{1}{5!}, \frac{1}{3!} \text{ и } \frac{1}{4!}, \frac{1}{7!} \text{ и } \frac{1}{5!}, \frac{1}{99!} \text{ и } \frac{1}{100!}.$$

6) Найди значение разностей:

$$\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}, \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!}, \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!}, \frac{1}{5!} - \frac{1}{6!}.$$

Запиши следующие две разности и найди их значение. Чему равна разность $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$?



БЫЛЬ: «Однажды на экзамене...»

Преподаватель. Прочитайте выражение:

$$\frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!}.$$

Студент. Единица, делённая на два-а-а!.. Плюс единица, делённая на три-и-и!.. Плюс единица, делённая на четы-ы-ыре!..

Преподаватель. Постойте, постойте... Почему вы кричите?

Студент. Но там же написаны восклицательные знаки?!

401

1) Жители посёлка Бубликово — люди основательные и степенные, а самый разумный из них — Пантелей. Однако в своих финансовых делах он не полагался на память, а предпочитал тщательно записывать все свои доходы и расходы. Доходы он обозначал знаком «+», а расходы — знаком «-». Например, запись

$$+ 15 + 3 + 8 - 5 + 9 - 3 + 2 - 7 - 1 - 2 + 4,$$

которую Пантелей сделал в январе, означает, что в начале месяца у него было 15 монет, а в течение месяца к ним добавились сначала 3 монеты, потом 8, потом он израсходовал 5 монет и т. д.

- а) Какие ещё доходы и расходы были у Пантелея в январе?
б) Как удобнее подсчитывать итог за месяц?

2) Вслед за Пантелеем и другие жители Бубликова стали вести свои финансовые дела методом «доходов и расходов». Авдей, Гордей, Корней и Еремей сделали в феврале такие записи:

Авдей: $+ 8 - 2 + 4 + 9 - 11 - 5 + 4 + 5 - 2;$

Гордей: $+ 17 - 1 - 3 + 6 - 2 - 5 + 4 - 2 + 1;$

Корней: $+ 5 + 1 + 6 - 2 - 8 + 4 - 3 - 3;$

Еремей: $+ 3 - 2 + 1 - 3 + 4 - 2 - 1 - 5.$

- а) Как в течение февраля изменилось количество монет у каждого жителя?
б) Сколько монет стало в конце февраля у Авдея и Гордея?
в) Что произошло у Корнея?
г) Какой долг образовался у Еремея? Как удобно его обозначить?
д) Проследи изменения числа монет у жителей с помощью числового луча. Всегда ли хватает для этого чисел? Какие числа и где удобно записать? Что тебе напоминает получившаяся шкала?



3) У Матвея в конце февраля долг составил 12 монет. Поэтому запись за март у него выглядела так:

$$- 12 + 2 - 1 - 6 + 4 - 3 + 5 + 4.$$

Что произошло с его финансовыми делами за март? Какой получился итог?

402

Найди значение выражения, используя метод «доходов и расходов»:

1) $5\frac{1}{7} - 1\frac{3}{25} - \frac{2}{5} + 3\frac{5}{14} - 2\frac{7}{25} + 1\frac{1}{3} - 4\frac{3}{10} + \frac{1}{6};$

2) $3\frac{3}{16} + \frac{5}{6} - 1\frac{4}{13} - 2\frac{1}{6} + 5\frac{7}{48} - 4\frac{1}{39} + 6 - 1\frac{1}{3}.$



403 Упрости выражение и найди его значение:

1) $4\frac{3}{5}x + x + 2\frac{1}{2}x + \frac{7}{15}x + 3\frac{1}{10}x$, если $x = \frac{9}{14}, 1\frac{4}{5}, 3$;

2) $1\frac{2}{9}y + 3\frac{2}{7} + y + 1\frac{3}{14} + \frac{5}{6}y + 2\frac{1}{2}y$, если $y = \frac{6}{25}, 1\frac{4}{5}, 9$.

404 1) К Новому году родители учащихся двух пятых классов купили для детей подарки. За все подарки для 5 «А» заплатили 6480 р., а за подарки для 5 «Б» – 5760 р. Цена каждого подарка одинакова. В 5 «А» на 3 человека больше, чем в 5 «Б». Сколько учащихся в каждом классе?

2) Мальчики выкладывали дорожку из кирпичей. Стёпа работал на 35 мин дольше, чем Петя. Стёпа выложил 120 кирпичей, а Петя – 85. Их производительность одинаковая. Сколько времени работал каждый из мальчиков?

405 1) Трём братьям вместе 36 лет, а среднему и младшему в сумме 19 лет. Средний брат старше младшего на 3 года. Сколько лет каждому брату?

2) Трём сёстрам вместе 24 года. Младшей – 5 лет, а разница в годах у средней со старшей и младшей одинаковая. Сколько лет каждой сестре?

406 Чтобы покрасить забор площадью 180 м², Тому Союеру понадобится 6 дней, а Геку Финну – 3 дня. За сколько дней они покрасят забор, если станут работать вместе? Есть ли лишнее данное в условии задачи?

407 Корней и Пантелей одновременно выехали на велосипедах навстречу другу другу: Корней из Бубликова, а Пантелей – из Кренделькова. Корней может проехать все расстояние между посёлками за 15 ч, а Пантелей – за 10 ч.

1) Через сколько часов после выезда Корней и Пантелей встретились?

2) Найди расстояние между посёлками Бубликово и Крендельково, если скорость Пантелея на 6 км/ч больше скорости Корнея.



408 Прочитай выражения, найди их значения и сравни:

а) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)^2$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2$; в) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2$.

Что ты наблюдаешь? Сформулируй и докажи гипотезу.

409 Вычисли, опираясь на вывод, сделанный в № 408:

1) $\left(1\frac{4}{7}\right)^2 + 2 \cdot 1\frac{4}{7} \cdot 1\frac{3}{7} + \left(1\frac{3}{7}\right)^2$; 3) $\left(\frac{32}{141}\right)^2 + 2 \cdot \frac{32}{141} \cdot 1\frac{109}{141} + \left(1\frac{109}{141}\right)^2$;

2) $\left(4\frac{9}{11}\right)^2 + 2 \cdot 4\frac{9}{11} \cdot 5\frac{2}{11} + \left(5\frac{2}{11}\right)^2$; 4) $\left(3\frac{5}{12}\right)^2 + 2 \cdot 3\frac{5}{12} \cdot 2\frac{7}{12} + \left(2\frac{7}{12}\right)^2$.

- 410** 1) Магазин приобрел сыр по цене 200 р. за килограмм. По какой цене он должен его продавать, чтобы получить от закупочной цены прибыль: а) 10%; б) 15%; в) 20%; г) 25%?
- 2) Киоск, продав продукции на 48 000 р., понёс 4% убытка от выручки (суммы денег, полученных от покупателей за проданный товар). Найди сумму убытка.
- 3) Предприниматель купил товар за 600 000 р., а продал его за 840 000 р. Какой процент от закупочной цены товара составляет прибыль?

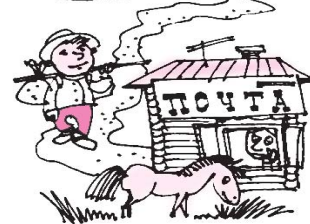
411 Фирма «Стройсервис» построила дом, состоящий из 32 квартир. Из них $\frac{1}{4}$ квартир – четырёхкомнатные, половина оставшихся – трёхкомнатные, а остальные – двухкомнатные. Площадь четырёхкомнатной квартиры составляет 144 м^2 , площадь трёхкомнатной – на 27 м^2 меньше, чем четырёхкомнатной, а площадь двухкомнатной составляет $\frac{1}{3}$ от суммы площадей трёхкомнатной и четырёхкомнатной. Куплены все квартиры. Прибыль с 1 м^2 составила 3000 р. Сколько денег заработала фирма после продажи квартир этого дома, если учесть, что 24% фирма выплатила государству в качестве налога на прибыль?

412 Обозначь неизвестную величину x и построь математическую модель задачи. Найди x .

1) Сергей доехал на велосипеде от озера до деревни и вернулся обратно, затратив на весь путь 1 час. От озера до деревни он ехал со скоростью 15 км/ч, а на обратном пути его скорость была 10 км/ч. Чему равно расстояние от озера до деревни?



2) Николай дошёл от станции до почты и вернулся обратно, затратив на весь путь 1 час. От станции до почты он шёл со скоростью 6 км/ч, а на обратном пути его скорость была 4 км/ч. Чему равно расстояние от станции до почты?



413 Зависимость переменной y от переменной x задана таблицей:

а)

x	1	2	3	4	5	6
y	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{7}$

б)

x	1	2	3	4	5	6
y	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{7}{30}$

Найди эту зависимость и запиши её в виде формулы.

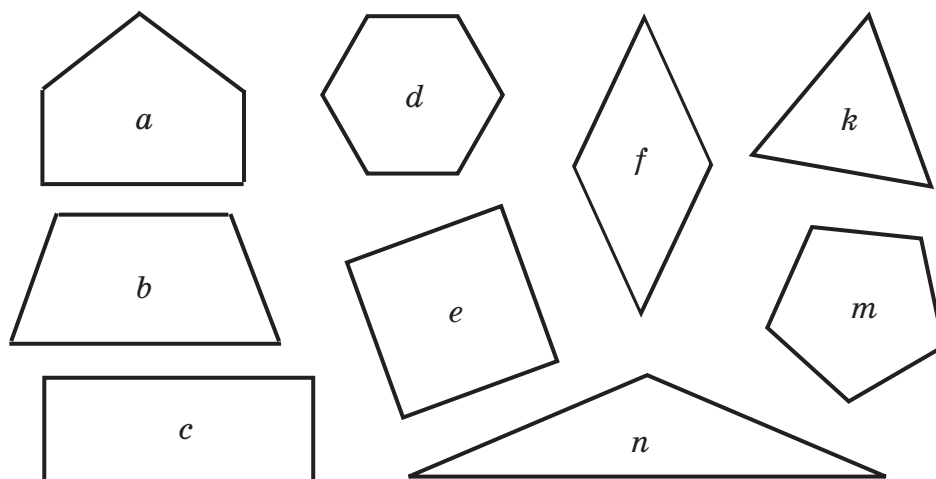
Придумай свой пример зависимости между переменными x и y . Запиши формулу зависимости y от x и составь таблицу.

414 Переменная x принимает значения из множества $\{2, 4, 6, 8, 10\}$. Зависимость y от x задается формулой: а) $y = \frac{12 - x}{6}$; б) $y = \frac{x + 3}{2x}$. Построй таблицу соответствующих значений x и y и определи, как изменяются значения y с увеличением значений x .

415 1) Прочитай определение и назови определяемое понятие:

Многоугольник, у которого все стороны и все углы равны, называется правильным.

2) Найди на рисунке правильные многоугольники:



3) Исходя из того, что сумма углов треугольника равна 180° , вычисли величину угла правильного четырёхугольника, пятиугольника, шестиугольника. Построй формулу зависимости величины угла правильного многоугольника от числа его сторон n .

416 Математическое исследование

1) Проведи окружность с центром в точке O и радиусом 4 см. Построй центральный угол AOB , равный 60° . Измерь длину хорды AB . Повтори эксперимент ещё два раза. Что ты замечаешь? Сделай вывод.

2) Исходя из полученного вывода, придумай, как построить правильный шестиугольник, пользуясь только циркулем и линейкой без делений.

3) Раздели окружность с помощью циркуля на 6 равных частей. Соедини отрезками три из отмеченных точек так, чтобы образовался правильный треугольник. Измерь углы между радиусами, соединяющими центр окружности с вершинами треугольника. Сделай вывод.

4) Как, пользуясь циркулем, линейкой и транспортиром, построить правильные четырёхугольник и пятиугольник? Выполни построения.

Объясни, почему выводы, полученные в этом исследовании, являются пока лишь гипотезами. Попробуй придумать доказательство своих гипотез для общего случая.

417 Известно, что сумма углов треугольника равна 180° . Придумай способ вычисления суммы углов четырёхугольника, пятиугольника, шестиугольника, ..., n -угольника. (Суммы удобно обозначать соответственно $S_4, S_5, S_6, \dots, S_n$.)

418 Найди значение выражения:

$$1) \frac{(500 + 310) : 9 \cdot 5 + 150}{(1000 : 100 \cdot 40 + 350) : 50} + \frac{(640 + 80) : 90 \cdot (150 : 2)}{480 - (200 + 430) : 70 \cdot 40};$$

$$2) \frac{40 \cdot 10 : 50 \cdot 125 - 160}{(490 : 70 \cdot 20 + 210) : 50} - \frac{(60 \cdot 6 - 120) : 80 \cdot 50}{(200 : 50 \cdot 25 + 140) : 120}.$$

D

419 Выполни деление:

а) $\frac{6}{7} : \frac{5}{6}$; б) $\frac{4}{15} : \frac{12}{23}$; в) $\frac{8}{21} : \frac{32}{49}$; г) $\frac{9}{5} : \frac{3}{10}$; д) $\frac{m}{t} : \frac{b}{t}$ ($b, m, t \in N$).

420 а) $\frac{2}{9} : 5$; б) $\frac{18}{23} : 2$; в) $\frac{22}{7} : 8$; г) $\frac{24}{35} : 16$; д) $\frac{c}{d} : n$ ($c, d, n \in N$).

421 а) $1\frac{5}{11} : \frac{8}{17}$; б) $5\frac{1}{3} : 6\frac{2}{3}$; в) $56 : 4\frac{4}{5}$; г) $27\frac{6}{7} : 3$; д) $9\frac{1}{8} : 9\frac{1}{8}$;
 е) $\frac{18}{25} : 2\frac{2}{5}$; ж) $7\frac{5}{7} : 4\frac{2}{7}$; з) $12\frac{3}{5} : 9$; и) $40\frac{15}{17} : 5$; к) $0 : 3\frac{4}{13}$.

422 Выполни деление, если значения всех переменных – натуральные числа:

а) $\frac{p}{q} : \frac{p}{s}$; б) $\frac{a}{b} : \frac{2a}{b^2}$; в) $\frac{c}{d} : 5$; г) $6 : \frac{3x}{y}$; д) $1 : \frac{m}{k}$.

423 1) Таня подсчитала, что по длине комнаты уместится 7 её шагов. Длина комнаты $4\frac{1}{5}$ м. Чему равна длина Таниного шага, если все её шаги одинаковые?

2) Плот проплыл 18 км за $6\frac{3}{4}$ ч. За сколько времени он проплывёт 20 км с той же скоростью? Какое расстояние он проплывёт за $11\frac{1}{4}$ ч?

3) Прямоугольный параллелепипед равен по объёму кубу с ребром 4 дм. Длина параллелепипеда $5\frac{1}{3}$ дм, а ширина в 2 раза меньше длины. На сколько дециметров высота параллелепипеда больше его ширины?

424 Найди значение выражения:

1) $2\frac{1}{4} + 8\frac{3}{4} : 6\frac{2}{3}$; 2) $(1\frac{1}{3})^2 \cdot (1\frac{1}{2})^3 : 2\frac{2}{5}$; 3) $(1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}) \cdot (5 - 1\frac{2}{3}) : 3\frac{1}{8}$.

425 Папа с сыном накопили осенью на даче 3 мешка картошки: большой, средний и маленький. Большой мешок весил 68 кг, средний весил в $1\frac{2}{15}$ раза меньше большого, а маленький – в $1\frac{3}{7}$ раза меньше среднего. Сколько всего килограммов весил урожай картошки, собранный папой с сыном?

426 Из Москвы по Рижскому шоссе выехал автобус со скоростью 54 км/ч. Через $2\frac{1}{3}$ ч вслед за ним выехал автомобиль со скоростью в $1\frac{4}{9}$ раза больше скорости автобуса. На каком расстоянии от автобуса будет автомобиль через 1 ч 45 мин после своего выезда? Через сколько времени после своего выезда он догонит автобус? С какой скоростью надо ехать автомобилю, чтобы догнать автобус через $3\frac{1}{2}$ ч?

427 1) Стол с шестью одинаковыми стульями стоит 20 600 р., а такие же стол и четыре стула стоят 15 800 р. Сколько стоит стол и сколько стоит стул?
2) Деду, отцу и сыну вместе 100 лет, а отцу и сыну – 34 года. Сын моложе отца на 26 лет. На сколько лет дед старше внука?

428 Реши уравнения:

$$1) 10 : 1\frac{7}{8} = 8x - 2x + x - 3x;$$

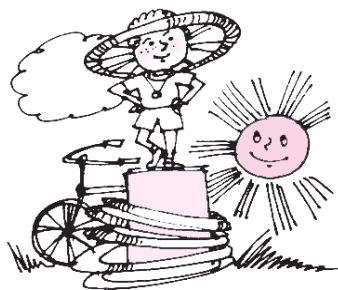
$$3) \left(8\frac{2}{5} : x + 3\frac{5}{9}\right) : 4\frac{1}{6} = 1\frac{1}{3};$$

$$2) 3\frac{2}{45}x + 1\frac{7}{30}x = 6\frac{1}{9};$$

$$4) \left(5\frac{1}{6} - x\right) \cdot 2\frac{7}{10} - 1\frac{3}{14} = 3\frac{2}{7}.$$

429 Во время каникул Корней решил заработать деньги для своего нового путешествия. На заводе, выпускающем детские велосипеды, он взялся вставлять спицы в колеса и за неделю вставил 8 000 000 спиц по 20 в каждое колесо.

В первый день Корней сделал 5% всех изготовленных им колёс. В каждый из следующих трёх дней он увеличивал выработку на 50% от количества колёс, изготовленных в предыдущий день. В пятый день он сделал на 20 000 колёс больше, чем в четвёртый. А в последние два дня количество сделанных им колёс было одинаковым. На сколько больше колёс сделал Корней в последний день, чем в первый?



430 Сократи дробь, если значения всех переменных – натуральные числа:

а) $\frac{450}{4200}$; б) $\frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2}{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}$; в) $\frac{12 \cdot 5 - 12 \cdot 3}{12 \cdot 4}$; г) $\frac{a^2b^3c}{abc^2}$; д) $\frac{2x + 4x}{2xy}$.

431 Найди дробь, знаменателем которой является однозначное число и которая больше $\frac{7}{9}$, но меньше $\frac{8}{9}$.

432 Выполни действия, если значения всех переменных – натуральные числа:

1) $\frac{n}{2k} - \frac{m}{k}$; 2) $\frac{a}{21b} \cdot \frac{3b^2}{a}$; 3) $\frac{c}{12d} : \frac{3}{4c}$; 4) $\frac{x}{18} + \frac{x}{4} - \frac{x}{12}$.

433 Упрости выражение и найди его значение:

1) $5\frac{3}{17}a + 3\frac{2}{34}a + a + \frac{35}{68}a$, если $a = 1, \frac{1}{3}, 2\frac{6}{13}$.

2) $3\frac{1}{8}b + \frac{2}{3}b + 2\frac{25}{44} + b + 4\frac{5}{24}b + \frac{2}{11}$, если $b = 0, \frac{7}{12}, \frac{3}{4}$.

434 Числовой кроссворд

По горизонтали:

а. $76\ 090 \cdot 5800$

б. $2\ 603\ 120 : 520$

в. $908 \cdot 8042$

г. $3\ 347\ 020 : 9046$

д. 27^2

е. 46^3

ж. $(300 + 9)^2$

з. $(526 - 496)^3$

и. $705 \cdot 430$

к. $208\ 080 : 36$

л. $505\ 050 - 495\ 532$

м. $1\ 928\ 730 : 239$

н. $44\ 539\ 132 : 8002$

а		о	п	р	с			
		б						
		в				у	ф	х
г	т			ж				
д				з				
е			ш					
			и		э	ю	я	
к	ц	ч			м			
л					н			



По вертикали:

а. $316\ 688 + 85\ 691$

к. $495\ 954 : 8406$

о. $250\ 908 - 93\ 815$

п. $1\ 529\ 544 : 5048$

р. $499\ 807 + 1\ 509\ 453$

с. $217 \cdot 121$

т. $2\ 544\ 500 : 3500$

у. $1\ 297\ 800 : 9270$

ф. $2\ 109\ 000 : 5550$

х. $6\ 004\ 848 + 98\ 158$

ц. $531\ 750 : 7090$

ч. $5\ 184\ 000 : 64\ 000$

ш. $1\ 164\ 416 : 352$

э. $285\ 670 : 742$

ю. $422\ 100 : 4020$

я. $576\ 576 : 1001$

435 Пользуясь циркулем, линейкой и транспортиром, построй на листе без клеток правильный: а) шестиугольник; б) треугольник; в) четырёхугольник; г) пятиугольник.

с

436* Найди закономерность и запиши следующие два числа в ряду:

а) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12} \dots$

б) $1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4}, 3\frac{1}{8}, 4\frac{1}{16} \dots$

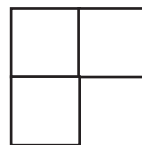
437* Заменяй буквы цифрами так, чтобы получилось верное равенство (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные):

$$\text{ХОД} + \text{ХОД} + \text{ХОД} + \text{ХОД} + \text{ХОД} = \text{МАТ}$$

Сколько решений этой задачи ты сможешь найти?

438* Докажи, что среди любых восьми различных натуральных чисел найдутся хотя бы два числа, разность которых делится на 7.

439* Начерти прямоугольник размером 4×6 клеток. Покажи, как его можно «замостить» трёхклеточными уголками так, чтобы никакие два из них не образовывали прямоугольник. («Замостить» – покрыть без наложений и свободных клеток.)

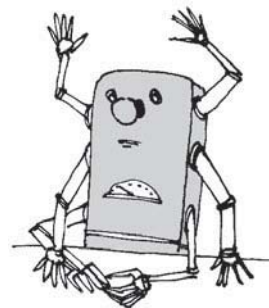


440* Из пунктов A и B одновременно выехали велосипедист и мотоциклист. Через час оказалось, что велосипедист находится точно посередине между A и мотоциклистом, а ещё через час они оказались на одинаковом расстоянии от пункта A . Во сколько раз скорость мотоциклиста больше, чем скорость велосипедиста?



441* Олегу подарили игрушечного робота. Наблюдая за ним в течение долгого времени, он заметил, что:

- 1) если сейчас робот кивает, то через минуту он моргает;
 - 2) если сейчас робот топает, то через минуту он хлопает;
 - 3) если сейчас робот пищит, то через минуту он кивает;
 - 4) если сейчас робот трещит, то через минуту он пищит;
 - 5) если сейчас робот моргает, то через минуту он топает;
 - 6) если сейчас робот хлопает, то через минуту он трещит.
- Сейчас робот пищит. Что он будет делать через 40 минут?



5. Примеры вычислений с дробями.

Нам известно, что частное двух натуральных чисел равно дроби, у которой делимое – числитель, а делитель – знаменатель, например:

$$5 : 12 = \frac{5}{12}.$$

При этом черту дроби можно рассматривать как другое обозначение действия деления. Такое обозначение действия деления с помощью черты дроби часто оказывается очень удобным, и его принято использовать для записи более сложных выражений. Например, частное

$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{3}{10} + \frac{8}{15}\right)$ можно записать в виде дроби $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}}{\frac{3}{10} + \frac{8}{15}}$. При вычислении

значения получившейся «многоэтажной» дроби последним выполняется действие деления: выражение в числителе делят на выражение в знаменателе.

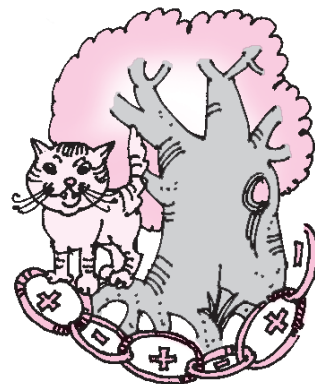
Запись решения можно вести «по действиям» или «цепочкой».

Запись «по действиям»:

$$1) \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5-2}{10} = \frac{3}{10};$$

$$2) \frac{3}{10} + \frac{8}{15} = \frac{9+16}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6};$$

$$3) \frac{3}{10} : \frac{5}{6} = \frac{3}{10} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3 \cdot \cancel{6}^3}{10 \cdot 5} = \frac{9}{25}.$$



Запись «цепочкой»:

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}}{\frac{3}{10} + \frac{8}{15}} = \frac{\frac{5-2}{10}}{\frac{9+16}{30}} = \frac{3}{10} : \frac{25}{30} = \frac{3}{10} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3 \cdot \cancel{6}^3}{10 \cdot 5} = \frac{9}{25}.$$

Однако во многих случаях вычислений с дробями быстрее всего приводит к цели **переход к натуральным числам**. Например, в нашей «многоэтажной» дроби наименьшим общим знаменателем всех дробей, входящих в её запись, является число 30:

$$\text{НОК}(2, 5, 10, 15) = 30.$$

Следовательно, если мы умножим и числитель, и знаменатель этой дроби на 30, то оба они станут целыми, а дробь при этом **не изменится**. Поэтому

$$\frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \cdot 30}{\left(\frac{3}{10} + \frac{8}{15}\right) \cdot 30} = \frac{15 - 6}{9 + 16} = \frac{9}{25}.$$

Особенно удобен переход к натуральным числам при работе с выражениями, содержащими сложение и вычитание дробей с разными знаменателями. Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Вычислить значение выражения

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}.$$

Решение: Обозначим искомое значение буквой S . Наименьшее общее кратное знаменателей данных дробей – число 60, и мы подсчитаем, чему равно $60S$:

$$60S = \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) \cdot 60 = 60 - 30 + 20 - 15 + 12 - 10 = 37.$$

Отсюда находим, что $S = \frac{37}{60}$.

Пример 2. Решить уравнение

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{8}x - \frac{5}{24}x + \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}x = 1\frac{1}{12}.$$

Решение: Умножим обе части уравнения на число 24 – наименьшее общее кратное всех знаменателей дробей, входящих в его запись. Получим уравнение, равносильное данному, но записанное уже только с использованием целых чисел:

$$4x + 3x - 5x + 16x + 18x = 26.$$

Ясно, что в левой части уравнения нужно вынести x за скобки и выполнить сложение и вычитание получившихся чисел:

$$(4 + 3 - 5 + 16 + 18)x = 26,$$

$$36x = 26,$$

$$x = \frac{26}{36}, \quad x = \frac{13}{18}.$$

Пример 3. Решить уравнение

$$\frac{5}{18} + \frac{1}{3}x + 1\frac{1}{9} + 1\frac{1}{2}x = 3\frac{5}{6}.$$

Решение: Перейдём в данном уравнении от дробных чисел к целым. Для этого умножим обе его части на наименьший общий знаменатель исходных дробей – число 18:

$$\underline{5} + \underline{6x} + \underline{20} + \underline{27x} = 69.$$

Пользуясь свойствами сложения и умножения, упростим левую часть уравнения, а затем найдём искомое значение x :

$$(6x + 27x) + 5 + 20 = 69,$$

$$(6 + 27)x + 25 = 69,$$

$$33x + 25 = 69,$$

$$33x = 44,$$

$$x = \frac{44}{33},$$

$$x = 1\frac{1}{3}.$$



Пример 4. Что больше: $\frac{1}{14} + \frac{1}{16}$ или $\frac{2}{15}$?

Решение: Если одно число больше другого, то после умножения их обоих на одно и то же натуральное число неравенство между ними сохранится. Умножим сумму $\frac{1}{14} + \frac{1}{16}$ и число $\frac{2}{15}$ на произведение $14 \cdot 15 \cdot 16$. После умножения все дроби превращаются в натуральные числа, и теперь нам надо выяснить, что больше: $16 \cdot 15 + 14 \cdot 15$ или $2 \cdot 14 \cdot 16$.

Можно заметить, что оба числа, $16 \cdot 15 + 14 \cdot 15$ и $2 \cdot 14 \cdot 16$, делятся на 2, и неравенство между ними не изменится, если оба разделить на 2. Таким образом, остается сравнить числа $8 \cdot 15 + 7 \cdot 15$ и $14 \cdot 16$. Первое из них равно $15 \cdot 15 = 225$, второе равно 224, то есть первое из этих чисел больше. А это означает, что именно первое из исходных чисел больше:

$$\frac{1}{14} + \frac{1}{16} > \frac{2}{15}.$$

Решение этой задачи проще записать с помощью математической символики. В начале решения мы, естественно, не знаем, какое из чисел больше, но можем поставить между ними знак неравенства произвольным образом, понимая, конечно, что при этом могло получиться и неверное высказывание. Так мы и сделаем, «забыв» о том, что мы уже знаем правильный ответ:

$$\begin{aligned} \frac{1}{14} + \frac{1}{16} < \frac{2}{15} &\Leftrightarrow 14 \cdot 16 \cdot 15 \cdot \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{16}\right) < 14 \cdot 16 \cdot 15 \cdot \frac{2}{15} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 15 \cdot (16 + 14) < 14 \cdot 16 \cdot 2 \Leftrightarrow 15 \cdot 15 < 14 \cdot 16 \Leftrightarrow 225 < 224 \text{ (ложно)}. \end{aligned}$$

Поскольку мы получили неверное неравенство, то и первое написанное нами неравенство неверно. И так как $225 > 224$, то и $\frac{1}{14} + \frac{1}{16} > \frac{2}{15}$.

К 442 Назови числитель и знаменатель дроби. Запиши её в виде частного.

а) $\frac{6}{4\frac{2}{3}}$; б) $\frac{2\frac{3}{4}}{11}$; в) $\frac{3\frac{7}{9}}{1\frac{5}{12}}$; г) $\frac{8 - 2\frac{3}{7}}{15\frac{3}{5} \cdot 2}$; д) $\frac{ab^2}{10\frac{5}{7}}$; е) $\frac{45x}{y-z}$ ($y \neq z$).

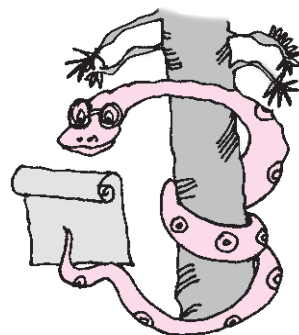
443 а) Чем похожи и чем отличаются дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{\frac{2}{3}}$? Найди их значения.

б) Что может означать запись $\frac{2}{\frac{3}{4}}$? Рассмотрите различные варианты и запишите каждую из полученных дробей в виде частного. Найди значения частных.

444 Вычисли:

а) $\frac{30}{\frac{5}{12} + \frac{1}{4}}$; в) $\frac{4 - 1\frac{3}{5}}{7\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{25}}$; д) $\frac{(7\frac{1}{3} : 1\frac{1}{6}) : (8 : 7)}{9 : (1\frac{3}{11} + 2)}$;

б) $\frac{1\frac{3}{8} \cdot 2}{11}$; г) $\frac{8\frac{1}{3} : 2}{1\frac{9}{10} + 4\frac{7}{20}}$; е) $\frac{3\frac{4}{7} : (6\frac{1}{28} - 3\frac{3}{4})}{(1\frac{5}{6} \cdot 1\frac{5}{22}) : 18 \cdot 5}$.

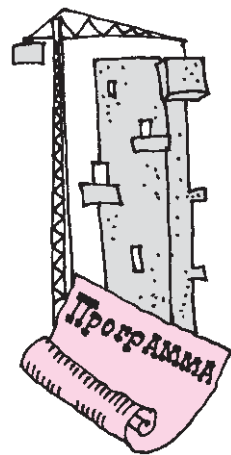


445 Вычисли, используя распределительное свойство умножения:

$$\text{а) } \frac{3\frac{5}{11} \cdot 6\frac{3}{4}}{3\frac{5}{11} \cdot 6\frac{3}{4} + 3\frac{5}{11} \cdot 1\frac{1}{2}}; \quad \text{б) } \frac{2\frac{5}{9} \cdot 1\frac{7}{8} + 2\frac{4}{9} \cdot 1\frac{7}{8}}{\left(1\frac{7}{8}\right)^2}; \quad \text{в) } \frac{4\frac{2}{9} \cdot 5\frac{1}{2} + 4\frac{2}{9} \cdot 3\frac{1}{2}}{4\frac{2}{9} \cdot 5\frac{1}{2} - 4\frac{2}{9} \cdot 3\frac{1}{2}}.$$

446 Составь программу действий и вычисли:

$$\begin{array}{lll} 1) 1 + \frac{2}{1 - \frac{1}{2}}; & 3) \frac{1 + \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{2}}{1 - \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}}{2}}; & 5) 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}; \\ 2) \frac{\frac{3}{\frac{1}{3} + 1} - 2}{1 - \frac{3}{4}}; & 4) \frac{\frac{4}{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}} - 1\frac{1}{2}}{\frac{4}{\frac{1}{2} - \frac{1}{6}} + 1\frac{1}{2}}; & 6) 2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}. \end{array}$$



447 Найди значение выражения, используя переход к натуральным числам:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } \frac{1 - \frac{4}{7}}{1 + \frac{4}{7}}; & \text{в) } \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12}}; & \text{д) } \frac{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{11}}{\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{11}}; & \text{ж) } \frac{1\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{7}}{1\frac{3}{7} \cdot 2\frac{4}{5}}; \\ \text{б) } \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{8}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{8}}; & \text{г) } \frac{\frac{2}{5} - \frac{3}{10} + \frac{11}{15}}{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}}; & \text{е) } \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{20}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{13}{20}}; & \text{з) } \frac{2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}}{1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{3}{4}}. \end{array}$$

448 Найди значение выражения разными способами. Какой из них ты считаешь наиболее удобным?

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}; & \text{в) } 3\frac{1}{5} - 1\frac{7}{10} + 5\frac{1}{2}; \\ \text{б) } \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64}; & \text{г) } 4\frac{2}{11} - \frac{1}{2} - 1\frac{5}{22}. \end{array}$$



449 Реши уравнение, используя переход к натуральным числам:

1) $\frac{1}{2}a - \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$; 3) $2\frac{1}{3} = 1\frac{1}{2} + \frac{5}{6}c$; 5) $\frac{7}{10}x - \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x = 1\frac{19}{20}$;

2) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}b = \frac{5}{12}$; 4) $1\frac{7}{16} = 2\frac{1}{8} - \frac{3}{4}d$; 6) $\frac{1}{10} = \frac{2}{3}y + \frac{7}{15}y - \frac{5}{6}y$.

450 Перепиши уравнение и подчеркни слагаемые, содержащие множитель x . Пользуясь распределительным свойством умножения, упрости выражение и найди x . Сделай проверку.

а) $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}x + 1\frac{2}{9}x = 3$;

в) $2\frac{1}{8} + \frac{15}{16}x + 1\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = 5\frac{5}{16}$;

б) $1\frac{1}{3}x + 2\frac{1}{2} + \frac{5}{6}x = 3\frac{4}{5}$;

г) $\frac{3}{7}x + 1\frac{1}{2} + \frac{3}{14}x + \frac{4}{7} = 4\frac{3}{14}$.

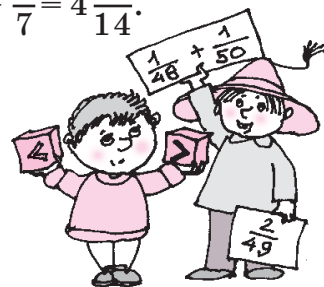
451 Сравни:

а) $\frac{1}{48} + \frac{1}{50}$ и $\frac{2}{49}$;

в) $\frac{1}{30} - \frac{1}{31}$ и $\frac{1}{31} - \frac{1}{32}$;

б) $\frac{1}{11}$ и $\frac{1}{21} + \frac{1}{23}$;

г) $\frac{1}{57} - \frac{1}{58}$ и $\frac{1}{56} - \frac{1}{57}$.



π

452 Запиши ряд, составленный из ответов примеров, взятых в указанном порядке. Найди закономерность и запиши два следующих числа в этом ряду:

①	②	③	④	⑤	⑥
210 : 7	34 · 5	56 - 8	39 + 42	250 - 90	4500 : 50
· 20	+ 190	: 16	: 9	: 40	· 6
- 240	: 60	· 80	· 40	· 7	: 27
: 18	· 15	: 2	- 40	+ 19	- 14
· 5	- 58	- 23	: 5	· 2	· 16
_____ ?	_____ ?	_____ ?	_____ ?	_____ ?	_____ ?

453 Расшифруй название одного из самых ярких созвездий Северного полушария, расположив ответы примеров в порядке убывания и сопоставив их соответствующим буквам. Как отыскать это созвездие на звёздном небе?

П $4\frac{1}{3} - 3\frac{5}{12}$

Я $\frac{6}{25} \cdot 1\frac{2}{3}$

Е $3\frac{2}{3} : 6\frac{2}{7}$

А $3\frac{4}{7} + 5\frac{9}{14}$

И $2\frac{1}{5} \cdot 3$

О $12\frac{8}{17} : 4$

С $1\frac{1}{5} \cdot 5\frac{2}{3}$

К $5\frac{5}{8} : \frac{5}{12}$

С $\frac{9}{16} \cdot 2\frac{2}{5} \cdot 6\frac{2}{3}$



454 Вычисли и сравни:

а) $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5}\right)^2$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2$; в) $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}\right)^2$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2$;

б) $\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right)^2$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2$; г) $\left(\frac{1}{2} : \frac{2}{5}\right)^2$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^2$.

455 Переведи высказывания с русского языка на математический. Определи вид высказываний. Докажи или опровергни их.

- 1) Квадрат суммы двух чисел равен сумме их квадратов.
- 2) Существуют числа, квадрат суммы которых равен сумме их квадратов.
- 3) Квадрат разности двух чисел равен разности их квадратов.
- 4) Существуют числа, квадрат разности которых равен разности их квадратов.

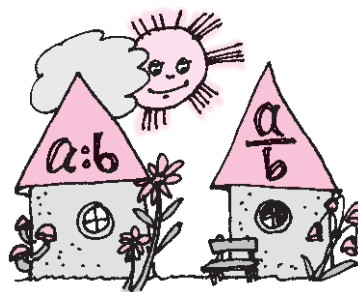
456 Переведи высказывания с математического языка на русский, если $a, b, c \in N$. Сравни высказывания: что в них общего и чем они отличаются? Какую форму записи этих высказываний ты находишь более удобной?

1) $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$ и $\frac{a \cdot b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$;

2) $a : (b \cdot c) = (a : b) : c$ и $\frac{a}{b \cdot c} = \frac{a}{b \cdot c}$;

3) $a : b = (a \cdot c) : (b \cdot c)$ и $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$;

4) $a : b = (a : c) : (b : c)$ и $\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$.



457 Переведи высказывания с математического языка на русский. Докажи или опровергни их.

1) $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$; 2) $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$, где $b \neq 0$.

458 Вычисли: 1) $2^3 \cdot 5^2 \cdot 2^2 \cdot 5^3$; 2) $5^4 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 5 \cdot 5^2 \cdot 2$.

459 1) Числитель дроби больше её знаменателя на 5. Может ли быть сократима эта дробь?

2) Числитель и знаменатель дроби отличаются на 7. В каких случаях эта дробь сократима?

460 Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями:

а) $\frac{693 + 207}{693}$; в) $\frac{56 \cdot 15 \cdot 21}{27 \cdot 49 \cdot 10}$; д) $\frac{48ab}{56bcd}$; ж) $\frac{x(t+k)}{y(t+k)}$;

б) $\frac{108}{1080 + 324}$; г) $\frac{35 \cdot 36}{35 \cdot 6 + 35 \cdot 36}$; е) $\frac{4m^3nk}{24m^2n^4}$; з) $\frac{ab - ac}{bd - cd}$.

461 Найди 5 последовательных натуральных чисел таких, что сумма двух больших из этих чисел равна сумме трёх остальных.
Можно ли решить эту задачу методом *перебора*? Почему?

462 Как изменится величина дроби, если к её числителю прибавить знаменатель? А если к числителю прибавить тысячную долю знаменателя?

463 1) Используя общее правило сравнения дробей и правило «весов», найди множество натуральных чисел a , для которых дробь $\frac{a-2}{3}$:

а) больше $\frac{5}{2}$; б) меньше $\frac{5}{2}$; в) равна $\frac{5}{2}$.

2) Найди множество натуральных чисел a , для которых дробь $\frac{2a+3}{15}$:

а) больше $\frac{5}{2}$; б) меньше $\frac{5}{2}$; в) равна $\frac{5}{2}$.

3) Найди множество натуральных чисел a , для которых дробь $\frac{2a+3}{a}$:

а) больше $\frac{5}{2}$; б) меньше $\frac{5}{2}$; в) равна $\frac{5}{2}$.



464 Как от куска ленты длиной две трети метра отрезать кусок длиной в полметра, не имея никаких принадлежностей для измерения?

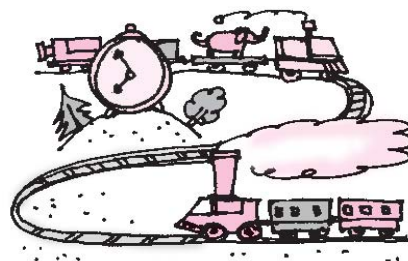
465 **БЛИЦтурнир**

1) Катамаран отплыл от причала со скоростью a м/мин. Через 12 мин от того же причала вслед за катамараном отплыла моторная лодка со скоростью b м/мин ($a < b$). Через сколько минут лодка догонит катамаран?

2) Из деревни в поселок выехал велосипедист со скоростью c м/мин. Через 20 мин из той же деревни в том же направлении вышел пешеход со скоростью d м/мин ($d < c$). Какое расстояние будет между ними через 5 мин после выхода пешехода?

3) Две машины едут по шоссе в противоположных направлениях. Сейчас расстояние между ними k км. Какое расстояние будет между ними через 2 ч, если скорость первой машины равна t км/ч, что составляет $\frac{9}{10}$ скорости второй машины?

4) Расстояние между двумя городами по железной дороге d км. Из первого города во второй выехал товарный поезд со скоростью x км/ч. Через 3 ч навстречу ему выехал пассажирский поезд со скоростью y км/ч. Через сколько времени они встретятся?



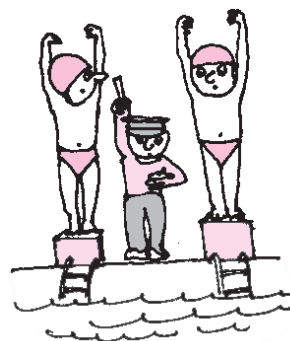
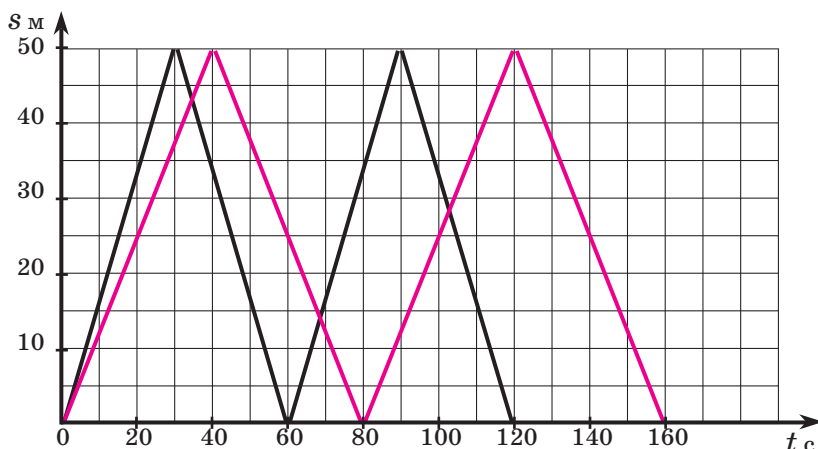
466 Робинзон Крузо на необитаемом острове нашел 24 колоса риса, в каждом из которых было 54 зерна, и 27 колосьев ячменя по 48 зерен в каждом. Сначала он посеял по $\frac{2}{3}$ зерен каждого вида, но весь урожай погиб от засухи. На новом участке он посеял остальные зерна, и ни одно зерно не погибло. Во сколько раз у Робинзона Крузо стало больше зерна после сбора урожая по сравнению с тем, что он нашёл, если считать, что в колосьях каждого вида всегда постоянное количество зерен, а из каждого зерна вырастает один колос?



467 На числовом луче отмечены точки 1 и a . Перерисуй чертёж на бумагу без клеток и отметь на луче с помощью циркуля точки: 1) $a + 1$, $2a$, $3a - 1$; 2) $a - 2$, $3a$, $2a + 1$.



468 На тренировке в 50-метровом бассейне два пловца стартовали одновременно на дистанцию 200 м. Один плыл кролем, другой – брассом. На рисунке приведены графики их движения:



- 1) Сколько времени затратили пловцы на каждые 50 м и на всю дистанцию?
- 2) Сколько раз и на каком расстоянии от стартовой стенки бассейна встречались пловцы?
- 3) С какой скоростью плыл каждый из спортсменов?
- 4) На сколько секунд раньше финишировал первый пловец?
- 5) На сколько метров обогнал первый пловец второго к моменту финиша?

469 Между пунктами A и B , удалёнными друг от друга на расстояние 150 км, установлено автобусное сообщение. По расписанию автобусы выходят из обоих пунктов в 7^{00} , 10^{30} , 14^{00} , 17^{30} . Весь путь каждый автобус проходит с постоянной скоростью за 3 часа. Построй график движения автобусов и определи:

- 1) Какое наименьшее число автобусов могут обслужить эту линию?
- 2) Сколько раз, в какое время и на каком расстоянии от пунктов A и B автобусы встречаются?

470 Чем характеризуются координаты точек, принадлежащих осям координат? Из точек, указанных ниже, выбери отдельно точки, принадлежащие оси абсцисс, и точки, принадлежащие оси ординат. Составь из них соответственно название страны и название её столицы.

$P(0; 4)$, $H(5; 0)$, $I(12; 0)$, $E(0; 11)$, $L(3; 0)$, $У(0; 1)$, $K(8; 4)$, $T(0; 5)$,
 $B(6; 0)$, $Й(0; 9)$, $D(2; 2)$, $A(3; 0)$, $B(0; 7)$.

471 Построй треугольник ABC по координатам его вершин $A(7; 9)$, $B(4; 0)$, $C(16; 6)$.

- 1) Какие из точек $M(14; 5)$, $N(5; 14)$, $K(8; 10)$, $T(10; 8)$ принадлежат сторонам треугольника?
- 2) Определи координаты точки D – середины стороны BC треугольника ABC .
- 3) Измерь стороны треугольника ABC и определи, является ли он равнобедренным? Является ли он равнобедренным?
- 4) Построй с помощью циркуля и линейки три равнобедренных треугольника и измерь транспортиром их углы. Сформулируй гипотезу.

472 Вычисли и назови пять свойств полученного числа:

$$\frac{7008 \cdot 406 - (2\,135\,714 + 709\,456) + 93\,840 : (10\,000 - 245\,160 : 27)}{(116\,802 : 567 + 142\,800 : 408) : 278 \cdot [2\,483\,502 : 609 - (429 + 3559)]}$$

D

473 Найди значение выражения:

а) $\frac{1\frac{5}{9} : 7 + 1\frac{5}{6}}{6\frac{1}{6} \cdot 3}$;

б) $\frac{2\frac{3}{7} \cdot 1\frac{5}{11} + 2\frac{3}{7} \cdot 2\frac{6}{11}}{2\frac{3}{7} \cdot 1\frac{5}{11}}$;

в) $\frac{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$.

474 Вычисли, используя переход к натуральным числам:

а) $\frac{\frac{2}{7} + \frac{1}{14}}{\frac{9}{14} - \frac{3}{7}}$;

б) $\frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{15}{29}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{10}{13} \cdot \frac{21}{29}}$;

в) $\frac{\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{11}{13}}{\frac{2}{9} \cdot 3 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{10}{13}}$.

475 Реши уравнение и сделай проверку:

1) $1\frac{1}{2} - \left(\frac{5}{6}x + \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{9}$; 2) $\frac{5}{8}y - \frac{1}{2}y + \frac{1}{12}y = \frac{1}{4}$; 3) $\frac{4}{15}z + \frac{5}{6}z + \frac{1}{2} = 1\frac{3}{5}$.

476 Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями:

1) $\frac{52 - 12}{12}$;

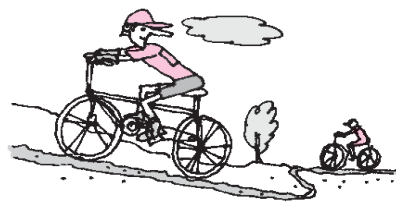
2) $\frac{37 \cdot 8}{37 \cdot 16 + 37 \cdot 4}$;

3) $\frac{9an^3}{18a^2n}$;

4) $\frac{(2a - b)c}{(2a - b)d}$.

477 Найди множество натуральных чисел a , для которых дробь $\frac{a+2}{3}$:

а) больше $\frac{3}{2}$; б) меньше $\frac{3}{2}$; в) равна $\frac{3}{2}$.



478 Построй математическую модель задачи:

На соревнованиях по велоспорту один велосипедист стартовал на 15 мин раньше другого. Скорость первого велосипедиста a м/мин, а скорость второго — b м/мин. Какое расстояние будет между ними через 30 мин после старта второго велосипедиста, если: 1) $a > b$; 2) $a < b$? (Считать, что велосипедисты стартуют из одной точки и за указанное время второй велосипедист не успел догнать первого.)

479 В третий год своего пребывания на острове Робинзон Крузо со своим другом Пятницей решили засеять поле прямоугольной формы. Ширина поля 60 м, что составляет $\frac{3}{4}$ его длины. Робинзон Крузо может вскопать в день 220 м^2 , а производительность Пятницы составляет лишь $\frac{4}{11}$ производительности Робинзона Крузо. Сколько времени им потребуется, чтобы вскопать это поле?

480 Построй треугольник ABC по координатам вершин $A(0; 4)$, $B(8; 0)$ и $C(16; 8)$ и измерь его углы с помощью транспортира. Отметь середины M , N и K сторон треугольника ABC , соедини их отрезками и измерь углы полученного треугольника MNK . Повтори эксперимент ещё два раза для произвольных треугольников. Сформулируй гипотезу. Можно ли считать твою гипотезу верной на основании выполненных построений и измерений?

481 Вычисли и назови три свойства полученного числа:

$$\frac{\left(1\frac{7}{18} \cdot 5\frac{2}{5} - 8 : 1\frac{5}{7}\right) : 4\frac{1}{4}}{5\frac{3}{4} - 3\frac{11}{12}} + \frac{2\frac{11}{12} - 3 : \left(2\frac{2}{7} \cdot 3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2}\right)}{2\frac{2}{5} \cdot 1\frac{7}{8} : 3\frac{3}{11}}.$$



482 Арифметическая головоломка

Числовой квадрат составлен из цифр, входящих в ответы примеров. Перерисуй его в тетрадь и отметь на нем разными цветами ответы примеров, как показано на образце для первого примера (каждая из цифр квадрата принадлежит ответу только одного примера):

1) $2\ 888\ 889 + 949\ 494$;

6) $20\ 615 : 589$;

2) $331\ 964 + 61\ 759\ 036$;

7) $692\ 424 : 978$;

3) $3\ 010\ 072 - 2\ 856\ 354$;

8) $3\ 949\ 400 : 806$;

4) $670 \cdot 84$;

9) $1\ 224\ 512 : 4028$;

5) $739 \cdot 6020$;

10) $37\ 271\ 920 : 5320$.

7	0	0	8	3	0	4
3	1	6	1	7	4	9
8	5	3	7	0	8	0
3	6	2	0	9	5	0
8	3	8	3	1	6	3
4	4	0	0	0	2	5
4	8	7	8	0	8	0

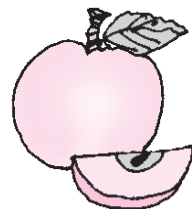
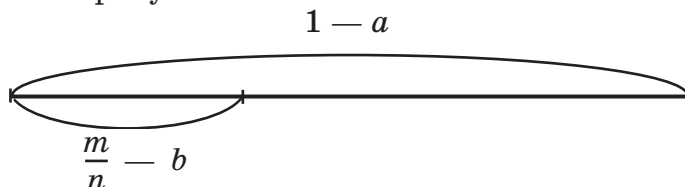
С

483* В бутылке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в бутылке, кувшин стоит между сосудом с лимонадом и сосудом с квасом, в банке не лимонад и не вода. Стакан стоит около банки и сосуда с молоком. Какая жидкость налита в каждый сосуд?

484* Имеются 4 куски проволоки длиной 18 см каждый. Как из них сделать каркасную модель параллелепипеда с размерами 8 см, 4 см и 6 см, не разрезая этих кусков?

6. Задачи на дроби.

Из начальной школы нам известно, что в задачах на дроби речь идёт о некоторой величине a , принятой за единицу («целое»), и некоторой её части b , выраженной дробью $\frac{m}{n}$. Соотношение между a , b и $\frac{m}{n}$ показано на рисунке:



Тип задачи определяется тем, какая из величин a , b или $\frac{m}{n}$ — неизвестна. Соответственно, выделяются три типа задач на дроби, со способами решения которых мы познакомились в начальной школе.

1. Задачи на нахождение части от числа, выраженной дробью.

$$\begin{array}{l} 1 - a \\ \frac{m}{n} - ? \end{array}$$

Чтобы найти часть числа, выраженную дробью, можно это число разделить на знаменатель дроби и умножить на ее числитель:

$$b = a : n \cdot m$$

2. Задачи на нахождение числа по его части, выраженной дробью.

$$\begin{array}{l} 1 - ? \\ \frac{m}{n} - b \end{array}$$

Чтобы найти число по его части, выраженной дробью, можно эту часть разделить на числитель дроби и умножить на ее знаменатель:

$$a = b : m \cdot n$$

3. Задачи на нахождение части, которую одно число составляет от другого.

$$\begin{array}{l} 1 - a \\ ? - b \end{array}$$

Чтобы найти часть, которую первое число составляет от второго, можно первое число разделить на второе:

$$\frac{m}{n} = b : a$$

Изученные правила действий с дробями позволяют упростить решение этих задач. Рассмотрим примеры.

Задача 1. Саша гулял 40 мин. Из них $\frac{5}{8}$ всего времени он играл в футбол. Сколько времени играл Саша в футбол?

Решение: В задаче надо найти $\frac{5}{8}$ от 40 мин. Для этого узнаем сначала одну восьмую, а затем полученное число увеличим в 5 раз:

$$40 : 8 \cdot 5 = 25 \text{ (мин).}$$

Преобразуем полученное выражение:

$$40 : 8 \cdot 5 = \frac{40}{8} \cdot 5 = \frac{40 \cdot 5}{8} = 40 \cdot \frac{5}{8}.$$

При этом два действия – деление на знаменатель дроби, а затем умножение на ее числитель – заменяются одним действием – *умножением на дробь*.

Подобные преобразования можно выполнить для любой дроби. Приходим к правилу:

Чтобы найти часть от числа, выраженную дробью, можно это число умножить на данную дробь.

Задача 2. Турист прошел 18 км, что составляет $\frac{3}{4}$ его маршрута. Сколько всего километров должен пройти турист?

Решение: Найдем сначала $\frac{1}{4}$ часть маршрута, разделив 18 км на 3, а затем узнаем весь маршрут, умножив полученное число на 4:

$$18 : 3 \cdot 4 = 24 \text{ (км).}$$

Выражение, стоящее в левой части равенства, можно записать иначе:

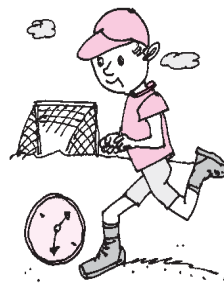
$$18 : 3 \cdot 4 = \frac{18 \cdot 4}{3} = 18 \cdot \frac{4}{3} = 18 : \frac{3}{4}.$$

При этом два действия – деление на числитель дроби, а затем умножение на ее знаменатель – заменяются одним действием – *делением на дробь*.

Это верно и для общего случая:

Чтобы найти число по его части, выраженной дробью, можно эту часть разделить на данную дробь.

$$\begin{array}{l} 1 \text{ — } 40 \text{ мин} \\ \frac{5}{8} \text{ — } ? \text{ мин} \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 1 \text{ — } ? \text{ км} \\ \frac{3}{4} \text{ — } 18 \text{ км} \end{array}$$

Задача 3. Урок длится 45 мин. На решение уравнения ушло 10 мин. Какая часть урока была занята решением уравнения?

Решение: 1 мин составляет $\frac{1}{45}$ часть урока. Значит, 10 мин – это $\frac{10}{45}$ урока. Дробь $\frac{10}{45}$ можно представить как

1 — 45 мин

? — 10 мин

частное от деления 10 на 45:

$$10 : 45 = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}.$$

Таким образом, на решение уравнения затрачено $\frac{2}{9}$ урока.

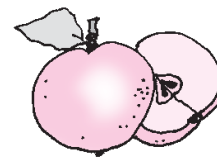
Итак, мы видим, что третье правило решения задач на дроби сохраняется, но теперь дробь, полученную в результате, мы можем упростить по изученным правилам преобразования дробей.

Чтобы найти, какую часть первое число составляет от второго, можно первое число разделить на второе.

Перевод всех трёх правил на математический язык можно представить в виде одного равенства:

$$b = \frac{m}{n} \cdot a$$

↙
|
↘
 часть дробь целое



Полученное равенство верно как для случая, когда дробь $\frac{m}{n}$ является правильной, так и для случая, когда эта дробь является неправильной.

К 485 Как найти часть числа a , выраженную дробью $\frac{m}{n}$? Какую часть числа a составляют:

1) $\frac{2}{9} a$; 2) $\frac{5}{11} a$; 3) $\frac{8}{5} a$; 4) $\frac{14}{3} a$; 5) $\frac{7}{100} a$; 6) $\frac{151}{100} a$?

Какие из этих частей больше a , а какие меньше a ? Почему?

486 Найди:

а) $\frac{7}{8}$ от 24;

д) $\frac{4}{9}$ от 21;

и) $\frac{2}{5}$ от $1\frac{7}{8}$;

н) $\frac{4}{11}$ от a ;

б) $\frac{3}{5}$ от 60;

е) $\frac{5}{26}$ от 13;

к) $\frac{9}{2}$ от $2\frac{2}{3}$;

о) $\frac{7}{4}$ от b ;

в) $\frac{10}{9}$ от 72;

ж) $\frac{1}{8}$ от $\frac{12}{25}$;

л) 8% от 250;

п) 5% от c ;

г) $\frac{12}{7}$ от 35;

з) $\frac{40}{9}$ от $\frac{9}{40}$;

м) 27% от $4\frac{1}{6}$;

р) 130% от d .

487 БЛИЦтурнир

Составь выражение и упрости его. Придумай задачи с другими величинами, которые решаются так же.

1) В дачном кооперативе a участков. Из них $\frac{3}{4}$ участков уже застроены. На скольких участках уже построены дома?

2) Стоимость дома b р. На постройку дома можно взять ссуду в банке в размере 25% стоимости дома. Какую ссуду выдаёт банк на постройку дома?

3) Костя поймал s рыб. $\frac{4}{9}$ всех пойманных рыб были караси, а $\frac{2}{9}$ – ерши. Сколько всего карасей и ершей поймал Костя?

4) Папа с Таней собрали d грибов. $\frac{5}{8}$ всех грибов были подосиновики, а остальные – белые грибы. Сколько белых грибов собрали папа с Таней?

5) Роликовые коньки в ГУМе стоят k р., а в спортивном магазине «Динамо» – на 15% дешевле. Сколько стоят роликовые коньки в магазине «Динамо»?

6) Олег увлекся астрономией. В понедельник он рассмотрел в телескоп m звёзд, а во вторник – $\frac{4}{3}$ этого количества. На сколько больше звёзд рассмотрел Олег во вторник, чем в понедельник?

7) В компьютерной игре «Охота на динозавров» разыгрывается n очков. Ира набрала $\frac{3}{10}$ всех возможных очков, а Саша – в 2 раза больше. Сколько очков набрал Саша?

8) В пансионате провели спортивные соревнования. В соревнованиях по теннису приняли участие $\frac{4}{9}$ всех отдыхающих, а в шахматном турнире – $\frac{8}{45}$ всех отдыхающих. Во сколько раз больше отдыхающих приняли участие в соревнованиях по теннису, чем в шахматном турнире?

488 Длина экватора Земли равна примерно 40 000 км, а её диаметр составляет $\frac{8}{25}$ длины экватора. Чему примерно равен диаметр Земли?

489 Масса муравья составляет 10% массы груза, который он может перетащить за 1 раз. Чему равна масса муравья, если за 1 раз он может перетащить $\frac{7}{25}$ г груза?



490 Дровосек сегодня срубил на 2 дерева больше, чем вчера, а завтра он собирается срубить на 10% меньше, чем сегодня. Сколько деревьев он планирует срубить завтра, если вчера он срубил 8 деревьев?

491 За 5 часов рабочий делает 250 одинаковых деталей, а его ученик – 30% этого количества. На сколько быстрее рабочий сделает 300 таких деталей, чем его ученик – 150 деталей?



492 1) Длина прямоугольника равна a м, а ширина составляет $\frac{3}{4}$ длины. Чему равна его площадь?

2) Ширина прямоугольника равна b см, а длина составляет $\frac{8}{3}$ ширины. Чему равен его периметр?

3) Длина первого прямоугольника равна c м, а ширина – d м. Длина второго прямоугольника составляет $\frac{2}{9}$ длины первого, а ширина – $\frac{3}{10}$ ширины первого. Во сколько раз площадь первого прямоугольника больше площади второго прямоугольника?

4) Длина прямоугольника равна n мм, а ширина составляет $\frac{3}{5}$ длины. На сколько квадратных миллиметров площадь этого прямоугольника меньше площади квадрата с тем же периметром?

493 Как найти число a по его части b , выраженной дробью $\frac{m}{n}$? Используя равенство, определи, какую часть числа a составляет число b , и сделай чертёж.

1) $a = b : \frac{3}{5}$; 2) $a = b : \frac{2}{9}$; 3) $a = b : \frac{7}{4}$; 4) $a = b : \frac{5}{2}$.

494 Найди число, если:

а) $\frac{3}{4}$ его составляют 45;

ж) 6% его составляют 48;

б) $\frac{8}{7}$ его составляют 24;

з) 150% его составляют $6\frac{3}{4}$;

в) $\frac{2}{9}$ его составляют 18;

и) $\frac{7}{8}$ его составляют a ;

г) $\frac{10}{3}$ его составляют 25;

к) $\frac{5}{3}$ его составляют b ;

д) $\frac{11}{20}$ его составляют $\frac{33}{80}$;

л) 20% его составляют c ;

е) $\frac{5}{7}$ его составляют $2\frac{1}{7}$;

м) 240% его составляют d .

495 БЛИЦтурнир

Составь выражение и упрости его. Придумай задачи с другими величинами, которые решаются так же.

1) В олимпиаде по математике победителями стали a человек, что составило $\frac{2}{15}$ числа её участников. Сколько человек приняли участие в олимпиаде по математике?

2) На пришкольном участке посадили b берез и c лип. Число посаженных деревьев составило $\frac{5}{18}$ числа деревьев, которые запланировано посадить.

Сколько деревьев запланировано посадить на пришкольном участке?

3) Количество осадков в июне было равно d мм, что составило 125% месячной июньской нормы. Чему равна норма осадков в июне?

4) В апреле было k пасмурных дней. Число пасмурных дней составило $\frac{2}{3}$ числа солнечных дней. На сколько солнечных дней в апреле было больше, чем пасмурных?

5) Число квартир в первом доме составляет $\frac{4}{3}$ числа квартир во втором доме и $\frac{4}{13}$ числа квартир в третьем доме. Сколько квартир в этих трёх домах вместе, если в первом доме t квартир?

6) Стоимость пальто составляет 40% стоимости шубы и 160% стоимости кожаной куртки. Во сколько раз шуба дороже кожаной куртки?

496 Заяц живёт примерно 6 лет, что составляет $\frac{3}{4}$ продолжительности жизни белки. Сколько примерно лет живёт белка?

497 Наименьшая ширина Керченского пролива равна примерно $4\frac{1}{2}$ км, что составляет 5% наименьшей ширины Берингова пролива. Чему примерно равна наименьшая ширина Берингова пролива?

498 После аварии в колесе велосипеда у Миши не хватает 10% спиц. В магазине он купил недостающие спицы плюс одну запасную. Сколько спиц в колесе, если Миша купил 4 спицы?

499 Скорость машины по шоссе равна 80 км/ч, что составляет $\frac{40}{3}$ ее скорости по бездорожью. На

сколько часов быстрее машина проедет 300 км по шоссе, чем 30 км по бездорожью?



- 500** 1) Длина прямоугольника равна a м, что составляет $\frac{5}{2}$ его ширины. Чему равна площадь прямоугольника?
- 2) Ширина прямоугольника b дм, что составляет $\frac{3}{7}$ его длины. Чему равен периметр прямоугольника?
- 3) Сторона квадрата s мм. Она составляет $\frac{4}{5}$ длины прямоугольника и $\frac{5}{6}$ его ширины. Во сколько раз площадь прямоугольника больше площади квадрата?
- 4) Длина прямоугольника равна d см, что составляет $\frac{16}{9}$ его ширины. Ширина прямоугольника составляет $\frac{3}{4}$ стороны квадрата. Найди периметр квадрата.

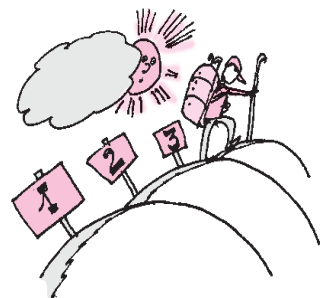
501 Запиши дробью часть, которую составляют:

- а) 3 от 11; в) 6 от 24; д) 9 от 100; ж) m от 8;
 б) 7 от 5; г) 45 от 18; е) 140 от 100; з) 5 от n , где $n \neq 0$.

502 Части величин выражены дробями: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{18}{25}$; $\frac{27}{50}$. Вырази эти части в процентах.

503 БЛИЦтурнир

- 1) На стоянке стояло a автомашин. Из них 7 машин были иностранных марок. Какую часть машин, находящихся на стоянке, составляют машины иностранных марок?
- 2) В классе 32 человека. Из них b девочек. Какую часть всех учащихся класса составляют девочки?
- 3) Самостоятельная работа на уроке продолжалась s мин, а её проверка – 3 мин. Какая часть урока ушла на самостоятельную работу и её проверку, если продолжительность урока 45 мин?
- 4) В книге d страниц. Аня прочитала 28 страниц. Какую часть книги ей ещё осталось прочитать?
- 5) В палатку привезли m кг яблок, n кг груш и 30 кг винограда. До обеда продали 60 кг привезённых фруктов. Какую часть привезённых фруктов продали до обеда?
- 6) Турист наметил пройти маршрут длиной 90 км. В первый день он прошёл x км, во второй день – в 2 раза больше, чем в первый, а в третий день – на 5 км меньше, чем во второй. Какую часть пути прошёл турист за эти три дня?



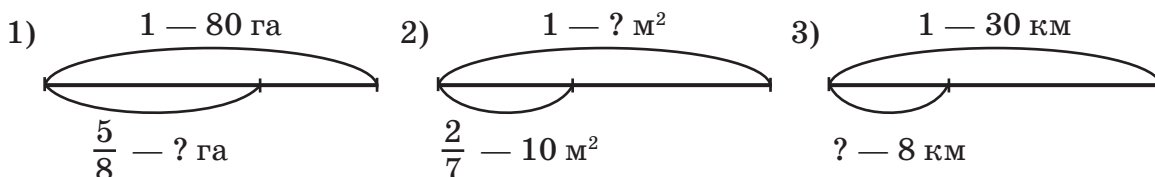
504 Приближённое значение диаметра Земли равно 12 800 км, а диаметра Солнца – 1 395 200 км. Какую примерно часть диаметр Земли составляет от диаметра Солнца?

505 Кусок латуни массой 5 кг содержит 3 кг меди. Какую часть этого куска составляет медь? Вырази полученную часть в процентах.

506 В столовой в начале года было 300 чашек. За год разбилось 45 чашек. Сколько процентов всех чашек разбилось за год?

507 В клавиатуре пианино на каждые 7 белых клавиш приходится 5 чёрных. Вместе они образуют октаву. Какую часть октавы составляют белые клавиши?

508 Составь и реши задачи по схеме. Придумай и реши для них обратные задачи.

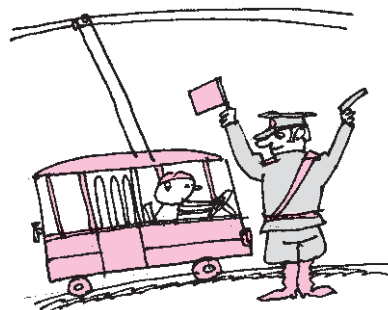


509 Однажды Дима и Игорь встретились на прогулке и, поздоровавшись, разошлись в противоположные стороны. Дима идёт со скоростью $4\frac{1}{2}$ км/ч, а скорость Игоря составляет $\frac{2}{3}$ скорости Димы. Через сколько времени расстояние между ними станет равным 3 км?

510 Две бригады начали одновременно строительство тоннеля, двигаясь навстречу друг другу. Одна бригада проходит в день 2 м тоннеля, что составляет $\frac{2}{3}$ от выработки в день второй бригады. Через сколько времени бригады закончат строительство тоннеля длиной 250 м?

511 Из деревни в город одновременно в одном направлении выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста равна 15 км/ч, что составляет $\frac{3}{7}$ скорости мотоциклиста. На каком расстоянии друг от друга окажутся велосипедист и мотоциклист через 36 мин после выезда?

512 Легковая машина и трамвай отъехали от светофора одновременно в одном направлении. Легковая машина едет со скоростью 60 км/ч, а скорость трамвая составляет $\frac{4}{5}$ скорости легковой машины. К следующему светофору автомобиль подъехал через 5 мин. На каком расстоянии от второго светофора будет в это время трамвай?



513 Для нормального освещения класса дневным светом необходимо, чтобы величина площади окон составляла не менее $\frac{1}{12}$ площади пола. Достаточно ли света в классе, длина которого $9\frac{3}{5}$ м и ширина $8\frac{3}{4}$ м, если в классе имеется 4 окна высотой $1\frac{1}{2}$ м и шириной 2 м?

514 Имеются полотенца трёх размеров. Длина одного из них равна $\frac{3}{4}$ м, что составляет $\frac{3}{5}$ длины второго. Длина третьего полотенца составляет $\frac{5}{12}$ суммы длин первых двух. Какую часть длина третьего полотенца составляет от длины второго?

515 БЛИЦтурнир

Составь выражение и найди его значение при заданных значениях переменных.

1) Периметр треугольника a м. Одна его сторона составляет $\frac{2}{9}$ периметра, а вторая сторона — $\frac{4}{9}$ периметра. Чему равна длина третьей стороны? ($a = 36$.)

2) Оля потратила b р., что составило $\frac{4}{5}$ всех ее денег. Сколько денег у нее осталось? ($b = 200$.)

3) В слове 8 букв. Из них c букв гласные, а остальные — согласные. Какую часть всех букв этого слова составляют согласные буквы? ($c = 3$.)

4) Дочери d лет. Её возраст составляет $\frac{3}{14}$ возраста матери, а отец на 4 года старше матери. Сколько лет отцу? ($d = 6$.)

5) В саду n деревьев. Число яблонь составляет $\frac{2}{5}$ всех деревьев этого сада, а число вишен составляет $\frac{3}{10}$ всех деревьев. На сколько яблоневых деревьев больше, чем вишневых? ($n = 20$.)

6) Ира посадила на грядке t семян петрушки, а лука — в 3 раза больше, чем петрушки. Взошло $\frac{4}{5}$ семян петрушки и $\frac{2}{3}$ семян лука. Сколько всего семян взошло на этой грядке? ($t = 30$.)



516 Длина аквариума, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, равна 5 дм, а ширина составляет $\frac{4}{5}$ длины. Когда в аквариум налили 40 л воды, он оказался наполненным на $\frac{2}{3}$ своего объёма. Какую часть длины аквариума составляет его высота? (1 л равен по объёму 1 дм³.)

517 На праздник в детский сад купили надувные шары трёх цветов – красного, зелёного и жёлтого. Красных шаров было 40, число зелёных шаров составило $\frac{3}{5}$ от числа красных шаров и $\frac{2}{3}$ от числа желтых шаров. Сколько шаров привезли в детский сад? Какую часть из них удалось надуть, если при надувании лопнула $\frac{1}{20}$ часть красных шаров, $\frac{1}{12}$ часть зелёных и $\frac{1}{36}$ часть жёлтых?



π 518 Игра «Лучший счётчик»

Правила: Играют 6 человек. По жребию определяют номер своего столбика примеров. Игроки по очереди в быстром темпе последовательно называют ответы примеров своего столбика. Игрок становится *победителем*, если он сумел без ошибок назвать ответы всех своих примеров не более чем за 25 с. (Победителей может быть несколько.)

I	II	III	IV	V	VI
6 + 9	7 + 8	9 + 5	8 + 4	6 + 7	5 + 6
2 · 9	3 · 4	5 · 6	8 · 3	7 · 2	4 · 4
20 – 3	20 – 4	20 – 5	20 – 6	20 – 7	20 – 8
54 : 9	49 : 7	48 : 6	81 : 9	63 : 7	36 : 9
13 – 5	12 – 7	11 – 4	15 – 9	14 – 6	16 – 7
50 · 5	9 · 30	40 · 7	6 · 60	80 · 4	70 · 8
42 + 8	53 + 7	15 + 5	31 + 9	47 + 3	26 + 4
160 : 2	240 : 6	180 : 3	450 : 5	640 : 8	150 : 3
50 + 60	50 + 70	50 + 80	50 + 90	70 + 30	80 + 30
14 · 5	13 · 3	15 · 7	18 · 5	19 · 2	18 · 4
32 + 11	32 + 12	32 + 13	32 + 14	32 + 15	32 + 16
63 : 3	88 : 4	46 : 2	39 : 3	52 : 4	72 : 2
46 + 8	32 + 9	25 + 7	56 + 8	69 + 3	28 + 5
30 : 15	36 : 18	38 : 19	54 : 27	28 : 14	64 : 32

519 К числителю и знаменателю несократимой дроби прибавили по 1. Обязательно ли она останется несократимой? Может ли она остаться несократимой?

520 К числителю и знаменателю сократимой дроби прибавили по 1. Может ли она остаться сократимой? Может ли она стать несократимой?

521 Сократи дробь с натуральным числителем и знаменателем:

1) $\frac{156 - 39}{390}$; 2) $\frac{27 \cdot 48 + 27 \cdot 3}{27 \cdot 48 - 27 \cdot 3}$; 3) $\frac{2^{2008}}{2^{2009}}$; 4) $\frac{x^{2010}}{x^{2008}}$; 5) $\frac{45ab}{5b^3}$; 6) $\frac{2m-6n}{5m-15n}$.

522 Сравни:

1) $\frac{13}{18}$ и $\frac{7}{9}$; 3) $\frac{20}{21}$ и $\frac{100}{101}$; 5) $\frac{36}{37}$ и $\frac{37}{36}$; 7) $\frac{48}{83}$ и $\frac{4847}{8383}$;
2) $\frac{2}{45}$ и $\frac{4}{89}$; 4) $\frac{29}{60}$ и $\frac{41}{80}$; 6) $\frac{15}{62}$ и $\frac{1515}{6262}$; 8) $\frac{125}{427}$ и $\frac{125126}{427427}$.

523 Известно, что натуральное число a больше 10. Что больше:

1) $\frac{2a + 3}{a}$ или $\frac{23}{10}$; 2) $\frac{2a - 3}{a}$ или $\frac{17}{10}$?

524 Представь в виде дроби сумму или разность двух дробей, если значения всех переменных – натуральные числа:

1) $\frac{2}{a} + \frac{3}{b}$; 2) $\frac{3}{c} - \frac{9}{4c}$; 3) $\frac{x}{y} - \frac{y}{x}$; 4) $\frac{m}{5n} + \frac{3m}{10n}$.

525 Реши уравнение:

1) $8\frac{2}{15} - (x + 3\frac{5}{14}) : 5\frac{5}{8} = 7\frac{1}{3}$; 3) $\frac{4}{5}t + \frac{4}{15} + \frac{2}{3}t = 1$;
2) $2\frac{7}{9} : (3\frac{3}{4}y - 11\frac{2}{3}) + 1\frac{6}{7} = 2\frac{4}{21}$; 4) $1\frac{2}{3} + \frac{4}{9}z + 2\frac{1}{3}z = 5\frac{5}{9}$.

526 Заполни пустое место в квадрате так, чтобы сумма всех чисел в нем равнялась единице. Посчитай произведение чисел в каждой строчке.

а)

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{10}$
?	$\frac{1}{15}$

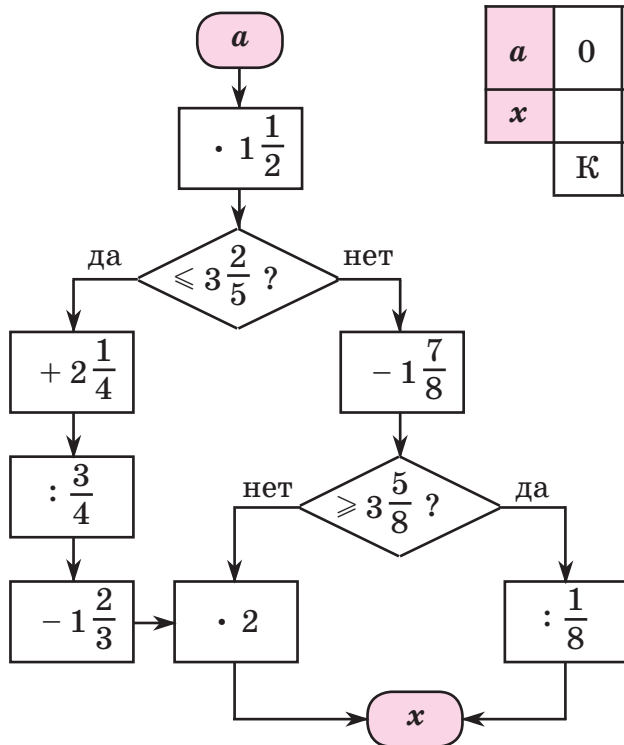
б)

?	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$



Составь из чисел, записанных в квадрате, скобок и знаков « \cdot » и « $:$ » выражение, значение которого равно 1.

527 Выполни вычисления по программе, заданной блок-схемой. Расшифруй высказывание. Кому оно принадлежит? Как ты его понимаешь?

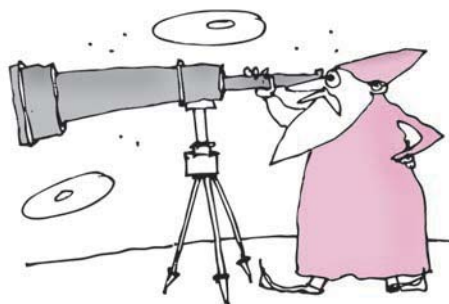


a	0	$\frac{2}{3}$	1	$1\frac{1}{3}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$4\frac{1}{6}$	$4\frac{2}{3}$
x									
	К	Ь	Н	Р	О	З	В	И	Е

$3\frac{3}{4}$	8	35

$5\frac{1}{4}$

$2\frac{2}{3}$	$10\frac{2}{3}$	8	41	$6\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{3}$



528 Найди сумму:

- 1) всех однозначных чисел;
- 2) всех двузначных чисел;
- 3) всех трёхзначных чисел;
- 4) всех четырёхзначных чисел.

529 Реши уравнение методом проб и ошибок, если $x \in \mathbb{N}$:

1) $x^3 + 12x = 63$; 2) $x^3 + x^2 = 150$.

530 Построй математическую модель задачи, используя для обозначения неизвестных величин буквы x и y . Найди ответ методом перебора:

Ученик купил 10 тетрадей в клетку и линейку, уплатив за покупку 280 р. Тетрадь в клетку стоит 30 р., а тетрадь в линейку – 25 р. Сколько тетрадей в клетку и сколько в линейку купил ученик?

531 Докажи утверждение, введя буквенные обозначения.

- 1) Если к двузначному числу прибавить число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то получится число, кратное 11.
- 2) Если трёхзначное число записано с помощью одной цифры, то оно делится на 37.

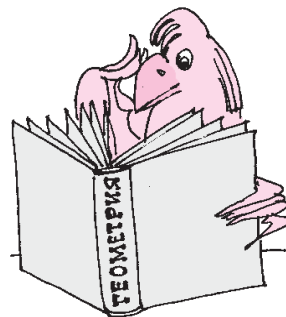
532

1) Прочитай определения и назови определяемые понятия:

Прямоугольным треугольником называется треугольник, один угол которого прямой.

Стороны прямоугольного треугольника, образующие прямой угол, называются катетами.

Сторона прямоугольного треугольника, противоположная прямому углу, называется гипотенузой.



2) Начерти прямоугольный треугольник. Измерь его не прямые углы и найди их сумму. Повтори эксперимент ещё 2 раза. Что ты замечаешь? Можно ли полученное утверждение считать верным для *любого* прямоугольного треугольника? Попробуй его доказать.

3) Начерти прямоугольный треугольник. Соедини отрезком вершину прямого угла с серединой гипотенузы. Сравни по длине проведённый отрезок и гипотенузу. Повтори эксперимент ещё 2 раза. Сформулируй *гипотезу*.

4) Начерти прямоугольный треугольник и проведи окружность, диаметром которой является его гипотенуза. Повтори эксперимент ещё 2 раза. Сформулируй *гипотезу*.

533

На диаграмме показано, как изменялся рост Жени от рождения до 7 лет. Определи по диаграмме:

1) Какой рост был у Жени, когда она родилась, какой – в 7 лет?

2) Оцени рост Жени в полгода, в $5\frac{1}{2}$ лет (запиши ответ в виде двойного неравенства).

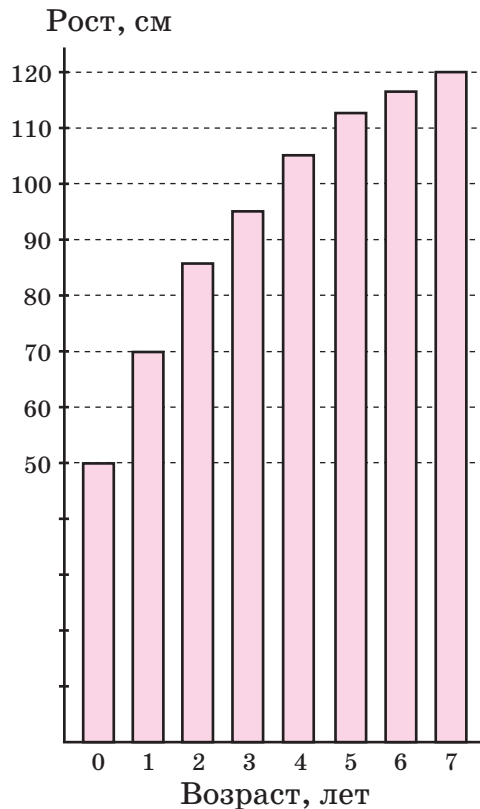
3) В каком возрасте рост её был равен 70 см, 95 см?

4) На сколько сантиметров изменился её рост с 4 до 7 лет?

5) В течение какого времени рост Жени увеличился с 70 см до 95 см?

Перерисуй в тетрадь и заполни таблицу:

x лет	0	1	2	3	4	5	6	7
y см								



534 Найди значение выражения:

$$\text{а) } \frac{1}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a+1}}}, \text{ если } a = 2; \quad \text{б) } \frac{1}{b - \frac{1}{b - \frac{1}{b-1}}}, \text{ если } b = 3.$$

535 Найди частное куба числа a и квадрата числа b , если:

$$a = [(8039 \cdot 7005 - 4\,730\,895) : (4004 + 56)] : (48^2 + 79 \cdot 3),$$

$$b = 1\frac{1}{24} : \left[\left(2\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3} \right) : 3\frac{3}{4} - \frac{5}{6} \right] + 6\frac{1}{4}.$$

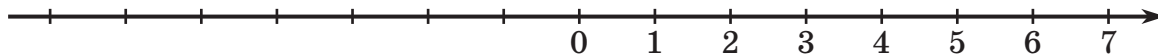
536 1) Обозначая « $+a$ » – *доход* (прибавление денег), а « $-a$ » – *расход* (уменьшение денег), найди, что получится в результате указанных преобразований:

$$\begin{array}{lll} (+2) + (+3) & (-4) + (-1) & (-2) + (-4) \\ (+1) + (-2) & (-3) + (+5) & (-6) + (+3) \end{array}$$



2) Придумай и реши свои аналогичные примеры на сложение чисел, обозначающих доходы и расходы.

3) Где на числовой прямой разумно расположить числа, обозначающие доходы (+1, +2, +3 и т.д.), а где – числа, обозначающие расходы (-1, -2, -3 и т.д.)? Как в таком случае интерпретировать прибавление чисел со знаком «+», а как – прибавление чисел со знаком «-»? Проверь с помощью числовой прямой ответы решенных выше примеров.



Д

537 Найди:

$$1) \frac{5}{11} \text{ от } 220; \quad 2) 45\% \text{ от } 1\frac{1}{3}; \quad 3) 250\% \text{ от } x.$$

538 1) Тётушка Полли заставила как-то раз Тома отчистить до блеска a серебряных ложек. Том похвастался трём своим друзьям, что это очень интересное занятие, и друзья Тома тоже захотели почистить ложки. Дик почистил $\frac{1}{3}$ всех ложек, Джим – $\frac{1}{6}$, а Билл – $\frac{5}{12}$. Сколько

ложек осталось почистить Тому? Составь выражение и найди его значение при $a = 24$.

2) Том Сойер и Гек Финн нашли клад, стоимость которого оценили в 200 000 долларов. Их вознаграждение составило 20% от стоимости клада. Том и Гек решили отдать в пользу школы 12% своих денег, церкви – 8% и дому престарелых – 10%. Остальную сумму они решили поделить между собой поровну. Сколько денег получил каждый из них?



539 Найди число, если:

- а) $\frac{5}{9}$ его составляют 90; в) 20% его составляют $\frac{2}{5}$;
 б) $\frac{7}{3}$ его составляют $5\frac{5}{6}$; г) 125% его составляют y .

540 1) Корней, Матвей и Пантелей измеряли длину своих бород. Выяснилось, что у Корнея длина бороды равна b см, и она равна $\frac{8}{9}$ длины бороды Матвея. Борода Матвея по длине составляет $\frac{3}{32}$ бороды Пантелея. Во сколько раз у Пантелея борода длиннее, чем у Корнея? Зависит ли ответ от значения b ?



2) Собака гонится за зайцем. За минуту собака делает 200 скачков, что составляет $\frac{2}{3}$ числа скачков, которые делает за минуту заяц. Длина заячьего скачка равна 90 см, что составляет $\frac{3}{5}$ длины собачьего скачка. С какими скоростями бегут собака и заяц? Каким станет расстояние между ними через 5 минут, если сейчас заяц впереди собаки на 500 метров?

541 Запиши дробью часть, которую составляют:

- а) 5 от 6; б) 24 от 16; в) a от 4; г) k от n ($n \neq 0$).

542 1) Три Толстяка съели за завтраком торт массой a кг. Первый Толстяк съел кусок массой b кг, второй – массой c кг. Какую часть торта съел третий Толстяк?
 2) Суок раздобыла у наследника Тутти ключ от клетки оружейника Просперо. Чтобы пробраться к клетке, ей надо незаметно пройти по дворцу 120 м, по парку – $\frac{3}{4}$ её пути по дворцу, а вдоль зверинца столько, сколько по парку и по дворцу вместе. Какую часть всего её пути составляет путь по парку?



543 1) Длина минутной стрелки кремлевских курантов – 328 см. Высота цифр на циферблате составляет $\frac{9}{41}$ от длины минутной стрелки. Вычисли высоту цифр на циферблате кремлевских курантов.
 2) Автодорожники делают за неделю 4 км дороги. Когда длина дороги достигла 76 км, построенную часть дороги начали размечать. Через сколько недель разметчики догонят автодорожников, если скорость автодорожников составляет $\frac{2}{21}$ скорости разметчиков?

544 В коллекции нумизмата 45 старинных монет. Монеты XVII века составляют $\frac{2}{15}$ числа всех монет и $\frac{3}{7}$ числа монет XVIII века. Монеты XIX века составляют $\frac{3}{5}$ от числа всех монет кроме монет XVII–XVIII вв., а остальные – дореволюционные монеты XX века. Какую часть всех монет составляют монеты XX века?

545 Реши уравнение:

$$1) 9\frac{1}{5} - (5x - 4\frac{1}{2}) : 11\frac{1}{4} = 8\frac{14}{15}; \quad 2) \frac{5}{12}y + 3\frac{2}{9} + 1\frac{7}{8}y = 5\frac{1}{18}.$$

546 Построй математическую модель задачи, введя для обозначения неизвестных величин буквы x и y . Найди ответ методом *перебора*.

Произведение двух натуральных чисел равно 48, а их сумма составляет $\frac{1}{3}$ от произведения. Чему равна разность этих чисел?

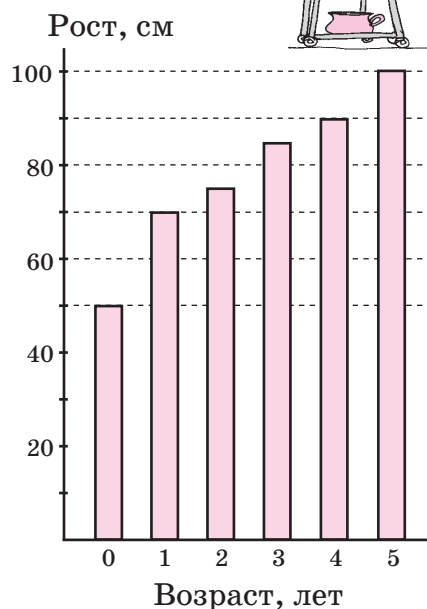
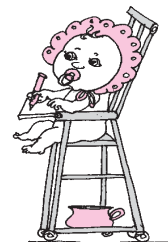
547 Какие из высказываний являются общими, а какие – типа «хотя бы один»? Определи их истинность. Докажи или опровергни их.

- 1) Все прямоугольные треугольники являются равнобедренными.
- 2) Существуют равнобедренные прямоугольные треугольники.
- 3) Некоторые прямоугольные треугольники имеют ось симметрии.
- 4) Любой прямоугольный треугольник имеет ось симметрии.

548 На диаграмме показано, как изменялся рост Пети от рождения до 5 лет. Определи по диаграмме:

- 1) Какой рост был у Пети в 3 года, в 5 лет?
- 2) Оцени рост Пети в $1\frac{1}{2}$ года, в $3\frac{1}{2}$ года. (запиши ответ в виде двойного неравенства).
- 3) В каком возрасте рост его был равен 70 см?
- 4) На сколько сантиметров изменился его рост с 1 года до 5 лет?
- 5) В течение какого времени рост Пети увеличился с 70 см до 90 см?
- 6) Перерисуй таблицу в тетрадь и заполни ее:

x лет	0	1	2	3	4	5
y см						



549 Построй столбчатую диаграмму изменения роста Оли в течение первых шести лет жизни, пользуясь таблицей:

x лет	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	$5\frac{1}{2}$	6
y см	51	60	66	72	77	81	85	88	91	94	96	98	100



550 Найди сумму чисел, обозначающих доходы и расходы. Проиллюстрируй решение на числовой прямой (см. № 536).

- 1) $(-5) + (+3)$; 2) $(+4) + (-6)$; 3) $(-2) + (-3)$.

551 Выполни вычисления по программе. Составь выражение, задающее ту же самую программу действий.

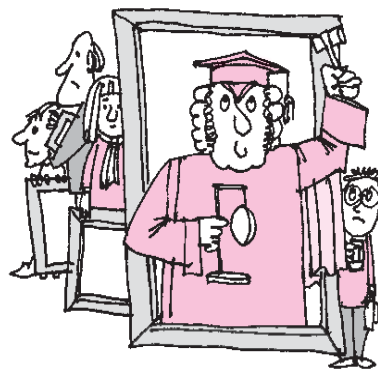
- 1) 314 340 разделить на 620.
- 2) 243 810 разделить на 27.
- 3) Сложить результаты первых двух действий.
- 4) Из полученной суммы вычесть 649.
- 5) 564 умножить на 309.
- 6) 15 336 288 разделить на полученное произведение.
- 7) Результат 4-го действия разделить на результат 6-го действия.

552* Записаны все числа подряд от 1 до 40. Не изменяя порядка записи, вычеркни 60 цифр так, чтобы оставшиеся 11 цифр выражали:
а) наименьшее число; б) наибольшее число.

553* Докажи, что среди пяти произвольных натуральных чисел найдутся хотя бы два числа, разность которых кратна четырем.

554* После того как туристы прошли 1 км и половину оставшегося пути, им еще осталось пройти треть всего пути и 1 км. Чему равен путь?

555* **Старинная задача**
К адвокату обратились 5 человек с просьбой разделить наследство. Оно состояло из трёх старинных картин одинаковой стоимости. Адвокат предложил: первые три человека заплатят оставшимся двум по 18 тыс. р. каждый, а картины возьмут себе. Оставшиеся 2 человека, разделив деньги, получают поровну с другими тремя. Сколько стоит каждая картина?



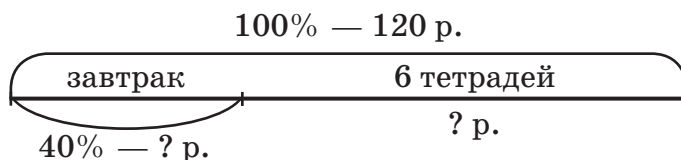
556* Найди произведение:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{225}\right).$$

7. Задачи на дроби (продолжение).

Рассмотрим теперь более сложные, комбинированные задачи на дроби.

Задача 1. У Ани было 120 р. Из них 40% она затратила на завтрак в буфете, а на остальные деньги купила 6 тетрадей. Сколько рублей стоит одна тетрадь?



Стоимость тетрадей можно узнать различными способами. Рассмотрим два способа решения этой задачи.

I способ:

$$1) 120 \cdot \frac{40}{100} = \frac{120 \cdot 40}{100} = 48 \text{ (р.)} - \text{стоит завтрак.}$$

$$2) 120 - 48 = 72 \text{ (р.)} - \text{стоят 6 тетрадей.}$$

$$3) 72 : 6 = 12 \text{ (р.)}$$

II способ:

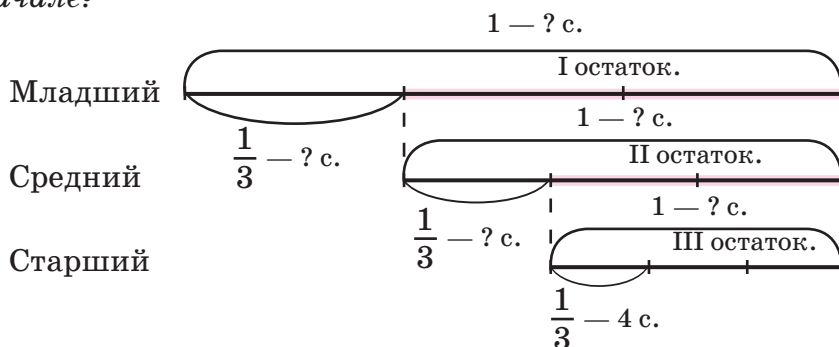
$$1) 100\% - 40\% = 60\% - \text{часть всех денег, затраченная на тетради.}$$

$$2) 120 \cdot \frac{60}{100} = \frac{120 \cdot 60}{100} = 72 \text{ (р.)} - \text{стоят 6 тетрадей.}$$

$$3) 72 : 6 = 12 \text{ (р.)}$$

О т в е т: одна тетрадь стоит 12 р.

Задача 2. Мать оставила для трёх своих сыновей тарелку слив, а сама ушла на работу. Первым пришёл из школы младший сын. Увидев на тарелке сливы, он съел третью часть и ушёл гулять. Вторым пришёл средний сын. Думая, что его братья не ели слив, он съел третью часть того, что было на тарелке, и тоже ушёл гулять. Позднее всех пришел старший сын и съел 4 сливы — третью часть слив, которые он увидел на тарелке. Сколько слив было вначале?



Решение:

При решении задачи следует обратить внимание на то, что средний и старший сыновья брали с тарелки треть не всех слив, а только тех, которые *оставались* на тарелке до них.

$$1) 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - \text{часть слив, которая оставалась на тарелке.}$$

$$2) 4 : \frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3}{1} = 12 \text{ (с.)} - \text{II остаток.}$$

$$3) 12 : \frac{2}{3} = \frac{12 \cdot 3}{2} = 18 \text{ (с.)} - \text{I остаток.}$$

$$4) 18 : \frac{2}{3} = \frac{18 \cdot 3}{2} = 27 \text{ (с.)}$$



О т в е т: на тарелке было вначале 27 слив.

Часто при решении задач на дроби **введение буквенных обозначений** позволяет упростить поиск решения, сделать его более коротким. Разберем решение двух таких задач.

Задача 3. Найти число, если $\frac{2}{3}$ от него равно числу, $\frac{5}{6}$ которого составляют 25.

Решение: Обозначим искомое число x . Тогда по условию:

$$\frac{2}{3}x = 25 : \frac{5}{6}.$$

Отсюда находим x :

$$\frac{2}{3}x = 25 : \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{2}{3}x = 30 \Leftrightarrow x = 30 : \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{30 \cdot 3}{2} \Leftrightarrow x = 45.$$

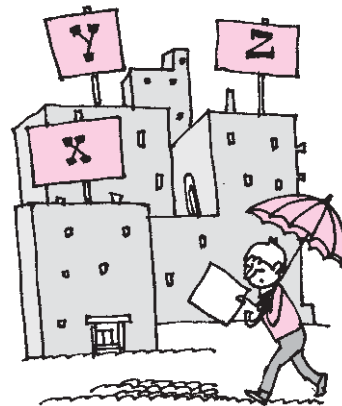
О т в е т: искомое число равно 45.

Задача 4. В трёх районах города проживает 12 000 человек. Сколько человек живёт в каждом районе, если известно, что $\frac{2}{3}$ числа жителей первого района равно $\frac{1}{2}$ числа жителей второго района и $\frac{2}{5}$ числа жителей третьего района?

Решение:

Обозначим число жителей первого района x , второго района – y , а третьего района – z . Тогда, по условию,

$$\frac{2}{3}x = \frac{1}{2}y = \frac{2}{5}z.$$



Из этих равенств следует, что $y = \frac{4}{3}x$, а $z = \frac{5}{3}x$. Значит:

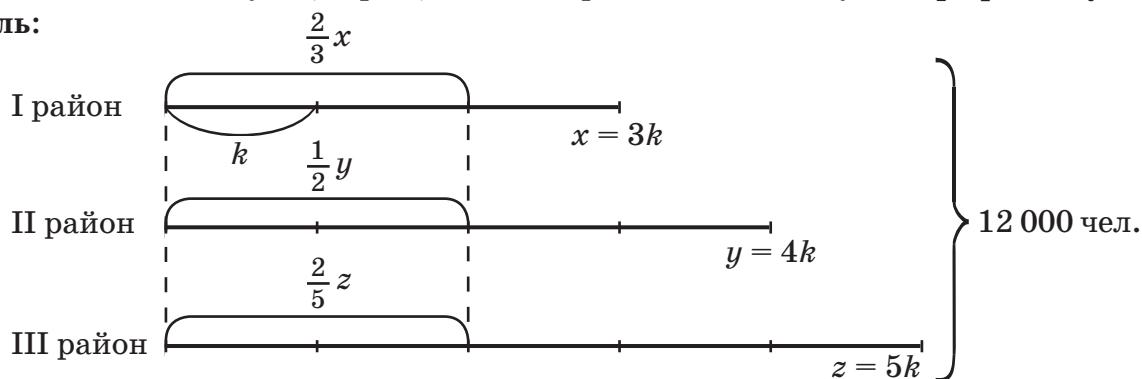
$$x + y + z = 12\,000 \Leftrightarrow x + \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}x = 12\,000 \Leftrightarrow 12x = 36\,000 \Leftrightarrow x = 3000.$$

Итак, в первом районе проживает 3000 человек. Чтобы найти число жителей остальных двух районов, надо 3000 умножить соответственно на $\frac{4}{3}$ и $\frac{5}{3}$:

$$3000 \cdot \frac{4}{3} = \frac{3000 \cdot 4}{3} = 4000 \text{ (чел.)} - \text{ во втором районе.}$$

$$3000 \cdot \frac{5}{3} = \frac{3000 \cdot 5}{3} = 5000 \text{ (чел.)} - \text{ в третьем районе.}$$

Последнюю задачу ещё проще было бы решить, используя её **графическую модель**:



Из схемы видно, что число жителей всех районов удобно выразить через величину, равную $\frac{1}{3}$ от числа жителей первого района. Обозначим эту величину k .

Тогда в первом районе проживает $3k$ человек, во втором районе – $4k$ человек, а в третьем – $5k$ человек. По условию, во всех трёх районах 12 000 жителей, значит:

$$3k + 4k + 5k = 12\,000 \Leftrightarrow 12k = 12\,000 \Leftrightarrow k = 1000.$$

Приходим к тому же ответу: в первом районе $1000 \cdot 3 = 3000$ жителей, во втором – $1000 \cdot 4 = 4000$ жителей, а в третьем – $1000 \cdot 5 = 5000$ жителей.

Иногда условие задачи удобнее проанализировать с помощью **таблицы**. Приведём пример такой задачи.

Задача 5. В первый день я отпил $\frac{1}{3}$ стакана чёрного кофе и долил стакан молоком, потом отпил ещё $\frac{1}{4}$ стакана и снова долил его молоком, после чего отпил ещё $\frac{1}{5}$ стакана. Во второй – я сначала отпил $\frac{1}{5}$ стакана и долил стакан молоком, затем отпил ещё $\frac{1}{4}$ стакана, долив стакан снова молоком, после чего отпил ещё $\frac{1}{3}$ стакана. В каком случае я выпил кофе больше?

Решение:

Составим таблицу, показывающую, как в первый день изменялась часть выпитого и оставшегося в стакане чёрного кофе:

	Отпил чёрного кофе	Осталось в стакане чёрного кофе
1	$\frac{1}{3}$ стакана	$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ стакана
2	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$ стакана	$\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ стакана
3	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$ стакана	

Всего выпито:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{10 + 5 + 3}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5} \text{ стакана.}$$



Аналогично получаем, что столько же кофе выпито во второй день.

Итак, при решении составных задач на дроби кроме основных правил, рассмотренных в предыдущих пунктах, на помощь могут прийти схемы, таблицы, числовые и буквенные выражения, уравнения. Выбор «инструментов» и способа решения задачи всегда остаётся за тем, кто её решает. Однако решение тем лучше, чем оно проще и быстрее приводит к верному ответу.

K

557 Ромашка при сушке теряет $\frac{17}{20}$ своего веса. Достаточно ли собрать

105 кг цветков ромашки, чтобы сдать в аптеку 15 кг сухой ромашки?

558

1) В классе присутствовало 30 учеников.

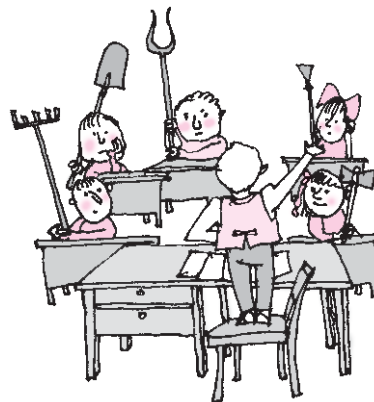
Число отсутствовавших составило $\frac{1}{16}$ числа

всех учащихся этого класса. Сколько всего учащихся в этом классе?

2) Доклад ученика занял $\frac{1}{5}$ урока, рассказ

учителя — $\frac{2}{15}$, а решение задач — $\frac{1}{3}$ урока.

Остальную часть урока учащиеся писали самостоятельную работу. Сколько минут длилась самостоятельная работа, если продолжительность урока 45 мин?



559 При размоле пшеницы получается: муки $\frac{4}{5}$ от первоначального количества пшеницы, манной крупы $-\frac{1}{50}$, а остальную часть составляют отруби.

Сколько муки и манной крупы получили при размоле, если масса отрубей составила 36 кг?

560 1) Двум операторам было поручено набрать на компьютере рукопись. Первый оператор набрал $\frac{3}{7}$ всей рукописи, а второй за то же время $-\frac{5}{14}$ всей рукописи. Сколько страниц в рукописи, если первый оператор набрал на 7 страниц больше, чем второй?

2) Автотурист проехал в первый день $\frac{2}{5}$ намеченного пути, а во второй день – остальной путь. Какой путь он проехал в каждый из этих дней, если известно, что в первый день он проехал на 80 км меньше, чем во второй?

561 1) В питомнике вырастили 3200 саженцев фруктовых деревьев. Саженцы яблонь составили 55% всех саженцев, причем $\frac{2}{11}$ яблонь были сорта «Память воина». Сколько саженцев яблонь этого сорта вырастили в питомнике?

2) В пятые классы гимназии поступало 400 учеников. Конкурсный отбор по математике выдержали $\frac{3}{10}$ всех учеников, а 60% сдавших математику успешно написали работу по русскому языку и были зачислены в гимназию. Сколько пятых классов в этой гимназии, если в каждый из них зачислено по 24 ученика?

562 1) Для кошки купили 3 кг сухого корма.

В первую неделю она съела $\frac{1}{6}$ часть корма, во вторую $-\frac{4}{25}$ остатка. Сколько корма ещё осталось?

2) Семья заготовила на зиму 60 банок консервированных фруктов. В $\frac{2}{5}$ этих банок

были абрикосы, в $\frac{3}{4}$ всех банок за минусом

банок с абрикосами – вишни, а в остальных банках – персики. На сколько банок с абрикосами было больше, чем банок с персиками?



- 563** 1) Петя ест пирожок с малиновым вареньем. После каждого откусывания масса пирожка уменьшается на 10% от первоначальной массы. После второго откусывания она составила 160 г. Какой она была вначале? За сколько откусываний Петя при этих условиях доест пирожок?
- 2) В соответствии с экологическими нормами, необходимо провести плановую вырубку деревьев в городском парке так, чтобы после вырубки осталось 750 деревьев. Для этого сначала вырубili $\frac{3}{13}$ всех деревьев, а потом – ещё $\frac{2}{17}$ того, что осталось. Сколько деревьев было в парке первоначально?



- 564** Бабушка поставила перед тремя внуками вазочку с шоколадными батончиками. За угощением внуки подходили поочередно. Первый, по просьбе бабушки, взял $\frac{1}{4}$ всех батончиков и ещё 1 батончик. Второму было предложено взять $\frac{1}{4}$ того, что осталось, и ещё 2 батончика. Третьему полагалось взять также $\frac{1}{4}$ остатка и ещё 3 батончика. После чего ваза опустела. Докажи, что всем внукам досталось поровну.
- 565** 1) Найти число, если $\frac{5}{8}$ его равны числу, $\frac{3}{5}$ которого составляют 27.
- 2) Найти число, если $\frac{3}{14}$ его равны числу, $\frac{5}{6}$ которого составляют 10.
- 566** 1) Найти два числа, если одно из них составляет $\frac{4}{7}$ другого, а их сумма равна 22.
- 2) Найти два числа, если одно из них составляет $\frac{3}{10}$ другого, а их разность равна 35.
- 567** 1) В классе 30 учеников, причём число девочек составляет $\frac{2}{3}$ числа мальчиков. Сколько девочек и сколько мальчиков учится в этом классе? Какую часть всех учащихся класса составляют мальчики?
- 2) В трёх домах проживает 400 человек. $\frac{2}{5}$ числа жильцов первого дома равны $\frac{1}{3}$ числа жильцов второго дома и $\frac{2}{9}$ числа жильцов третьего дома. Сколько человек проживает в каждом доме?

568 1) Велосипедист проехал $\frac{1}{4}$ часть пути и ещё 12 км, и ему осталось проехать $\frac{3}{8}$ пути и ещё 9 км. Сколько километров составил весь путь?

2) Возвращаясь из Москвы домой на поезде, пассажир по рассеянности проехал свою станцию, а когда сошёл на следующей, то рассчитал, что поезду осталось пройти $\frac{13}{24}$ всего своего пути, а ему придется проехать обратно 14 км.

Чему равна длина пути поезда, если станция, на которой жил пассажир, удалена от Москвы на расстояние $\frac{1}{3}$ всего пути?

569 1) Школьник прочитал книгу за 3 дня. В первый день он прочитал $\frac{1}{5}$ всей книги, во второй – $\frac{5}{8}$ остатка, а в третий – $\frac{1}{3}$ нового остатка и последние 16 страниц. Сколько страниц в книге?

2) Фермер продал картофель трём покупателям: первому $\frac{1}{4}$ часть всего картофеля, второму – $\frac{4}{9}$ остатка, а третьему – $\frac{4}{5}$ нового остатка и последние 10 кг. Сколько картофеля купил каждый из трёх покупателей?

570 Я отпил $\frac{1}{6}$ чашечки чёрного кофе и долил её молоком, потом отпил треть чашечки и долил её молоком. Потом я выпил ещё полчашечки и снова долил её молоком. После этого я выпил всю чашечку до конца. Чего я выпил больше: чёрного кофе или молока?

571 Четыре хозяина смежных садовых участков наняли рабочих для устройства общего колодца глубиной 7 м на равноправных началах. Оплату условились производить так. За прорытый первый метр – 432 р. При углублении на первые 4 метра оплата за каждый прорытый

метр составляет $\frac{3}{2}$ стоимости предыдущего, а

при углублении более 4 метров – $\frac{5}{3}$ стоимости

предыдущего. Плотницкие работы договорились оплачивать по 1200 р. за каждый метр глубины. Кроме того, были закуплены материалы, стоимость которых составила треть от общей стоимости труда рабочих. Во сколько обошлось строительство колодца каждому хозяину?



572 Таня, Надя и Света собирали грибы. Таня собрала седьмую часть того, что собрали Надя и Света вместе. Надя собрала третью часть того, что собрали вместе Таня и Света.

- 1) У кого больше грибов и во сколько раз – у Нади или у Тани?
- 2) Какую часть сбора Светы составляет совместный сбор Нади и Тани?

573 Старинная задача-шутка

Крестьянка принесла на рынок некоторое количество яиц. Одному покупателю она продала половину того, что имела, и ещё пол-яйца, второму – половину того, что у нее осталось, и ещё пол-яйца, третьему – половину нового остатка и ещё пол-яйца, наконец, четвёртому половину того, что осталось от прежней торговли, и ещё пол-яйца. После этого у нее ничего не осталось. Сколько она принесла яиц?



π **574** Вычисли устно:

$25 \cdot 9$	$25 \cdot 99$	$25 \cdot 999$	$25 \cdot 11$	$2525 : 25$	$25\ 000 : 25$
$42 \cdot 9$	$42 \cdot 99$	$42 \cdot 999$	$42 \cdot 11$	$42\ 042 : 42$	$42\ 000 : 420$
$63 \cdot 9$	$63 \cdot 99$	$63 \cdot 999$	$63 \cdot 11$	$630\ 063 : 63$	$63\ 000 : 6300$

575 Запиши множество правильных дробей и множество неправильных дробей, которые можно составить из чисел 2, 3, 4, 5.

576 Какая из записей может быть «лишней» и почему?

$$4 - \frac{3}{4}, \quad 2\frac{5}{4}, \quad \frac{13}{4}, \quad 3 + \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{2} + 2\frac{3}{4}, \quad 3\frac{1}{4}, \quad 3 \cdot \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{4} + 3.$$

577 Продолжи ряды на два числа, сохраняя закономерность. Уменьшаются или увеличиваются значения дробей в этих рядах?

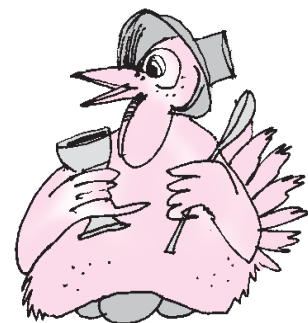
$$1) \frac{48}{80}, \frac{24}{40}, \frac{12}{20} \dots \quad 2) \frac{2}{3}, \frac{6}{9}, \frac{18}{27} \dots$$

578 Одна из дробей:

$$\frac{9}{8}, \frac{4}{23}, \frac{5}{16}, \frac{33}{112}, \frac{3}{10}, \frac{6}{19}, \frac{7}{30}$$

является несократимой записью дроби $\frac{8532111}{28440370}$.

Какая именно?



579 Сократи дроби ($a \neq 0, x \neq 0$):

1) $\frac{5+40}{10}$; 2) $\frac{3 \cdot 28}{14 \cdot 9}$; 3) $\frac{25 \cdot 4 + 25 \cdot 6}{25 \cdot 9 - 25 \cdot 4}$; 4) $\frac{5^6}{5^7}$; 5) $\frac{x^9}{x^5}$; 6) $\frac{12ab}{18a^2}$.

580 Найди три дроби, удовлетворяющие неравенству:

а) $\frac{3}{11} \leq x < \frac{4}{11}$; б) $\frac{5}{8} < y \leq \frac{5}{7}$; в) $\frac{1}{4} < z < \frac{1}{3}$.

581 Представь дробь $\frac{3}{5}$ в виде суммы, разности, произведения, частного двух дробей.

582 Реши уравнения:

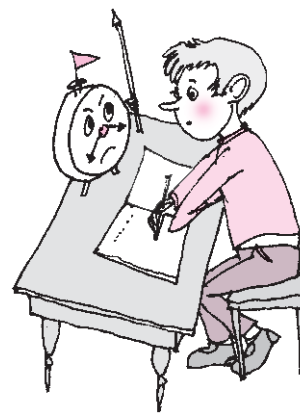
1) $x - 1\frac{2}{5} = 5\frac{1}{2}$; 3) $x : 3 = 1\frac{2}{3}$; 5) $\frac{9}{32} : x = \frac{3}{16}$; 7) $4\frac{2}{7} - x = 3\frac{2}{7}$;
 2) $2\frac{1}{3} + x = 3\frac{1}{6}$; 4) $4x = 12\frac{4}{5}$; 6) $x : \frac{5}{6} = 2\frac{2}{5}$; 8) $5\frac{2}{9}x = 0$.

583 Упрости выражения:

1) $8a + 15 + 12a + 3a + 2$; 3) $\frac{5}{3} \cdot \left(1\frac{4}{5}c\right)$;
 2) $\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3}b + \frac{1}{6} + 2b + 1\frac{1}{3}$; 4) $\left(\frac{3}{7}d\right) \cdot 3\frac{1}{9}$.

584 Счет-тест (7 мин)

- 1) Найди $\frac{2}{9}$ от $15\frac{3}{4}$.
- 2) Найди число, $\frac{5}{3}$ которого составляют $3\frac{1}{8}$.
- 3) Какую часть число $2\frac{6}{7}$ составляет от $10\frac{5}{7}$?
- 4) Найди число, 15% которого составляют 9.
- 5) Найди 8% от 45.
- 6) Сколько процентов число 3 составляет от числа 6?
- 7) На сколько число, $\frac{2}{7}$ которого равны 14, больше, чем $5\frac{7}{10}$?
- 8) Во сколько раз число $3\frac{1}{5}$ больше числа, составляющего $\frac{4}{11}$ от $4\frac{2}{5}$?
- 9) Какую часть число, равное $\frac{2}{3}$ от 21, составляет от числа, $\frac{2}{5}$ которого равны 20?



585 В цехе не более 100 рабочих, треть из них женщины, 8% рабочих имеют сокращённый рабочий день. Сколько в цехе рабочих? Сколько из них женщин и сколько имеют сокращённый рабочий день?

586 Представь в виде дроби сумму или разность двух дробей, если значения всех переменных – натуральные числа:

1) $\frac{a}{12} - \frac{b}{9}$; 2) $\frac{5}{c} + \frac{6}{d}$; 3) $\frac{a}{m} - \frac{m}{3}$; 4) $\frac{2}{n^2} + \frac{b}{5n}$.

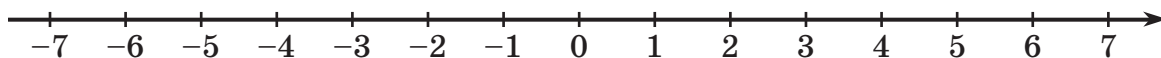
587 БЛИЦтурнир

- 1) Из 40 посаженных кустов клубники 25% погибло. Сколько кустов клубники погибло?
- 2) Отремонтировали 90 км дороги, что составляет $\frac{5}{9}$ всей длины. Чему равна длина дороги?
- 3) В аквариум, вмещающий 12 л воды, налили 10 л. Какая часть аквариума не заполнена?
- 4) Хоровая студия решила подготовить к своему концерту 24 произведения. В первый месяц была подготовлена $\frac{1}{6}$ часть всей программы, а во второй месяц – $\frac{3}{8}$ части всей программы. Сколько произведений ещё осталось подготовить?
- 5) Сколько мест в театре, если на балконе 300 мест, а остальные места – в партере, причём число мест в партере составляет 85% от общего числа мест?
- 6) Из 1000 изготовленных моторов 20 оказались с браком. Какую часть от числа всех моторов составляют моторы в исправном состоянии? Вырази эту часть в процентах.



588 Найди сумму чисел, обозначающих доходы и расходы (см. № 536), и проиллюстрируй решение на числовой прямой:

а) $(+2) + (-3)$; б) $(-5) + (+1)$; в) $(-1) + (-3)$; г) $(+4) + (+2)$.



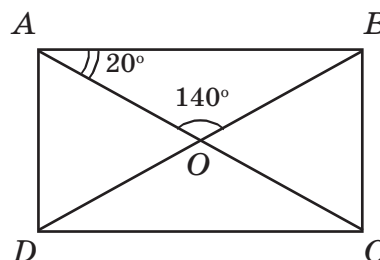
589 Начерти числовую прямую, приняв за единичный отрезок 4 клеточки тетради. Отметь на ней числа со знаками «+» и «-» (см. № 536):

$\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{4}$, $1\frac{3}{4}$, $-1\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{2}$, $-2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{4}$, $-3\frac{1}{4}$.

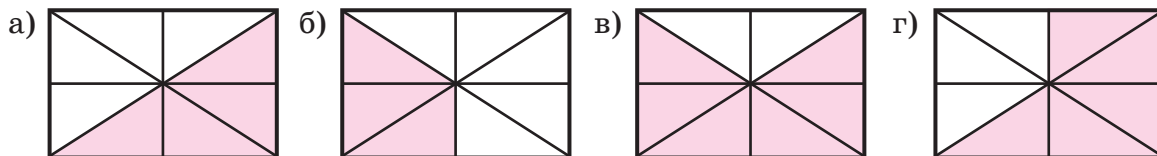
Что особенного в расположении этих чисел на числовой прямой?

590 В прямоугольнике $ABCD$ проведены диагонали AC и BD .

- 1) Сколько образовалось прямоугольных треугольников?
- 2) Укажи смежные углы, вертикальные углы.
- 3) $\angle AOB = 140^\circ$, $\angle OAB = 20^\circ$. Найди с помощью транспортира величину всех углов, образовавшихся на чертеже.



591 Стороны прямоугольника 10 см и 6 см. Найди площадь закрашенной фигуры:



592 На чертеже изображён график изменения температуры в один из дней апреля:



- 1) Какая температура воздуха была в 4 часа, в 17 часов?
- 2) Была ли в этот день достигнута температура 12° , 16° ? Если да, то в котором часу это произошло?
- 3) В котором часу температура воздуха была самой высокой?
- 4) В какое время температура увеличивалась, уменьшалась?
- 5) На сколько градусов изменилась температура с 3 до 8 часов утра, с 16 до 19 часов вечера?
- 6) В какое время температура была выше 12° , ниже 10° ?

593 Принадлежит ли множеству натуральных чисел значение дроби

$$\frac{(560 \cdot 4800 - 564 \cdot 703) : 318 + 2895}{[(384 + 125 \cdot 5) \cdot 897 : 13 - 14 \ 610 \ 400 : 5600 + 168 \ 678] : 70} ?$$

D

594 1) Велосипедисты участвовали в гонках 3 дня. В первый день они проехали $\frac{4}{15}$ всего пути, во второй день $-\frac{2}{5}$, а в третий день – оставшиеся 100 км. Какой путь проехали велосипедисты за 3 дня?

2) Тракторная бригада вспахала в первый день $\frac{2}{7}$ намеченной площади, а во второй день – остальную часть. Какую площадь вспахала бригада в первый и какую – во второй день, если во второй день она вспахала на 84 га больше, чем в первый?

595 1) В районной олимпиаде по математике приняли участие 600 школьников. Из них 15% стали победителями и прошли в городской тур, а 10% победителей районного тура получили призы городской олимпиады. Сколько призеров городской олимпиады в этом районе?

2) Бабушка на даче собрала вишни. Из $\frac{3}{4}$ всей вишни сварили варенье, треть оставшихся вишен засушили, а остальные 4 кг съели. Сколько вишни собрала бабушка?

596 Катер на подводных крыльях прошёл сначала 150 км, что составило $\frac{1}{3}$ пути, который ему после этого осталось пройти. За сколько времени катер прошёл весь путь, если его средняя скорость была 60 км/ч, а на стоянки он потратил 2 ч?

597 Сократи дроби, если значения всех переменных – натуральные числа:

1) $\frac{1680}{12\ 600}$; 2) $\frac{75 \cdot 12 + 300}{75}$; 3) $\frac{17 \cdot 30 - 17 \cdot 15}{34 \cdot 15}$; 4) $\frac{k^6}{k^7}$; 5) $\frac{36an^2}{4abn}$; 6) $\frac{c + 3c}{12c}$.

598 Выполни действия:

1) $\frac{4}{a} + \frac{4}{b}$ ($a, b \neq 0$); 2) $\frac{x}{9} - \frac{y}{27}$; 3) $\frac{2}{7p} - \frac{s}{14p}$ ($p \neq 0$); 4) $\frac{3}{d} + \frac{c}{d^2}$ ($d \neq 0$).

599 1) Мише надо разложить 56 яблок в 2 корзины так, чтобы число яблок в одной корзине составляло $\frac{3}{11}$ числа яблок в другой. Сколько яблок

он должен положить в каждую корзину?

2) Света увлеклась макраме. Для того чтобы сплести игрушку, она отрезала от куска веревки сначала $\frac{1}{4}$ часть, а потом $\frac{1}{3}$ часть всей веревки. После этого в куске осталось 10 м. Сколько метров веревки потребовалось Свете для изготовления своей игрушки?



600 Докажи или опровергни высказывание:

1) $\exists a \in \mathbb{N}: a^2 > a;$ 2) $\exists a \in \mathbb{N}: a^2 < a.$

601 Подбери недостающие натуральные числа так, чтобы получились верные равенства, если известно, что дроби во всех равенствах правильные:

1) $\frac{1}{3} + \frac{\square}{9} = \frac{5}{\square};$ 2) $\frac{2}{\square} - \frac{7}{15} = \frac{\square}{5};$ 3) $\frac{4}{\square} - \frac{\square}{4} = \frac{1}{12}.$



602 Расшифруй высказывание великого французского писателя эпохи Возрождения Франсуа Рабле. Попробуй отыскать пример из жизни, который подтверждает эту мысль Рабле.

- | | | |
|------------------------|------------------------|--------------------|
| 1) 8 035 640 – 984 693 | 9047 – привычки | 90 470 – совести |
| 2) 298 566 + 78 534 | 1 892 080 – крушение | 276 090 – в других |
| 3) 480 124 290 : 5307 | 7 151 057 – сам в себе | 7 050 947 – ум |
| 4) 2680 · 706 | 377 100 – без | 9470 – счастье |
| 5) 257 228 000 : 8560 | 203 680 – пожнешь | 30 050 – личности |

603 Реши уравнения и расшифруй название известной книги. Кто её написал?

А $2\frac{1}{2}x - 1\frac{5}{8} = 2\frac{3}{4}$

Ю $(2\frac{1}{10} - x) : 8 + 1\frac{2}{15} = 1\frac{1}{3}$

Н $\frac{1}{4} + x : 3\frac{5}{9} = \frac{7}{16}$

Р $4\frac{1}{6} : (\frac{1}{4}x + 1\frac{4}{15}) - 1\frac{5}{6} = \frac{2}{3}$

Б $4\frac{2}{5} : x - 2\frac{3}{5} = \frac{7}{10}$

Г $1\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x = 1\frac{2}{3}$

Л $3\frac{1}{3} : (2\frac{1}{8} - x) = 2\frac{2}{9}$

П $3\frac{4}{5}x - 1\frac{7}{10}x = 3\frac{1}{2}$

Э $(\frac{5}{12} + \frac{1}{2}x) : 2\frac{1}{2} = \frac{11}{12}$

И $\frac{2}{3}x + \frac{7}{12} + \frac{1}{4}x + \frac{5}{6} = 5\frac{1}{12}$

Ф $(6\frac{3}{14} - x) \cdot 2\frac{1}{3} = 9\frac{5}{6}$

Т $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}x + \frac{7}{10}x + 1\frac{1}{2} = 5\frac{3}{5}$

$\frac{5}{6}$	$1\frac{3}{4}$	$1\frac{3}{5}$	$\frac{5}{6}$	$1\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$

4

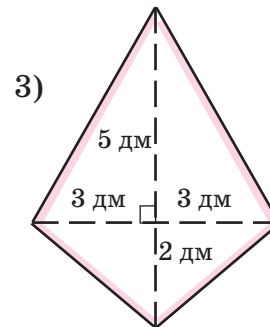
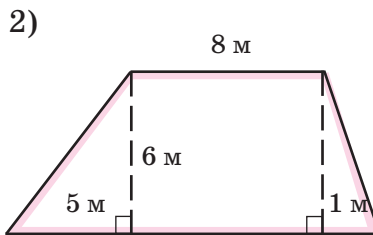
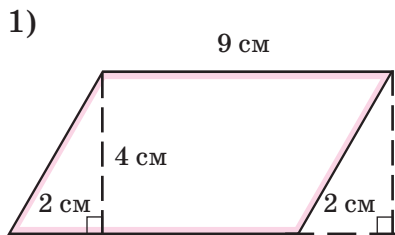


$1\frac{2}{3}$	$1\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{3}$	$1\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$1\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$1\frac{1}{3}$

604 Выполни действия с числами, обозначающими доходы и расходы, и проиллюстрируй решение на числовой прямой (см. № 536):

а) $(-7) + (+2)$; б) $(-4) + (-2)$; в) $(+9) + (-5)$.

605 Вычисли площади фигур:



606 Температура воздуха в течение дня измерялась через каждые 2 часа. Результаты измерений занесены в таблицу:

x часов	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
y градусов	1	2	4	7	9	11	12	10	7	5	4	3	2

Построй график изменения температуры воздуха в течение этого дня. Придумай по графику 3 вопроса и ответь на них.

с **607*** Дано натуральное число a . Что больше:

а) $\frac{a+1}{a}$ или $\frac{a}{a+1}$; б) $\frac{a+1}{a}$ или $\frac{a+3}{a+2}$?

608* Задача-анекдот

Одну даму спросили, сколько ей лет. Она ответила: «Тридцать пять... без суббот и воскресений». Сколько лет даме?



609* Старинная задача

Шли три крестьянина и зашли в избу отдохнуть и пообедать. Заказали хозяйке сварить картошку, а сами заснули. Хозяйка сварила картофель, но не стала будить, а поставила миску с едой и ушла. Проснулся один крестьянин, съел третью часть картофелин и снова заснул. Вскоре проснулся другой. Ему невдомёк было, что один из мужиков уже взял свою долю. Поэтому он отсчитал третью часть оставшихся картофелин, съел их и заснул. После чего проснулся третий. Полагая, что он проснулся первый, он тоже взял с тарелки только третью часть. Тут проснулись его товарищи и увидели, что на тарелке осталось 8 картофелин. Тогда только и объяснилось дело. Сколько картошки подала на стол хозяйка?



610* Два ученика купили себе по книге. До покупки у первого ученика было на 60 р. больше, чем у второго, а после покупки денег у них стало поровну. Первый затратил на покупку книги $\frac{2}{3}$ своих денег, а второй – $\frac{5}{9}$ своих денег. Сколько рублей каждый из учеников заплатил за свою книгу?

8. Задачи на совместную работу.

Однажды учитель предложил своим ученикам решить старинную задачу из математической рукописи XVII века:

«Два плотника рядились двор ставить. И говорит первый:

– Только бы мне одному двор ставить, то я бы поставил в 3 года.

А другой молвил:

– Я бы поставил его в шесть лет.

Оба решили сообща ставить двор. Сколь долго они ставили двор?»



Мнения в классе разделились. Одни ребята утверждали, что оба плотника *вместе* будут строить дом $3 + 6 = 9$ лет. Другие возражали – так быть не может: вместе плотники должны построить дом *быстрее, а не дольше*, чем каждый из них в отдельности. Вскоре все поняли, что время совместной работы плотников не может быть больше трёх лет. Но как его найти?

Затруднение, возникшее у ребят, связано с тем, что при совместной работе *складывается не время работы, а части работы, которую делают её участники*. Например, из условия задачи о плотниках следует, что первый плотник выполнит за 1 год $\frac{1}{3}$ часть всей работы, а второй плотник – $\frac{1}{6}$ часть. Зна-

чит, вместе за год они выполнят $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ часть всей работы, и, чтобы поста-

вить двор, им потребуется столько времени, сколько раз по $\frac{1}{2}$ содержится в целой единице:

$$1 : \frac{1}{2} = 2 \text{ (года).}$$

Итак, при решении задач на совместную работу вся выполненная работа принимается за 1, а часть работы, выполненная за единицу времени (то есть производительность), находится по формуле

$$p = 1 : T,$$

где p – искомая часть работы, а T – время работы. Соответственно, $T = 1 : p$.

Рассмотрим теперь, как используется этот приём при решении различных задач на совместную работу.

Задача 1. В городе есть искусственный водоём. Одна из труб может заполнить его за 4 ч, вторая – за 8 ч, а третья – за 24 ч. За сколько времени наполнится водоём, если открыть сразу 3 трубы?

Решение:

$$1) 1 : 4 = \frac{1}{4} \text{ (водоёма) – наполнится через I трубу за 1 час.}$$

$$2) 1 : 8 = \frac{1}{8} \text{ (водоёма) – наполнится через II трубу за 1 час.}$$

$$3) 1 : 24 = \frac{1}{24} \text{ (водоёма) – наполнится через III трубу за 1 час.}$$

$$4) \overset{6}{\frac{1}{4}} + \overset{3}{\frac{1}{8}} + \frac{1}{24} = \frac{6 + 3 + 1}{24} = \frac{10}{24} \text{ (водоёма) – наполнится через 3 трубы за 1 час.}$$

$$5) 1 : \frac{10}{24} = 1 \cdot \frac{24}{10} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \text{ (ч).}$$

О т в е т: через 3 трубы, работающие одновременно, водоём наполнится за $2\frac{2}{5}$ ч.

Задача 2. Два пешехода вышли одновременно из двух поселков навстречу друг другу. Один пешеход может пройти весь путь за 3 ч, а другой – за $4\frac{1}{2}$ ч. Через сколько времени они встретятся?

Решение:

Это тоже задача на «совместную работу», хотя, строго говоря, никто не работает. Но можно считать, что «работа» пешеходов – это прохождение пути. Поэтому весь путь принимается за «единицу» и вычисляется часть пути, пройденная каждым пешеходом.

$$1) 1 : 3 = \frac{1}{3} \text{ (расстояния) – проходит I пешеход за 1 ч.}$$

$$2) 1 : 4\frac{1}{2} = 1 : \frac{9}{2} = 1 \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{9} \text{ (расстояния) – проходит II пешеход за 1 ч.}$$

$$3) \overset{3}{\frac{1}{3}} + \frac{2}{9} = \frac{3 + 2}{9} = \frac{5}{9} \text{ (расстояния) – сближаются оба пешехода за 1 ч.}$$

$$4) 1 : \frac{5}{9} = 1 \cdot \frac{9}{5} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5} \text{ (ч).}$$

О т в е т: пешеходы встретятся через $1\frac{4}{5}$ ч.



Задача 3. Бассейн заполняется через 2 трубы за $3\frac{1}{3}$ ч. Если открыть одну первую трубу, то бассейн наполнится за 6 ч. За сколько времени наполнится бассейн через одну вторую трубу?

Решение:

$$1) 1 : 6 = \frac{1}{6} \text{ (бассейна)} - \text{наполнится через I трубу за 1 час.}$$

2) $1 : 3\frac{1}{3} = 1 : \frac{10}{3} = 1 \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$ (бассейна) – наполнится через обе трубы вместе за 1 час.

$$3) \frac{3}{10} - \frac{1}{6} = \frac{9-5}{30} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15} \text{ (бассейна)} - \text{наполнится через II трубу за 1 час.}$$

$$4) 1 : \frac{2}{15} = 1 \cdot \frac{15}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2} \text{ (ч).}$$

О т в е т: бассейн наполнится через одну вторую трубу за $7\frac{1}{2}$ ч.

Задача 4. Чтобы выкачать из цистерны нефть, поставили два насоса различной мощности. Если бы действовали оба насоса, то цистерна оказалась бы пуста через 12 мин. Оба действовали в течение 4 мин, после чего работал только второй насос, который через 24 мин выкачал всю оставшуюся нефть. За сколько минут каждый насос, действуя один, мог бы выкачать всю нефть?

Решение:

$$1) 1 : 12 = \frac{1}{12} \text{ (цистерны)} - \text{выкачивают два насоса за 1 мин.}$$

$$2) \frac{1}{12} \cdot 4 = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ (цистерны)} - \text{выкачали два насоса за 4 мин.}$$

$$3) 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ (цистерны)} - \text{выкачал II насос за 24 мин.}$$

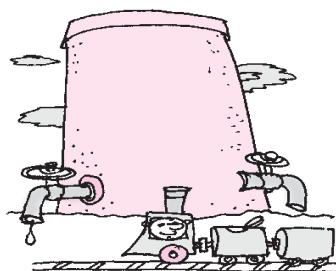
$$4) \frac{2}{3} : 24 = \frac{2}{3 \cdot 24} = \frac{1}{36} \text{ (цистерны)} - \text{выкачивает II насос за 1 мин.}$$

$$5) \frac{1}{12} - \frac{1}{36} = \frac{3-1}{36} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} \text{ (цистерны)} - \text{выкачивает I насос за 1 мин.}$$

$$6) 1 : \frac{1}{36} = 1 \cdot 36 = 36 \text{ (мин).}$$

$$7) 1 : \frac{1}{18} = 1 \cdot 18 = 18 \text{ (мин).}$$

О т в е т: один первый насос выкачает нефть за 18 мин, а один второй – за 36 мин.



К

611 Вася проходит расстояние между домом и школой за 10 мин. Какую часть пути проходит он за 1 мин, за 4 мин?

612 Мастер делает всю работу за 3 ч, а его ученик – за 6 ч.

- 1) Какую часть работы делает каждый из них за 1 ч?
- 2) Какую часть работы сделают они вместе за 1 ч?
- 3) За сколько времени они сделают всю работу, если будут работать вместе, сохраняя свою производительность?

613 1) Для разравнивания дороги поставлены две грейдерные машины различной мощности. Первая машина может выполнить всю работу за 36 дней, а вторая – за 45 дней. За сколько дней могут выполнить всю работу обе машины, работая совместно?

2) Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали автобус и легковая машина. Автобус проезжает весь путь за 12 ч, а легковая машина – за 6 ч. Через сколько времени они встретятся?

614 1) Три экскаватора различной мощности могут вырыть котлован, работая отдельно: первый – за 10 дней, второй – за 12 дней, а третий – за 15 дней. За сколько времени они могут вырыть котлован, работая совместно?

2) Школа заказала в швейной мастерской спортивную форму для участников соревнований. Одна швея может выполнить весь заказ за 20 дней, второй для выполнения заказа требуется $\frac{3}{5}$ этого времени, а третьей – в $2\frac{1}{2}$ раза больше времени, чем второй. За сколько времени могут выполнить весь заказ три швеи, работая совместно?

615 1) Водоём наполняется двумя трубами за 5 часов, а через одну первую трубу – за 6 часов. Через сколько времени будет наполнен водоём, если открыть только одну вторую трубу?

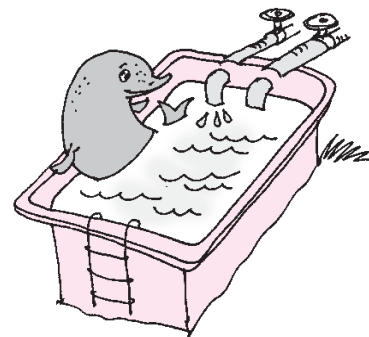
2) Два трактора вспахали поле за 6 часов. Первый трактор, работая один, вспахал бы это поле за 15 часов. За сколько времени вспахал бы это поле второй трактор, работая один?

616 1) К ванне проведены два крана. Через один кран ванна может наполниться за 12 мин, а через другой – в $1\frac{1}{2}$ раза быстрее. За сколько минут напол-

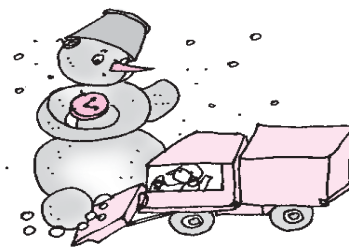
нится $\frac{5}{6}$ ванны, если открыть сразу оба крана?

2) Плавательный бассейн наполняется двумя трубами при их совместной работе за 48 мин. Через первую трубу бассейн может наполниться за 2 ч.

За сколько времени наполнится бассейн на $\frac{3}{4}$ своего объёма только через одну вторую трубу?



617 Две снегоуборочные машины могут убрать снег за 6 ч. После 3 ч совместной работы первую машину отправили в другой район города, а оставшаяся машина закончила уборку за 5 ч. За сколько часов каждая машина, работая отдельно, может выполнить всю работу?



618 Один каменщик может выполнить задание за 9 дней, а другой – за 12 дней. Первый каменщик работал над выполнением этого задания 6 дней, после чего работу закончил второй каменщик. За сколько дней было выполнено задание?

619 1) Два мастера уложили плитку в цеху за 6 ч. Один из них работает в 3 раза быстрее, чем другой. За сколько дней мог бы уложить плитку в этом цеху каждый мастер, работая отдельно?

2) Две бригады, работая совместно, закончили посадку деревьев за 12 дней. Сколько дней потребуется на выполнение этой работы одной первой бригаде, если она может выполнить ее в $1\frac{1}{2}$ раза быстрее, чем вторая?

620 Первый насос может выкачать всю воду из котлована за 36 ч, а второй – в 2 раза быстрее. После того как они, работая вместе, выкачали $\frac{1}{3}$ всей воды, второй насос сломался, и остальную воду выкачал один первый насос. За сколько времени была выкачана вся вода из этого котлована?

621 Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Они встретились через 4 ч после выезда, а через 5 ч после встречи первый автомобиль пришел в пункт B . Через сколько времени после встречи второй автомобиль пришел в пункт A ?

622 Из Санкт-Петербурга в Москву выехал пассажирский поезд. Одновременно с ним из Москвы в Санкт-Петербург выехал товарный поезд. Пассажирский поезд через 4 ч 48 мин после выезда встретил товарный и через 3 ч 12 мин после встречи прибыл в Москву. За сколько времени товарный поезд проходит путь от Москвы до Санкт-Петербурга?

623 Миша проезжает на велосипеде путь от дома до дачи за 30 мин, а его сестра – за 45 мин. Однажды по дороге на дачу Миша встретил сестру, выехавшую с дачи домой на 10 мин позже Миши. Через сколько времени после выезда сестры они встретились? Сколько времени после встречи с сестрой пришлось Мише ещё ехать до дачи? (Считать, что скорость Миши и его сестры не изменяется.)



π

624 Переведи с математического языка на русский и проверь истинность утверждений. Сравни данные утверждения. Что ты замечаешь?

а) $\exists x, y \in N: x^2 = y^3$; б) $\exists n \in N: n = x^2$ и $n = y^3$, где $x, y \in N$.

625 Переведи с русского языка на математический:

Сумма кубов первых n последовательных натуральных чисел равна квадрату их суммы.

Проверь истинность данного высказывания для $n = 2, 3, 4, 5, 6$.

Можно ли на основании проведённого исследования утверждать, что данное высказывание верно для всех натуральных n ?

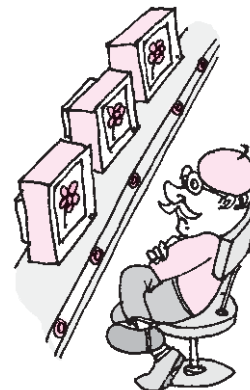
626 Реши уравнения:

1) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{40}$; 2) $\frac{1}{\frac{3}{7}x} + \frac{1}{x} = \frac{5}{18}$; 3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{3\frac{1}{2}x} = \frac{3}{14}$.

627 На оптовом рынке *A* картофель продаётся мешками по 40 кг, и каждый мешок стоит 1 тыс. р. На оптовом рынке *B* картофель продается мешками по 50 кг, и каждый мешок стоит 1 тыс. 100 р. Где картофель дешевле?

628 По итогам работы за неделю отдел контроля телевизионного завода составил таблицу проверки качества телевизоров, выпущенных с конвейера:

Дни недели	Выпущено	Признано годными	Брак
Понедельник	235	228	7
Вторник	245	239	6
Среда	255	251	4
Четверг	256	250	6
Пятница	240	233	7
Суббота	182	175	7



В какие дни бракованные телевизоры составили наименьшую часть выпущенных, а в какие – наибольшую часть?

629 Что можно сказать о числителе дроби $\frac{p}{1000}$, если известно, что эта дробь:

а) сократима; б) несократима?

630 Приведи к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{p}{10}$ и $\frac{q}{1000}$; 2) $\frac{p}{10^9}$ и $\frac{q}{10^4}$; 3) $\frac{p}{10^m}$ и $\frac{q}{10^n}$, где $m > n$.

631 Приведи к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{p}{2 \cdot 5^3}$ и $\frac{q}{2^3 \cdot 5^2}$; 2) $\frac{p}{2 \cdot 3 \cdot 5^2}$ и $\frac{q}{2^2 \cdot 5}$; 3) $\frac{p}{11^3}$ и $\frac{q}{3^2 \cdot 7 \cdot 11^2}$.

632 Какие из дробей можно привести к знаменателю 1000:

$\frac{7}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{41}{25}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5}$, $\frac{1}{2^2 \cdot 5^4}$, $\frac{1}{2^3 \cdot 5}$, $\frac{33}{15}$, $\frac{133}{35}$, $\frac{133}{49}$?

633 Докажи, что дробь, в знаменателе у которой нет простых делителей, кроме 2 и 5, можно привести к знаменателю вида 10^n , где $n \in \mathbb{N}$.

634 Что можно сказать о числе p , если известно, что дробь можно привести к знаменателю 1000:

а) $\frac{p}{2^2 \cdot 5^3}$; б) $\frac{p}{3^2 \cdot 5^3}$; в) $\frac{p}{2^3 \cdot 5 \cdot 7}$; г) $\frac{p}{2 \cdot 5^7}$?

635 Вычисли:

1) $\frac{12 \frac{4}{5} \cdot 3 \frac{3}{4} - 4 \frac{4}{11} \cdot 4 \frac{1}{8}}{11 \frac{2}{3} \cdot 2 \frac{4}{7} : 4 \frac{1}{4}}$; 2) $\frac{9 \frac{4}{5} : 4 \frac{2}{3} + 3 \frac{1}{3} : 1 \frac{1}{3}}{5 \frac{3}{4} : 2 \frac{1}{2}}$; 3) $\frac{(1 \frac{1}{2} + 2 \frac{2}{3} + 3 \frac{3}{4}) \cdot 3 \frac{3}{5} : 2 \frac{1}{2}}{14 - 15 \frac{1}{8} : 2 \frac{1}{5}}$.

636 1) Параллельные прямые a и b пересечены прямой c . Среди образовавшихся углов найди:
а) вертикальные углы; б) смежные углы.

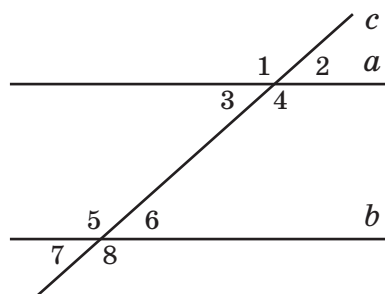
2) Как ты думаешь, почему $\angle 3$ и $\angle 6$ называют **внутренними накрест лежащими**? Почему $\angle 1$ и $\angle 8$ называют **внешними накрест лежащими**? Есть ли ещё внутренние и внешние накрест лежащие углы на этом чертёжке?

3) Почему $\angle 3$ и $\angle 5$ называют **внутренними односторонними**? Почему $\angle 1$ и $\angle 7$ называют **внешними односторонними**? Есть ли ещё внутренние и внешние односторонние углы на этом чертёжке?

4) $\angle 1 = 135^\circ$. Найди величины углов 2, 3 и 4.

5) $\angle 7 = 45^\circ$. Найди величины углов 5, 6 и 8.

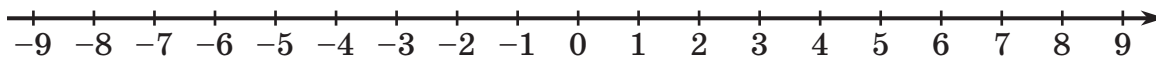
6) Понаблюдай, как связаны между собой величины накрест лежащих углов (внутренних и внешних)? Как связаны между собой величины односторонних углов (внутренних и внешних)? Сформулируй *гипотезу* и проверь её для каких-нибудь двух других параллельных прямых a и b и секущей c .



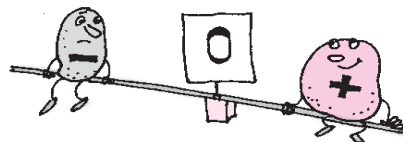
?

Можно ли установленную закономерность распространить на общий случай? Почему?

- 637** 1) Выполни действия с помощью числовой прямой (см. № 588). Что общего в примерах каждого столбика? Проанализируй, как изменяется число, если к нему прибавляют $(+2)$. А если к нему прибавляют (-2) ? Придумай более удобный способ записи этих примеров – без скобок.



$(+5) + (+2)$	$(+6) + (-2)$
$(-1) + (+2)$	$(+1) + (-2)$
$(-7) + (+2)$	$(-4) + (-2)$

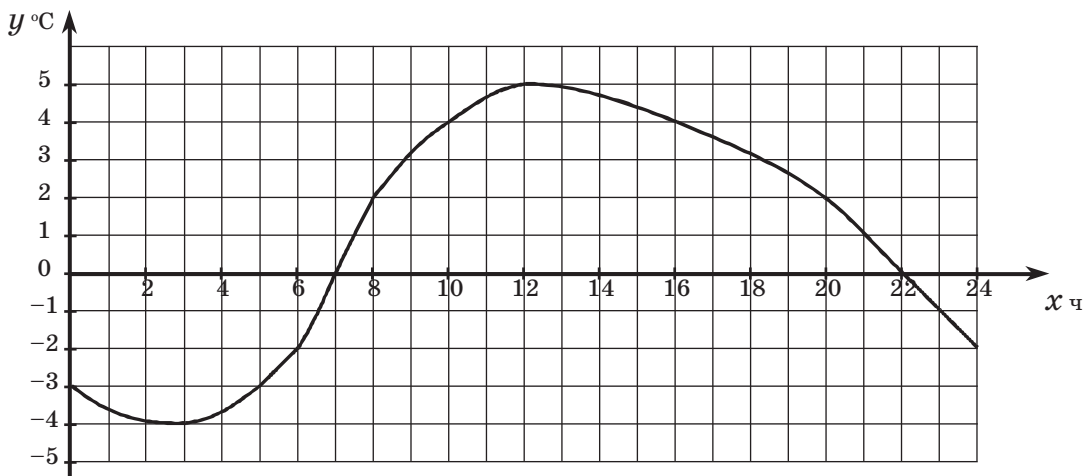


- 2) Запиши примеры в виде суммы чисел со знаками «+» или «-» и найди ответ:

$-7 + 3$	$-6 - 2$	$5 - 6$	$-2 - 3$
$1 - 8$	$-4 + 5$	$-1 - 5$	$-6 + 4$

Проверь ответы с помощью числовой прямой.

- 638** На чертеже изображён график изменения температуры в один из дней ноября. Что обозначают на оси y числа со знаком «-»? А числа без знака?



- 1) Какая температура воздуха была в 5 часов, в 20 часов?
- 2) Была ли в этот день достигнута температура 6° , -2° ? Если да, то в котором часу это произошло?
- 3) В котором часу температура воздуха была самой высокой, самой низкой?
- 4) В какое время температура увеличивалась, уменьшалась?
- 5) На сколько градусов изменилась температура с 5 до 12 часов, с 16 до 23 часов?
- 6) В какое время температура была равна 0° ? В какое время она была положительной, отрицательной?

- 639** Пусть A – множество правильных несократимых дробей со знаменателем 10, а B – множество правильных сократимых дробей с числителем 7. Есть ли в этих множествах равные дроби?

D

640 Малыш может съесть банку варенья за 30 мин, а Карлсон – в 5 раз быстрее. За сколько времени они съедят такую банку варенья, если начнут со своей обычной скоростью есть ее вместе?

641 Винни-Пух и Пятачок вышли из своих домиков навстречу друг другу и встретились через 2 ч 40 мин. Винни-Пух может пройти все расстояние между домиками за 8 ч. За сколько времени может пройти это расстояние Пятачок?

642 Реши уравнения:

$$1) \frac{1}{4x} + \frac{1}{x} = \frac{3}{8}; \quad 2) \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{3}{4}x} = \frac{7}{12}; \quad 3) \frac{1}{2x} + \frac{7}{5x} = 6\frac{1}{3}.$$

643 Корней и Пантелей прокладывали трубы для фонтана в посёлке Бубликово. Они рассчитали, что вместе сделают всю работу за $5\frac{1}{3}$ ч, при этом Корней будет работать в 2 раза быстрее Пантелея.

1) За сколько времени может выполнить всю работу каждый из работников в отдельности?

2) После того как Корней и Пантелей проработали вместе 2 ч, Пантелея срочно вызвали устранять аварию. Через сколько времени Корней, работая один, закончит прокладку труб?



644 Приведи к наименьшему общему знаменателю дроби:

$$1) \frac{1}{10^2} \text{ и } \frac{1}{10^4}; \quad 2) \frac{1}{2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} \text{ и } \frac{1}{2^4 \cdot 3^2}; \quad 3) \frac{1}{2^3 \cdot 5 \cdot 7^2} \text{ и } \frac{1}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7}.$$

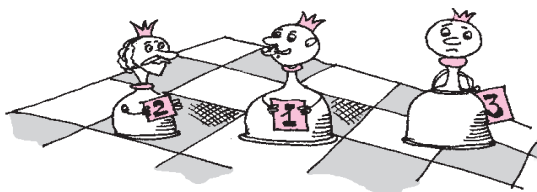
645 Выбери дроби, которые можно привести к знаменателю вида 10^n , где $n \in N$, и выполни преобразования. Из букв, соответствующих этим дробям, составь фамилию известного шахматиста.

$$\frac{5}{7}, \frac{3}{20}, \frac{1}{12}, \frac{4}{9}, \frac{7}{35}, \frac{2}{55}, \frac{19}{60}, \frac{11}{25}, \frac{1}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}, \frac{9}{2^3 \cdot 3 \cdot 5^3}.$$

К **А** **Р** **С** **Л** **О** **В** **Б** **П** **Т**

646 Вычисли и отгадай, кто был первым чемпионом мира по шахматам.

$$99 - 9 \cdot [(8 \cdot 9 - 40 : 5) : 16 + (9 \cdot 4) : 6] + 70 \cdot 8 : (4 \cdot 7 + 12)$$



914 – Х.Р. Капабланка

23 – В. Стейниц

149 – Эм. Ласкер

647 Реши примеры и с их помощью найди зашифрованный путь конем из верхнего левого угла в нижний правый угол (первый ход показан на рисунке):

7	5	2	4	3	1	0	6
0	6	9	3	0	8	1	8
0	2	7	5	7	1	3	0
4	5	0	9	7	0	5	6
2	0	3	8	5	2	4	1
3	4	8	9	2	3	0	9
7	6	2	0	5	3	0	0
0	3	0	5	4	8	5	6

- 1) $63\ 018 : 9$; 5) $697\ 202 : 86$;
 2) $15\ 018 : 6$; 6) $5\ 420\ 880 : 720$;
 3) $92\ 250 : 30$; 7) $5\ 413\ 694 : 598$;
 4) $212\ 320 : 40$; 8) $14\ 804\ 550 : 4925$.

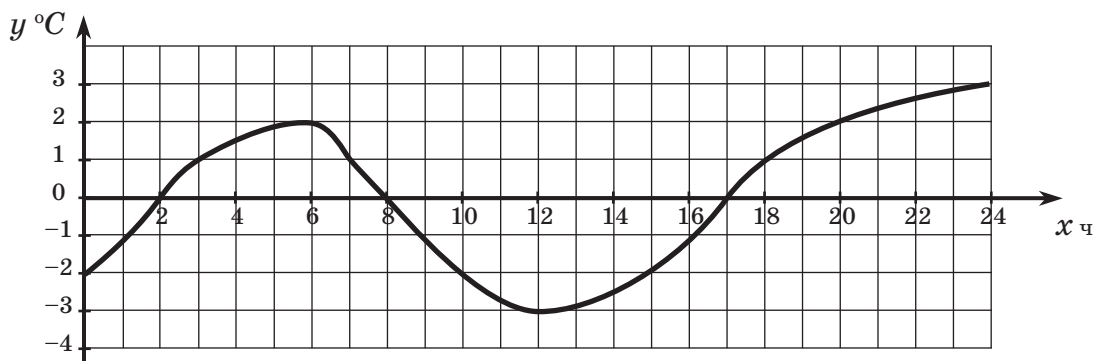
648 Проведи две параллельные прямые и секущую. Измерь транспортиром один из образовавшихся углов. Исходя из результатов исследования данной фигуры, проведённого в № 636 (с. 137), сделай предположения относительно величин остальных углов и проверь их с помощью измерений. Полученные результаты занеси в таблицу:

$\angle 1 =$ _____

	Величины углов						
	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 4$	$\angle 5$	$\angle 6$	$\angle 7$	$\angle 8$
Гипотеза							
Измерения							

Какие из твоих предположений подтвердились измерениями? Какие предположения ты можешь доказать?

649 На чертеже изображен график изменения температуры в один из дней марта:



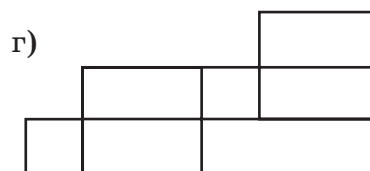
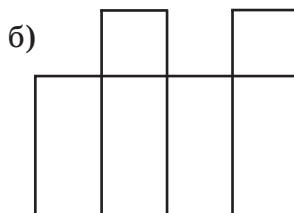
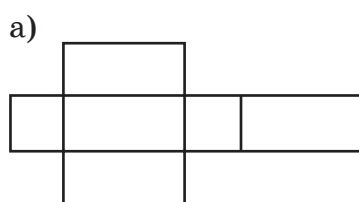
- 1) Какая температура воздуха была в 6 часов, в 15 часов?
- 2) В котором часу температура воздуха была $+1^\circ$, -4° ?
- 3) В котором часу температура воздуха была самой высокой, самой низкой?
- 4) В какое время температура увеличивалась, уменьшалась?
- 5) На сколько градусов изменилась температура с 3 ч до 6 ч, с 9 ч до 12 ч?
- 6) В какое время температура была равна 0° ? В какое время она была положительной, отрицательной?

650 Запиши выражение в виде суммы чисел со знаками «+» или «-» (см. № 637).
Найди ответ и проверь его с помощью числовой прямой.

а) $-5 + 3$; б) $-4 - 1$; в) $3 - 7$; г) $-2 - 4$.

с **651*** Имеются 4 палочки длиной 1 см, 4 палочки длиной 2 см, 7 палочек длиной 3 см, 5 палочек длиной 4 см. Можно ли из всех палочек этого набора сложить прямоугольник?

652* Какие из фигур на рисунке являются развертками прямоугольного параллелепипеда?



653* Найди ошибку в рассуждении:

«Рассмотрим верное равенство

$$35 + 10 - 45 = 42 + 12 - 54.$$

В каждой части этого равенства вынесем за скобки общий множитель:

$$5 \cdot (7 + 2 - 9) = 6 \cdot (7 + 2 - 9).$$

Разделим обе части полученного равенства на множитель $(7 + 2 - 9)$. Получим: $5 = 6$ ».

654* На одном заводе работают 3 друга: слесарь, токарь и сварщик. Их фамилии: Борисов, Иванов, Семенов. У слесаря нет ни братьев, ни сестёр, он самый младший из друзей. Семенов старше токаря и женат на сестре Борисова. Назови фамилии слесаря, токаря и сварщика.

Задачи для самопроверки.

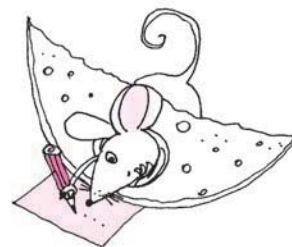
655 Выполни действия:

1) $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$; 3) $2\frac{4}{9} + 1\frac{5}{6}$; 5) $2\frac{11}{15} - \frac{3}{20}$;

2) $\frac{3}{7} - \frac{4}{21}$; 4) $4 - 2\frac{1}{3}$; 6) $3\frac{1}{6} - 1\frac{4}{15}$.

656 Найди значение выражения:

$$\left(10 - 9\frac{3}{4}\right) + 3\frac{1}{6} - \left(4\frac{1}{4} - 1\frac{7}{8}\right).$$



657 На окраску окон израсходовали $3\frac{1}{2}$ кг краски. На окраску дверей пошло на $5\frac{3}{10}$ кг меньше, чем на окраску пола. Сколько всего израсходовали краски, если на двери пошло $2\frac{4}{5}$ кг?

658 Реши уравнение: $5\frac{1}{3} - \left(x + 2\frac{5}{6}\right) = 1$.

659 Представь в виде дроби:

1) $\frac{1}{a} - \frac{2}{b}$ ($a, b \neq 0$); 2) $\frac{4}{c} + \frac{3}{2c}$ ($c \neq 0$).

660 Найди произведение:

1) $\frac{7}{8} \cdot \frac{10}{21}$; 3) $8 \cdot \frac{3}{4}$; 5) $\left(1\frac{2}{3}\right)^3$;
 2) $\frac{12}{5} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{35}{27}$; 4) $3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{9}$; 6) $\frac{a}{5b} \cdot \frac{10}{a^2}$ ($a, b \neq 0$).



661 Из двух городов, удалённых друг от друга на расстояние $467\frac{1}{2}$ км, одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Скорость одного поезда составляет $56\frac{3}{10}$ км/ч, а скорость другого – $71\frac{1}{5}$ км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут поезда через $1\frac{3}{5}$ ч после отправления?

662 Ширина прямоугольного параллелепипеда $2\frac{2}{5}$ дм, длина – в $1\frac{7}{8}$ раза больше ширины, а высота – на $1\frac{1}{6}$ дм меньше длины. Чему равен объём этого прямоугольного параллелепипеда?

663 Выполни деление ($b, x \neq 0$):

1) $\frac{4}{7} : \frac{4}{5}$; 4) $\frac{6}{11} : 3$; 7) $8\frac{1}{3} : \frac{5}{9}$; 10) $\frac{a}{3} : \frac{b}{6}$;
 2) $5 : \frac{1}{2}$; 5) $12 : 48$; 8) $\frac{2}{5} : 2\frac{4}{5}$; 11) $\frac{x^2}{2} : \frac{3x}{10}$;
 3) $1 : \frac{6}{7}$; 6) $8 : 2\frac{2}{3}$; 9) $3\frac{1}{4} : 2\frac{1}{6}$; 12) $\frac{5y}{2} : 10$.

664 Реши уравнения:

1) $5x = 2$; 2) $7y = 9\frac{1}{3}$; 3) $z : 2\frac{3}{4} = 1\frac{1}{11}$; 4) $5\frac{1}{2} : t = 3\frac{2}{3}$.

665 Выполни действия:

$$1) 1\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{16} \cdot 2\frac{2}{3} \cdot 6\frac{6}{7}; \quad 2) 1\frac{7}{9} : 1\frac{1}{3} : 2 : 1\frac{3}{5}; \quad 3) 7\frac{1}{5} \cdot 2 : 1\frac{1}{7} \cdot 1\frac{2}{3}.$$

666 1) Участок земли площадью $\frac{3}{5}$ га разделили на 6 равных частей. Чему равна площадь каждой части? Вырази её в гектарах, в арах, в квадратных метрах.

2) Пешеход за $2\frac{3}{4}$ ч прошёл $8\frac{1}{4}$ км. С какой скоростью он шёл?

3) За $1\frac{2}{3}$ ч выполнено $\frac{5}{6}$ всей работы. Какая часть работы выполнена за 1 ч?

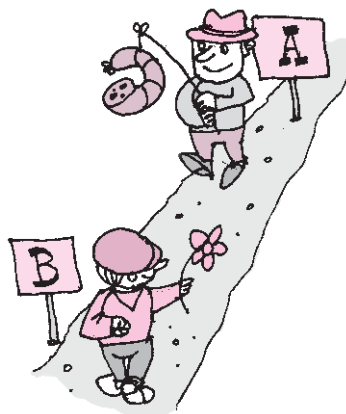
4) Покупатель на 900 р. купил $3\frac{3}{4}$ кг колбасы. Сколько надо заплатить за $1\frac{1}{2}$ кг такой колбасы?

667 Докажи, что значение выражения является наименьшим натуральным числом:

$$\left[\left(5\frac{3}{8} : 1\frac{11}{32} - 6\frac{3}{5} : 3 \right) \cdot 4\frac{1}{6} - 2\frac{1}{6} : \left(3\frac{1}{12} - 2 \cdot 1\frac{3}{8} \right) \right]^2.$$

668 Найди значение выражения:

$$9\frac{3}{5} : a, \text{ если } a = \frac{4}{5}, 3, 5\frac{1}{3}, 16.$$



669 Расстояние между поселками А и В равно $14\frac{2}{3}$ км. Из поселка А в В вышел пешеход со скоростью $3\frac{2}{3}$ км/ч. Через $\frac{1}{2}$ ч после его выхода из поселка В в А вышел второй пешеход со скоростью в $1\frac{1}{3}$ раза меньшей, чем у первого.

За сколько времени каждый из пешеходов пройдёт весь путь от А до В? Через сколько времени после своего выхода второй пешеход встретится с первым?

670 Составь и реши уравнение:

Число $1\frac{1}{2}$ разделили на задуманное число, к полученному частному прибавили $2\frac{2}{5}$, сумму умножили на $1\frac{2}{3}$, а затем из полученного произведения вычли $1\frac{2}{3}$. В результате получили $2\frac{5}{6}$. Найти задуманное число.

671 Вычисли:

$$1) \frac{2\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4} - 5\frac{1}{8}}{1\frac{8}{13} \cdot \frac{13}{42} : \frac{1}{3}};$$

$$2) \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{11}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{9}{11}};$$

$$3) \frac{1 + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{3}}{1 - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{3}}.$$

672 1) Саша за выполнение некоторой работы должен получить a р. В первый день он выполнил 30% всей работы. Сколько денег он заработал за первый день?

2) Наташа прошла b км, что составило $\frac{2}{9}$ всего пути. Чему равен весь ее путь?

3) Ведро вмещает c л воды. В него налили 5 л воды. Какая часть ведра заполнена водой?

673 Средняя продолжительность сна человека составляет 8 ч в сутки. Какую часть суток человек в среднем бодрствует?

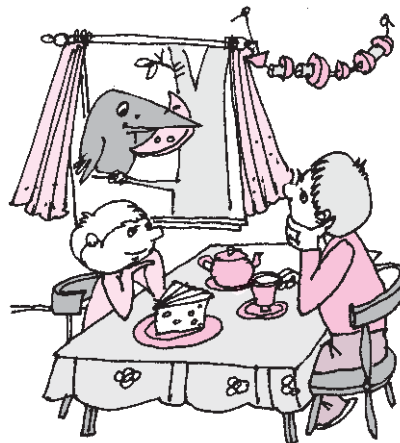
674 В фотоальбоме у Игоря заполнено $\frac{3}{8}$ всех страниц, а свободных 20 страниц. Сколько всего страниц в фотоальбоме у Игоря?

675 Первый рабочий сделал за смену $\frac{3}{16}$ всего заказа, а второй $\frac{5}{16}$ всего заказа. Второй рабочий получил за выполненную работу на 800 р. больше, чем первый. Сколько стоил весь заказ, если оплата рабочим производилась пропорционально выполненному объёму работы? Сколько денег заработал за эту смену каждый рабочий?

676 На огород приходится $\frac{2}{5}$ садового участка, причем $\frac{5}{12}$ огорода отведено под клубнику. Какую часть всего садового участка занимает клубника?

677 Мама купила 800 г сыра. За завтраком съели $\frac{1}{4}$ всего сыра, за обедом – $\frac{3}{5}$ остатка, а остальной сыр съели за ужином. Сколько граммов сыра съели за ужином?

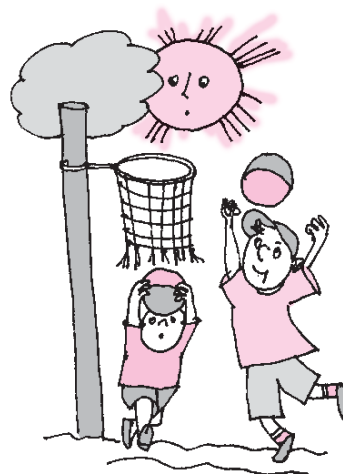
678 Из всех собранных грибов $\frac{2}{5}$ засушили, $\frac{5}{9}$ оставшихся – засолили, а остальные 28 штук пожарили. Сколько всего собрали грибов? Какую часть всех грибов засолили?



679 Серёжа и Дима соревновались, кто лучше бросает мяч в кольцо. Серёжа из 20 бросков попал в кольцо 15 раз, а Дима из 30 бросков попал 18 раз. Кто из них более меткий?

680 В апреле было 12 солнечных дней, а остальные дни были пасмурные. Какую часть апреля составили солнечные дни, а какую часть – пасмурные дни?

681 Отец может выкопать всю картошку со своего огорода за 6 ч, старший сын – за 8 ч, а младший сын – за 12 ч. За сколько времени они могут выкопать всю картошку, работая вместе?



682 В бассейн проведены 2 трубы – большая и маленькая. Обе трубы вместе могут наполнить бассейн за 5 ч, а одна большая – за 6 ч. За сколько времени может наполниться $\frac{2}{3}$ бассейна через одну маленькую трубу?

683 Артёму и Илье поручили покрасить забор. Артём может выкрасить весь забор за 10 ч, а Илья – за 15 ч. После 4 ч совместной работы Артём ушёл к врачу, и Илья закончил работу один. За сколько времени был выкрашен забор, если товарищи работают с постоянной производительностью?

684 Найди натуральные корни уравнения методом *проб и ошибок*:

$$x^4 + 4x = 93.$$

685 Реши задачу методом *перебора*:

Одно из натуральных чисел на 5 больше другого. Найти эти числа, если их произведение равно 104.

686 Упрости выражение и найди его значение:

1) $1\frac{2}{3}a + 2\frac{3}{4}a + \frac{5}{6}a$, если $a = \frac{4}{7}$;

2) $\frac{4}{5}b + 1\frac{1}{2} + 3\frac{1}{5}b + \frac{2}{3}$, если $b = 1\frac{1}{3}$;

3) $2c + 4d + c + 7d + 3c$, если $c = 5$, $d = 4$.

4) $8m + 12 + 4n + 3 + 6m + 5n$, если $m = 3$, $n = 2$.



687 1) Построй правильный шестиугольник и измерь его углы. Что ты замечаешь? Сформулируй *гипотезу*.

2) Можно ли на основании выполненных построений и измерений утверждать, что наблюдаемое свойство верно для всех правильных шестиугольников? Почему?

Десятичные дроби

§ 1. Понятие десятичной дроби

1. Новая запись чисел.

В истории было много разных способов для записи натуральных чисел, но в конце концов «победила» одна – *десятичная позиционная система записи*, которая в настоящее время получила наибольшее распространение.

Похожая история произошла и с записью дробей. Дроби, как известно, возникли в связи с делением предмета на несколько равных частей.

И поскольку в различных практических задачах приходится делить на разное число равных частей, то и дроби рассматриваются с самыми различными знаменателями – например, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{29}{56}$ и т. д. При этом вычисления с дробями гораздо сложнее, чем вычисления с натуральными числами, в чём каждый уже убедился на собственном опыте. Так, в Древнем Египте такие вычисления могли проводить только жрецы – самые образованные люди того времени.

Около шести столетий назад, в XV веке, знаменитый учёный Средневековья аль-Каши из города Самарканда изобрел способ записи дробей, который позволил резко уменьшить сложность вычислений. В Европе этот способ записи дробей заново изобрел более столетия спустя голландский ученый Симон Стёвин. Идея заключалась в том, чтобы ограничить число рассматриваемых дробей только дробями со знаменателями 10, 100, 1000 и т. д. Несколько позднее дроби со стандартными знаменателями вида 10^n ($n \in \mathbb{N}$) стали записывать в строчку и называть **десятичными дробями**. А введённые ранее привычные дроби стали называть *обыкновенными*.

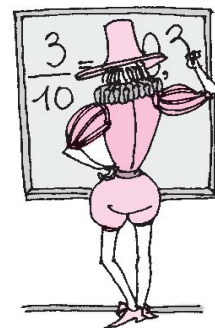
Заметим, что точнее было бы говорить не о десятичных дробях, а о десятичной записи дробей: это те же дроби, только со знаменателями вида 10^n ($n \in \mathbb{N}$) и иначе записанные. Записывают и читают десятичные дроби так:

$$\frac{3}{10} = 0,3 \text{ (ноль целых три десятых);}$$

$$2 \frac{47}{100} = 2,47 \text{ (две целых 47 сотых);}$$

$$\frac{156}{1000} = 0,156 \text{ (ноль целых 156 тысячных);}$$

$$5 \frac{2309}{10\,000} = 5,2309 \text{ (пять целых 2309 десятитысячных).}$$



Таким образом, читают десятичные дроби так же, как и обыкновенные, но с обязательным указанием числа целых единиц (даже если их «ноль»). При этом целая часть десятичной дроби отделяется от дробной части запятой. Вместе с тем используются и другие способы записи десятичных дробей. Так, в Англии, Америке и многих других странах вместо запятой ставится точка. Точно так же точка может ставиться при записи десятичных дробей на дисплее калькулятора или компьютера.

Из приведённых примеров видно, что *в десятичной дроби после запятой стоит столько же цифр, сколько нулей в знаменателе соответствующей ей обыкновенной дроби*. Так, в знаменателе дроби $\frac{156}{1000}$ три нуля, и в её десятичной записи 0,156 три знака после запятой.

Все приведённые примеры обладают, однако, одной особенностью: в числителях дробей столько же цифр, сколько нулей в знаменателе. А как быть в случае, когда это не так? Например, как записать в виде десятичной дробь $3\frac{72}{10000}$?

Оказывается, это несложно, если применить маленькую «математическую хитрость»: разрешить приписывать нули к натуральному числу слева, условно считая, что оно от этого не меняется, например:

$$72 = 072 = 0072 = 00072 = \dots$$

Впрочем, такое обозначение натуральных чисел с нулями в начале используется и в обычной жизни. Например, на четырёхцифровом кодовом замке в подъезде вместо номера квартиры 18 набирают 0018, полагая при этом, что $0018 = 18$.

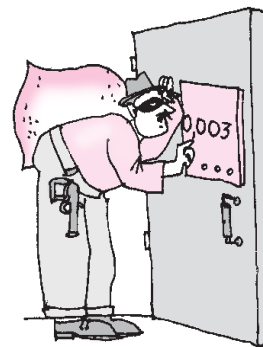
Поэтому наша дробь записывается так:

$$3\frac{72}{10000} = 3\frac{0072}{10000} = 3,0072.$$

Аналогично

$$\frac{9}{100} = \frac{09}{100} = 0,09; \quad \frac{34}{100000} = \frac{00034}{100000} = 0,00034.$$

2 нуля и 2 знака 5 нулей и 5 знаков



Таким образом, для дробей, имеющих знаменатели вида 10^n ($n \in \mathbb{N}$), можно пользоваться следующим алгоритмом десятичной записи:

1. **Выделить целую часть дроби и записать её** (если она есть).
2. **Уравнять, если необходимо, число цифр в числителе с числом нулей в знаменателе, не меняя значения дроби.**
3. **Поставить запятую, отделяющую целую часть от дробной.**
4. **Записать числитель дробной части.**

По числу знаков, стоящих в записи десятичной дроби после запятой, можно узнать, чему равен знаменатель дроби. Например, дробь 7,025 имеет три знака после запятой, – значит, знаменатель её записи в виде обыкновенной дроби равен 1000.

Таким образом, десятичная запись числа указывает как его целую часть, так и числитель и знаменатель дробной части. Поэтому любую десятичную дробь легко записать в виде обыкновенной дроби (простой или смешанной), например:

$$7,025 = 7 \frac{25}{1000} = 7 \frac{1}{40}.$$

\leftarrow целая часть \rightarrow дробная часть



Приписывание одного, двух, трёх и т. д. нулей справа от знаков, стоящих после запятой, не изменяет десятичной дроби, так как является, по сути, умножением числителя и знаменателя соответствующей обыкновенной дроби на 10, 100, 1000 и т.д. Действительно,

$$\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = \frac{700}{1000} = \frac{7000}{10000} = \dots, \text{ и поэтому } 0,7 = 0,70 = 0,700 = 0,7000 = \dots$$

Это означает, в частности, что натуральное число также можно записать в виде десятичной дроби, и при этом бесконечным числом способов:

$$31 = 31,0 = 31,00 = 31,000 = 31,0000 = \dots$$

Способ записи десятичных дробей является естественным продолжением известного нам десятичного позиционного способа записи чисел. При этом новыми разрядными единицами являются:

$$\frac{1}{10} = 0,1; \quad \frac{1}{100} = 0,01; \quad \frac{1}{1000} = 0,001; \quad \frac{1}{10000} = 0,0001; \dots$$

Каждый знак в записи десятичной дроби обозначает, сколько единиц соответствующего разряда в ней содержится. Так, число 5,627 содержит 5 целых единиц, 6 десятых, 2 сотых и 7 тысячных. Действительно,

$$5,627 = 5 \frac{627}{1000} = 5 + \frac{600}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{7}{1000} = 5 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{7}{1000}.$$

Таким образом, первая цифра после запятой обозначает число десятых, вторая – число сотых, третья – число тысячных и т. д. Используя новые разряды, десятичную дробь, как и натуральное число, можно представить в виде суммы разрядных слагаемых.

Итак, в десятичной записи дроби:

- 1) значение каждой цифры зависит от её места в записи (позиции);
- 2) единица каждого разряда содержит 10 единиц предыдущего разряда (одна десятая содержит 10 сотых, одна сотая – 10 тысячных и т. д.).

Поэтому, так же как и для натуральных чисел, её можно назвать **десятичной позиционной системой записи**.

Таблица разрядов десятичных дробей имеет следующий вид:

Дробь	Десятичная дробь										
	Целая часть				Дробная часть						
	·	сотни	десятки	единицы	десятые	сотые	тысячные	десяти- тысячные	сто- тысячные	милли- онные	·
$38 \frac{135}{100000}$			3	8	,	0	0	1	3	5	



Из таблицы видно, сколько и каких разрядных единиц содержит дробь 38,00135. При этом отсутствие единиц в разряде, как и прежде, обозначается нулем.

Изобретение десятичных дробей существенно повлияло не только на научную жизнь, но и на жизнь простых людей. Благодаря этим дробям оказалось возможным – через много лет – перейти к единой системе измерения величин, к **метрической системе мер**, которой мы широко пользуемся в быту.

Так, единицы расстояния, массы, площади, объёма принято делить именно на 10, 100, 1000 и т. д. частей, и известные «приставки» *деци*, *санти*, *милли* возникли от латинских слов *decimus*, *centesimus*, *miliarius* (десятый, сотый, тысячный):

$$1 \text{ дм} = 0,1 \text{ м}; \quad 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}; \quad 1 \text{ мм} = 0,001 \text{ м}.$$

Денежные единицы большинства стран делятся на 100 частей:

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ копейка} = 0,01 \text{ рубля}, & 1 \text{ цент} = 0,01 \text{ доллара}, \\ 1 \text{ евроцент} = 0,01 \text{ евро}, & 1 \text{ пенс} = 0,01 \text{ фунта стерлингов}. \end{array}$$

Вместе с тем для некоторых величин по традиции, идущей из древности, используют не десятичные, а другие соотношения. Так, например, при измерении времени некоторые более мелкие единицы равны $\frac{1}{60}$ части более крупных единиц: $1 \text{ мин} = \frac{1}{60} \text{ ч}$, $1 \text{ с} = \frac{1}{60} \text{ мин}$.

Интересно также, что в спорте используется «смешанная» система измерения времени: минуты делят на 60 частей, а секунды – на 10 и 100 частей. Поэтому результат бегуна на 400 м записывается в виде 4 : 04,25 или 4 : 04.25 – при этом минуты и секунды разделяются, как это ни странно с точки зрения математической традиции, двоеточием.

К

688

В больших общественных зданиях для нумерации помещений используют систему, в которой все номера имеют одно и то же количество цифр, и по номеру помещения можно узнать одновременно и этаж, на котором оно находится. Например, в 22-этажном отеле, где на каждом этаже меньше 100 помещений, номер 1844 означает комнату 44 на 18 этаже. Какой номер будет иметь в этом отеле тридцать пятая комната на 8 этаже, третья на 21 этаже, седьмая на 2 этаже?

689 Запиши в виде десятичной дроби и прочитай:

а) $\frac{9}{10}$; $\frac{24}{100}$; $\frac{375}{1000}$; $\frac{7}{100}$; $\frac{41}{1000}$; $\frac{3}{1000}$; $\frac{92}{10000}$; $\frac{256}{100000}$;

б) $2\frac{1}{10}$; $6\frac{8}{100}$; $1\frac{549}{1000}$; $9\frac{6}{100}$; $14\frac{105}{10000}$; $3\frac{4801}{100000}$.



690 1) Сколько знаков после запятой имеет десятичная дробь, если знаменатель её записи в виде обыкновенной дроби равен 10, 100, 1000, 10 000, 100 000, 1 000 000?

2) Чему равен знаменатель дроби, если её десятичная запись содержит 1, 2, 3, 4, 5, 6 знаков после запятой?

691 Прочитай десятичные дроби и запиши их в виде обыкновенных дробей или смешанных чисел:

0,2; 5,6; 0,04; 25,18; 1,049; 8,007; 0,0005; 12,0321; 0,6042; 3,000096.

692 1) В числе 1 030 405 отдели запятой одну цифру справа и прочитай получившуюся десятичную дробь. Затем последовательно сдвигай запятую на одну цифру влево и называй, какие дроби при этом получаются.

2) Прочитай число 0,0870421. Последовательно сдвигай запятую на одну цифру вправо и называй получившиеся десятичные дроби.

693 Сколько различных десятичных дробей, имеющих два знака после запятой, можно записать с помощью цифр 1, 2 и 3 (цифры в записи десятичной дроби не повторяются)? Запиши и прочитай эти дроби.

694 Запиши десятичные дроби: а) 0 целых 5 десятых; б) 0 целых 5 сотых; в) 0 целых 5 десятитысячных; г) 1 целая 43 сотых; д) 2 целых 8 сотых; е) 6 целых 201 тысячная; ж) 24 целых 1025 десятитысячных; з) 3 целых 4 тысячных; и) 12 целых 56 стотысячных; к) 5 целых 837 миллионных.

695 Приведи дробь к знаменателю вида 10^n , $n \in \mathbb{N}$, и запиши соответствующую десятичную дробь:

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{18}{25}$, $\frac{23}{50}$, $\frac{2}{125}$.

696 Упрости запись числа, представленного в виде десятичной дроби:

а) 4,8000; б) 002,900200; в) 05,3070; г) 71,00000.

697 Среди приведенных ниже дробей найди дроби, равные 2,17. Из соответствующих им букв составь название животного:

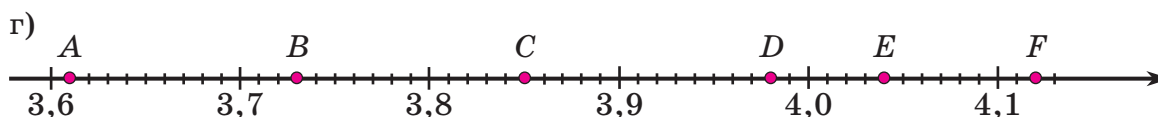
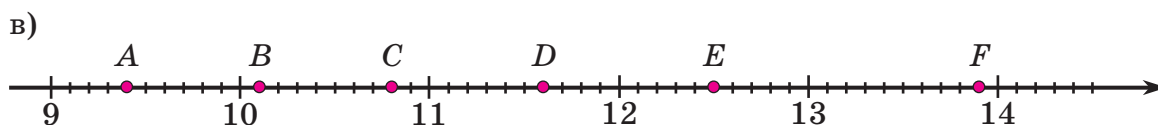
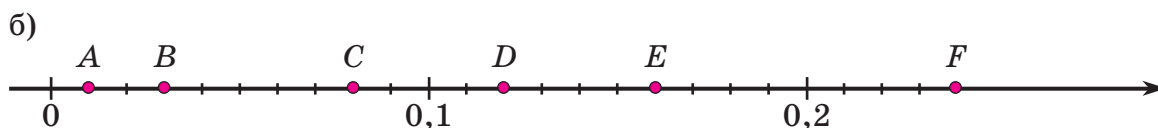
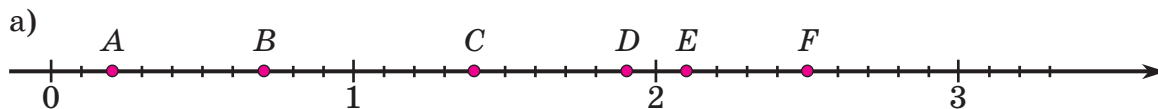
К 2,017 **О** 2,1700 **Е** 02,17 **Ь** 02,170 **С** 20,17
Л 2,170 **И** 2,0017 **Т** 21,70 **А** 2,0107 **Н** 002,17

698 Представь дробь в виде суммы разрядных слагаемых и назови число единиц каждого разряда:

а) 3,42; б) 0,518; в) 1,027; г) 2,9034.

699 Дано число 123,456789. Какая цифра записана в разряде: а) сотых; б) десятых; в) тысячных; г) десятитысячных; д) миллионных; е) стотысячных?

700 Найди цену деления шкалы координатной прямой и её фрагментов и определи координаты точек A, B, C, D, E, F :



701 1) Начерти координатную прямую, приняв за единичный отрезок 10 клеток. Отметь на ней точки: $A(0,4)$, $B(0,8)$, $C(1,3)$, $D(1,7)$, $E(2,1)$.
2) Начерти координатную прямую, приняв за единичный отрезок 20 клеток. Отметь на ней точки: $A(0,05)$, $B(0,25)$, $C(0,4)$, $D(0,55)$, $E(0,75)$, $F(0,9)$.

702 1) Вырази с помощью десятичных дробей, какую часть более крупных единиц измерения составляют: а) 1 см; б) 1 г; в) 1 кг; г) 1 м^2 .

Образец: $1 \text{ дм} = 0,1 \text{ м} = 0,0001 \text{ км}$

2) Пользуясь десятичными дробями, вырази:

а) в километрах: 418 м; 27 м; 4 м; 8 км 175 м; 3 км 56 м; 1 км 2 м;

б) в метрах: 5 дм; 42 мм; 9 см; 1 м 36 см; 2 м 5 см; 4 м 7 мм; 342 см;

в) в дециметрах: 3 см; 5 мм; 7 дм 4 см; 2 дм 1 см 8 мм; 15 дм 2 мм;

г) в килограммах: 372 г; 3 г; 58 г; 1 кг 32 г; 1 кг 4 г.

703 Вырази:

а) в сантиметрах и миллиметрах: 2,4 см; 36,2 см;

б) в килограммах и граммах: 5,314 кг; 1,042 кг; 3,24 кг; 8,5 кг.

704 Начерти отрезки AB , CD , EF и MN , если известно, что $AB = 2,4$ см, $CD = 1,2$ дм, $EF = 1,35$ дм и $MN = 0,056$ м.

705 1) Объясни, почему 2 ч 45 мин $\neq 2,45$ ч, 1 мин 30 с $\neq 1,3$ мин.
 2) Вырази в часах и запиши результат десятичной дробью: 6 мин; 30 мин; 1 ч 12 мин; 3 ч 15 мин; 2 ч 48 мин.
 3) Вырази в секундах: $0,5$ мин; $1,4$ мин; $3,7$ мин; $1,75$ мин.

π **706** Прочитай число и назови все его разряды. В каких разрядах записана цифра 5 ? Представь это число в виде суммы разрядных слагаемых:
 1) $7\ 500\ 058$; 2) $50\ 205\ 640$.

707 Прочитай выражение и найди его значение:
 1) 5^2 ; 2) 3^4 ; 3) 7^3 ; 4) 2^6 ; 5) $15^2 + 3^2$; 6) $(15 + 3)^2$; 7) $(5 - 4)^3$; 8) $5^3 - 4^3$.

708 Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями:
 а) $\frac{7a - 2a}{35}$; б) $\frac{12}{2b + b}$; в) $\frac{8c - 2c}{8c + 2c}$; г) $\frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2}{2 \cdot 3^2 \cdot 5^3}$; д) $\frac{25x^2z}{125x^3y}$.

709 Выполни действия и сократи получившиеся дроби:
 а) $\frac{n}{36} + \frac{2n}{9} - \frac{3}{8}$; б) $\frac{7}{8k} + \frac{5}{6} - \frac{17}{24k}$ ($k \neq 0$).

710 Какая из величин больше, а какая меньше? На сколько или во сколько раз?
 1) $a = b + 7$; 2) $3c = d$; 3) $m : 5 = k$; 4) $x - 4 = y$.

711 В корзине a яблок и b груш. Переведи на математический язык каждое из предложений:
 1) Яблок в корзине столько же, сколько груш.
 2) Яблок на 6 больше, чем груш.
 3) Яблок в 2 раза меньше, чем груш.



712 Построй математическую модель задачи и реши её:
 1) В школьной спортивной олимпиаде участвовало 124 человека, из них мальчиков на 32 больше, чем девочек. Сколько мальчиков и сколько девочек участвовало в олимпиаде?
 2) В трёх пятых классах школы 79 человек. Число учащихся 5 «Б» составляет $\frac{6}{7}$ от числа учащихся 5 «А», а в 5 «В» учится на 3 человека больше, чем в 5 «Б». Сколько учащихся учится в каждом из пятых классов?

713 Нарисуй в тетради координатную прямую и отметь на ней точки (см. № 536):
 $A(1)$; $B(-1)$; $C\left(\frac{2}{5}\right)$; $D\left(-\frac{2}{5}\right)$; $E\left(1\frac{3}{5}\right)$; $F\left(-1\frac{3}{5}\right)$.

714 Найди сначала сумму чисел со знаком «+», затем сумму чисел со знаком «-», а затем – их общий результат:

$$1) (+4) + (-6) + (+3) + (+2) + (-4); \quad 3) (-3) + (+5) + (-8) + (+4) + (+2);$$

$$2) (-5) + (+1) + (+8) + (-7) + (+6); \quad 4) (+1) + (-9) + (+3) + (+2) + (-1).$$

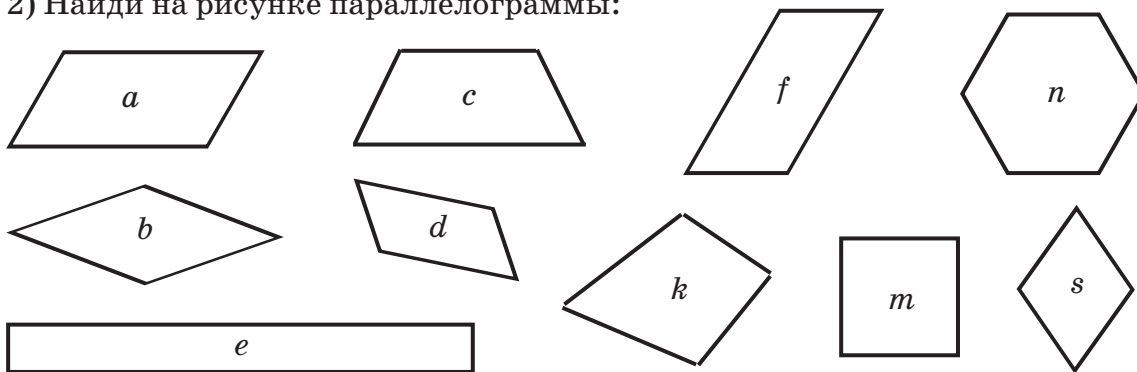
Образец:

$$(-2) + (+7) + (-11) + (+3) + (-1) = (+10) + (-14) = -4.$$

715 1) Прочитай определение и назови определяемое понятие:

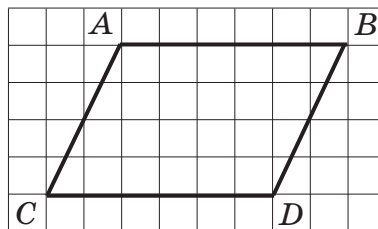
Параллелограммом называется четырехугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

2) Найди на рисунке параллелограммы:



3) Является ли параллелограммом прямоугольник, ромб, квадрат?

4) Построй в тетради параллелограмм по клеточкам, как показано на рисунке. Какие свойства сторон и углов параллелограмма ты наблюдаешь? Сформулируй гипотезу. Достаточно ли для её доказательства измерить стороны и углы нескольких параллелограммов? Почему?



Д **716** Запиши числа в виде десятичных дробей и прочитай их:

$$2\frac{4}{10}, \frac{39}{100}, 1\frac{5}{100}, 3\frac{48}{1000}, 9\frac{715}{10000}, \frac{1}{100000}, 4\frac{24}{1000000}.$$

717 Выбери дроби, у которых в разряде десятых стоит цифра, обозначающая четное число, в разряде сотых – нечетное число, в разряде тысячных – число, кратное 3. Из букв, соответствующих этим дробям, составь название реки.

Н 3,940

О 0,876

Л 5,2394

Е 0,56666

И 8,235

Р 6,198

Й 4,7139

В 5,23941

А 0,413

Т 9,401

С 0,2945

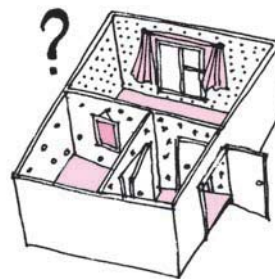
Г 1,699508

718 Выдели из дробей целую часть. Полученные числа запиши в виде десятичных дробей.

а) $\frac{47}{10}$; б) $\frac{534}{10}$; в) $\frac{985}{100}$; г) $\frac{7805}{100}$; д) $\frac{14756}{100}$; е) $\frac{583021}{1000}$.

Сравни полученные десятичные дроби с данными дробями и сформулируй *гипотезу* о том, как, не выполняя вычислений, записать неправильную дробь со знаменателем вида 10^n ($n \in \mathbb{N}$) в виде десятичной дроби.

719 В трёхкомнатной квартире площадь маленькой комнаты составляет $\frac{3}{8}$ площади большой и на 8 м^2 меньше площади средней комнаты. Найди площадь каждой комнаты, если общая площадь всех трёх комнат равна 50 м^2 .



720 Пользуясь десятичными дробями, вырази:

- а) в сантиметрах: 7 мм; 19 мм; 25 мм; 948 мм; 314 мм; 8 см 25 мм; 5 см 8 мм;
 б) в центнерах: 3 ц 48 кг; 12 ц 9 кг; 5 ц 20 кг; 831 кг; 1758 кг; 28 612 кг;
 в) в минутах: 1 мин 30 с; 15 с; 3 мин 45 с; 8 мин 24 с.

721 Измерь свой рост и запиши его в метрах.

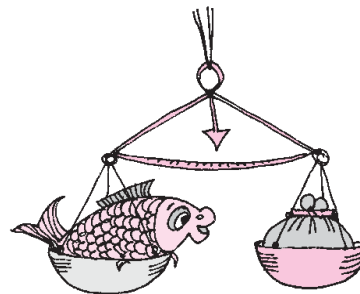
722 Построй параллелограмм и проведи в нем диагонали. Какое свойство диагоналей параллелограмма ты наблюдаешь? Повтори эксперимент ещё 2 раза и сформулируй *гипотезу*. Можно ли считать её верной для любого параллелограмма? Почему?

723 Вычисли и запиши ответ в виде десятичной дроби:

$$\frac{(3\,496\,800 : 496 - 352 \cdot 807 : 66 + 342\,854) : 9600}{\left[16 \frac{3}{5} : \left(2 \frac{5}{12} + 1 \frac{11}{15}\right) - 1 \frac{6}{7}\right] \cdot \left(9 \frac{4}{5} : 1 \frac{2}{5}\right)}.$$

с **724*** В одном месяце три среды пришлись на четные числа. Какого числа в этом месяце будет второе воскресенье?

725* Два рыбака сварили уху из наловленных рыб. Один поймал 4 рыбы, а другой – 6 (рыбы на удивление одинаковые). К костру пригласили третьего рыбака, который не поймал ни одной рыбки. Тот с благодарностью принял приглашение, но с условием, что свой «рыбный» пай возместит в сумме 200 рублей. Хозяева сначала отказывались от денег, но потом уступили. Как следует поделить внесенные деньги, чтобы пай каждого из троих рыбаков оказался равным?



2. Десятичные и обыкновенные дроби.

Итак, для дробных чисел мы имеем два вида записи – «с запятой» и «со знаменателем». Дроби, записанные «с запятой», названы нами *десятичными дробями*, поэтому и дроби со знаменателем получили специальное название – *обыкновенные дроби*.

Такое название не означает, что десятичные дроби являются какими-то необыкновенными или сложными. Напротив, десятичные дроби – это те же обыкновенные дроби, но со стандартным знаменателем вида 10^n ($n \in \mathbb{N}$) и записанные не «в два этажа», а «в строчку». Что же касается их «сложности», то действия с ними зачастую гораздо проще, чем с обыкновенными дробями, и выполняются почти так же, как с натуральными числами. Благодаря этому десятичные дроби стали широко использоваться в науке и в повседневной жизни. Иначе это изобретение было бы просто забыто.

Таким образом, десятичные и обыкновенные дроби – это две различные системы записи чисел. И одно и то же число может иметь несколько имен – в той и в другой системе. Например, $2\frac{1}{2}$ и 2,5 – это два имени, две записи одного и того же числа. Именно этот факт записывается в виде равенства $2\frac{1}{2} = 2,5$.

Впрочем, и в каждой из этих систем записи число имеет бесконечно много имен:

$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2} = \frac{10}{4} = \frac{15}{6} = \dots; \quad 2,5 = 2,50 = 2,500 = \dots$$

Такого рода примеры разных имен можно найти и в обычной жизни. Одного и того же человека могут звать Ваня, Ванечка, Ванюша, Иван, Ян, Жан, Иоанн, Джон, Йоган, Йоханн, Хуан и т. д.

Поскольку десятичные дроби – это лишь другой способ записи дробных чисел, то **все знакомые нам свойства действий над этими числами** (переместительное, сочетательное, распределительное и др.) **выполняются как для обыкновенных, так и для десятичных дробей.**

Во всех рассмотренных выше десятичных дробях число знаков после запятой (без учета нулей в конце) является конечным. Но бывают дроби с бесконечным числом знаков после запятой, например, $0,1234567891011\dots$, где после запятой выписаны подряд все натуральные числа.

Конечную десятичную дробь всегда можно записать в виде обыкновенной. Действительно, если целая часть конечной десятичной дроби равна нулю, то перевод её в обыкновенную дробь получается в результате простого прочтения данной десятичной дроби без добавления «ноль целых», например:

$$0,37 = \frac{37}{100}; \quad 0,0082 = \frac{82}{10000}.$$



Если же целая часть конечной десятичной дроби не равна нулю, то добавляется перевод полученного смешанного числа в неправильную дробь:

$$7,056 = 7 \frac{56}{1000} = \frac{7 \cdot 1000 + 56}{1000} = \frac{7056}{1000}.$$

Рассмотренные примеры иллюстрируют общее правило: чтобы записать конечную десятичную дробь в виде обыкновенной, можно отбросить из её записи запятую, полученное натуральное число поставить в числитель, а в знаменатель поставить единицу со столькоими нулями, сколько знаков после запятой. Например:

$$\begin{aligned} 2,73 &= \frac{273}{100}; & 3,500 &= \frac{3500}{1000}; \\ 0,38 &= \frac{038}{100} = \frac{38}{100}; & 0,0051 &= \frac{00051}{10000} = \frac{51}{10000}. \end{aligned}$$

Итак, **всякую конечную десятичную дробь можно записать в виде обыкновенной**. В то же время обратное утверждение «всякую обыкновенную дробь можно записать в виде конечной десятичной» неверно: в качестве контрпримера можно привести дробь $\frac{1}{3}$.

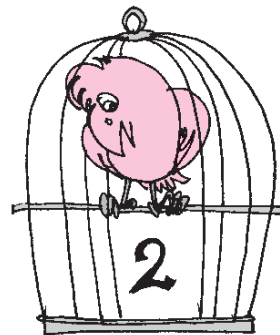
Действительно, *предположим*, что существует десятичная дробь, равная $\frac{1}{3}$. Тогда её можно привести к знаменателю 10^n ($n \in \mathbb{N}$), и для некоторых натуральных чисел a и n выполняется равенство $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$, или $3a = 10^n$. Но это равенство неверно, так как $3a$ делится на 3, а 10^n не делится на 3.

Мы пришли к *противоречию*. Оно возникло из-за предположения о том, что дробь $\frac{1}{3}$ равна некоторой конечной десятичной дроби. Значит, это предположение неверно, то есть дробь $\frac{1}{3}$ нельзя записать в виде конечной десятичной дроби.

А как вообще по числителю и знаменателю дроби узнать, можно ли её записать в виде конечной десятичной? Оказывается, *если дробь несократима, то всё зависит только от её знаменателя*. Это можно выяснить тем же рассуждением, которое мы провели для дроби $\frac{1}{3}$.

В самом деле, пусть несократимая дробь $\frac{p}{q}$ ($p, q \in \mathbb{N}$) равна некоторой десятичной дроби $\frac{a}{10^n}$. Так как дробь $\frac{p}{q}$ несократима, то числа p и q не имеют общих простых делителей.

Равенство $\frac{p}{q} = \frac{a}{10^n}$ равносильно равенству $10^n p = aq$. Это последнее равенство показывает, что простыми делителями знаменателя q могут быть только простые делители числа 10, то есть только 2 и 5.



Таким образом, если несократимую дробь можно записать в виде конечной десятичной, то её знаменатель в качестве простых делителей может иметь только числа 2 и 5.

В то же время, если в знаменателе несократимой дроби нет простых делителей, отличных от 2 и 5, то эту дробь можно записать в виде конечной десятичной. Справедливость этого утверждения проиллюстрируем на примере:

$$\frac{7}{125} = \frac{7}{5^3} = \frac{7 \cdot 2^3}{5^3 \cdot 2^3} = \frac{56}{1000} = 0,056.$$

Можно провести и *общее доказательство*. В самом деле, пусть знаменатель q несократимой дроби не имеет простых делителей, отличных от 2 и 5. Это означает, что в разложении числа q на простые множители имеются только числа 2 и 5 (может быть, конечно, только 2 или только 5).

Если число двоек и пятерок одинаково, то, перемножив их попарно (каждую двойку со своей пятеркой), мы получим, что q есть степень числа 10, а тогда дробь переводится в конечную десятичную непосредственно.

Если же двоек, например, меньше, чем пятёрок, то числитель и знаменатель дроби можно домножить на недостающее число двоек. При этом дробь не изменится, но в новой её записи число двоек и пятёрок будет одинаковым, а в этом случае, как мы только что видели, дробь можно перевести в конечную десятичную.

Таким образом, мы доказали, что:



Несократимую дробь можно записать в виде конечной десятичной в том и только в том случае, когда её знаменатель не имеет простых делителей, отличных от 2 и 5.

Полученное утверждение называют *условием перевода* обыкновенной дроби в конечную десятичную. Это условие можно сформулировать и по-другому:

Несократимую дробь нельзя представить в виде конечной десятичной в том и только в том случае, когда её знаменатель имеет простые делители, отличные от 2 и 5.

К

726 Запиши по крайней мере семью различными способами число:

1) $\frac{1}{4}$; 2) 2,4; 3) 3,125; 4) $1\frac{1}{50}$.

727

Прочитай десятичные дроби и запиши их в виде обыкновенных дробей:

1) 0,042; 2) 1,8; 3) 5,06; 4) 14,305; 5) 358,0094; 6) 9,730851.

728

Запиши любую конечную десятичную дробь по собственному выбору и представь её в виде обыкновенной дроби.

729 Докажи, что дробь $\frac{57}{4200}$ нельзя представить в виде конечной десятичной дроби.

730 Почему данную дробь можно перевести в конечную десятичную? Выполни перевод.

а) $\frac{7}{2^2 \cdot 5}$; б) $\frac{9}{2 \cdot 5^2}$; в) $\frac{21}{2^2 \cdot 5^3}$; г) $\frac{1}{2^3}$; д) $\frac{3}{2^4 \cdot 5}$; е) $\frac{47}{2^2 \cdot 5^5}$.

731 Найди дроби, которые можно записать в виде конечной десятичной дроби. Из букв, соответствующих этим дробям, составь название страны.

$\frac{2}{9}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{21}{5}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{8}{25}$, $\frac{35}{14}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{33}{8}$, $\frac{1}{6}$.

А **Н** **Р** **О** **Я** **В** **И** **Т** **Е** **Г** **И**

732 Разложи числитель и знаменатель дроби на простые множители и сократи дробь. Какие из этих дробей можно перевести в конечную десятичную дробь? Выполни преобразования.

1) $\frac{91}{260}$; 2) $\frac{63}{840}$; 3) $\frac{847}{5500}$; 4) $\frac{459}{20400}$.

π

733 Математический диктант. Запиши десятичные дроби: а) 2 целых 8 десятых; б) 0 целых 7 десятых; в) 4 целых 25 сотых; г) 0 целых 3 сотые; д) 1 целая 715 тысячных; е) 27 целых 9 тысячных; ж) 10 целых 1 десятитысячная; з) 56 целых 948 десятитысячных; и) 18 целых 45 сотых; к) 5 целых 5005 миллионных.

734 Докажи или опровергни высказывание:

1) $2\frac{4}{7} > 2\frac{4}{11}$.

2) $\frac{5}{9} \leq \frac{15}{19}$.

3) Дробь $\frac{3}{10000}$ равна десятичной дроби 0,0003.

4) Произведение двух чисел больше каждого множителя.

5) Всякий квадрат является прямоугольником.

6) Существует прямоугольник, который не является квадратом.



735 Вычисли устно. Какие свойства арифметических действий при этом использовались? Сформулируй их и запиши в виде буквенных равенств:

1) $27 + 214 + 8973 + 86$;

5) $(859 + 1374) - 759$;

2) $5 \cdot 108 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 7 \cdot 4$;

6) $642 - (542 + 25)$;

3) $475 \cdot 38 + 475 \cdot 60 + 475 \cdot 2$;

7) $(160 \cdot 63) : 21$;

4) $(888 + 333 + 555) : 111$;

8) $54\,000 : (54 \cdot 125)$.

736 БЛИЦтурнир

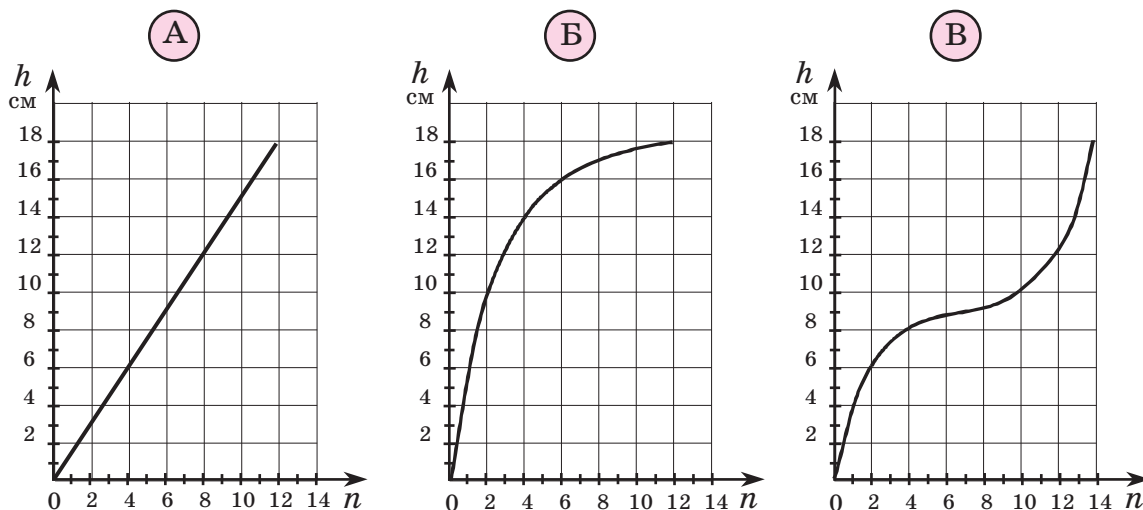
1) На клумбе растет a роз. Из них $\frac{2}{9}$ составляют розы белого цвета, $\frac{4}{9}$ – розы красного цвета, а остальные – жёлтые розы. Сколько жёлтых роз на клумбе?

2) В классе b мальчиков. Число мальчиков этого класса составляет $\frac{3}{5}$ числа девочек. На сколько мальчиков меньше, чем девочек?

3) Турист преодолел c км. Из них d км он шёл пешком, а остальной путь плыл на байдарке. Какую часть всего пути он плыл на байдарке?

4) Два пешехода вышли одновременно из одного поселка в одном направлении. Скорость одного пешехода равна x км/ч, а скорость другого составляет $\frac{5}{6}$ скорости первого. На каком расстоянии друг от друга будут пешеходы через $\frac{2}{3}$ ч?

737 Ребята проводили эксперимент: в различные сосуды меркой наливали воду и с помощью линейки измеряли высоту h уровня воды в сосуде. По результатам измерений строился график зависимости высоты уровня h от числа мерок n :



Проанализируй по графику скорость изменения уровня воды в сосуде (когда уровень воды изменялся быстрее, а когда – медленнее) и по этим данным угадай форму сосуда.

738 Докажи, что ответ примера нельзя записать в виде конечной десятичной дроби:

$$\frac{\left(15\frac{5}{7} : 11 + 23\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{19}\right) : \left[\left(4\frac{1}{2} - 1\frac{5}{6}\right) : 7\right]}{40\,032 - (87\,312 \cdot 0 + 263\,886 : 854) \cdot 108}$$

Д

739 Выбери из дробей те, которые можно записать в виде конечной десятичной дроби. Из букв, соответствующих этим дробям, составь название цветка:

$$\frac{10}{14}, \frac{141}{60}, \frac{21}{75}, \frac{255}{136}, \frac{108}{45}, \frac{200}{6}, \frac{150}{780}, \frac{207}{920}, \frac{33}{375}, \frac{210}{560}, \frac{13}{3000}$$

Р **К** **А** **Л** **И** **М** **Ш** **Ё** **В** **С** **О**

740 Составь выражение и упрости его. Найди значение полученного выражения при $a = 21$.

Учащиеся собирали лекарственные растения. Они заготовили a кг листьев зверобоя, ягод бузины – $\frac{3}{7}$ от массы заготовленного зверобоя, а листьев мяты – 40% от общего количества зверобоя и бузины. Сколько килограммов мяты заготовили учащиеся?



741 Измерь длину и ширину тетради и вырази результат в дециметрах. Вычисли площадь тетрадного листа и вырази её в квадратных дециметрах.

742 Возьми прозрачный сосуд и мерку, вмещающуюся в нем 10–15 раз. Наливай в сосуд воду меркой и заноси в таблицу высоту уровня воды в сосуде (n – число мерок, h см – высота уровня воды):

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
h см																

По данным таблицы построй график зависимости высоты уровня воды в сосуде h от числа мерок n (1 мерка соответствует 1 клетке оси абсцисс, 1 см уровня воды – 2 клеткам оси ординат).

С

743* Дано: $m = 44\dots4$, $n = 33\dots3$. Можно ли подобрать такие m и n , чтобы:
а) число m было делителем числа n ; б) число n было делителем числа m ?

744* В день рождения к Наташе должны прийти либо три гостя, либо четыре. Для гостей приготовлен рулет, который хозяйка хочет разрезать до их прихода так, чтобы его можно было раздать им поровну. При этом желательно, чтобы число кусков было меньше 12 и чтобы каждый гость получил свою часть не более чем в двух кусках. Наташа справилась с этой задачей. Сколько получилось кусков, какой объём каждого куска (в долях целого) и какие куски оказались на тарелке у каждого гостя, если сама Наташа рулет не ест?



3. Приближённые равенства. Округление чисел.

Известно, что в России в настоящее время проживает *примерно* 142 миллиона человек. И хотя число россиян постоянно меняется – люди рождаются, умирают, – существуют определённые границы изменений данного числа. Например, мы можем утверждать, что оно заведомо не равно 237 875 226 или 45 987 567 – эти числа «слишком сильно» отличаются от 142 000 000.

Для слов *примерно, приближённо* в математике используется специальный знак \approx – знак *приближённого равенства*. И если обозначить число живущих в России в настоящее время буквой P (от *population*), то приведённое выше высказывание можно записать совсем коротко:

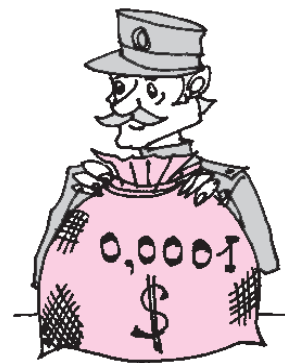
$$P \approx 142\,000\,000.$$

Результаты большинства практических измерений – и расстояний между городами, и промежутков времени, и объёмов тел и т. д. – являются приближёнными. Поэтому приближёнными являются и многие равенства, описывающие реальные ситуации.

С приближёнными равенствами мы уже встречались в начальной школе, делая прикидку результатов арифметических действий. Прикидка помогает легко и быстро найти приближённый ответ и тем самым исключить возможные ошибки в вычислениях. Например, заменив числа 618 344 и 8356 более *удобными для вычисления* круглыми числами, мы убеждаемся в том, что их частное равно примерно 80, а не 8 или 800:

$$618\,344 : 8356 \approx 640\,000 : 8000 = 80.$$

В практических расчётах значение имеет не столько удобство вычислений, сколько *степень точности* ответа. Так, на главных мировых валютных и сырьевых биржах, где определяется стоимость золота в валюте разных стран – американских долларах, английских фунтах стерлингов, евро и других, – а также стоимость валют относительно друг друга, измерения ведутся с точностью до 0,0001 – *до четвёртого десятичного знака*. И понятно почему – например, ошибка на единицу в четвёртом знаке после запятой при обмене миллиарда долларов на евро «стоит» очень дорого: 100 000 \$.



Поэтому в математике существуют правила *округления (приближения)*, позволяющие заменять числа их ближайшими удобными для расчёта числами с наибольшей точностью. Эти правила просты и естественны. Попробуем в них разобраться.

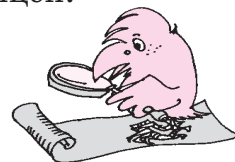
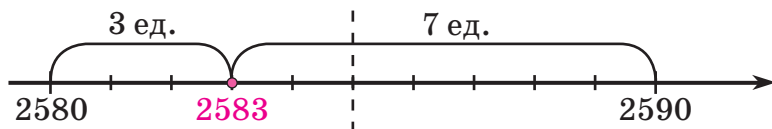
Например, каким круглым числом с одним или несколькими нулями следует заменить 2583, чтобы ошибка была как можно меньше? Ответ, конечно, зависит от того, сколько нулей в конце записи числа мы хотим получить в результате.

Рассмотрим простейший случай, когда мы хотим иметь в конце записи только один нуль. Ясно, что

$$2580 < 2583 < 2590,$$

то есть 2583 следует заменить или на 2580, или на 2590. Эти два числа называют приближениями числа 2583: первое – с *недостатком*, а второе – с *избытком*. Какому же из этих приближений отдать предпочтение?

Так как цифра единиц 3 меньше 5, то число 2583 расположено ближе к 2580. Значит, с точки зрения точности вычислений 2583 лучше заменить числом 2580 – его нижней границей, а не числом 2590 – верхней границей:



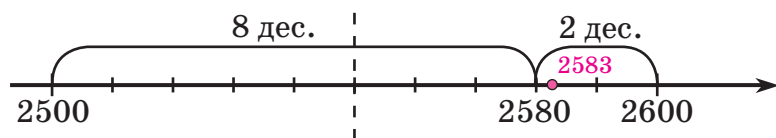
Круглое число 2580 с одним нулем в конце записи состоит из 258 десятков, поэтому о нем говорят как о приближении с **точностью до десятков**. Таким образом,

$$258\boxed{3} \approx 2580 \text{ (с точностью до десятков).}$$

Аналогично и при округлении чисел с *точностью до сотен, тысяч* и т. д. берется приближение с недостатком или с избытком в зависимости от того, какое из них «ближе» к данному числу. Эту близость определяет цифра, записанная в разряде, следующем (в направлении слева направо) за разрядом, до которого округляют: если она меньше 5, то лучше взять приближение с недостатком, а если больше 5 – то приближение с избытком. Так,

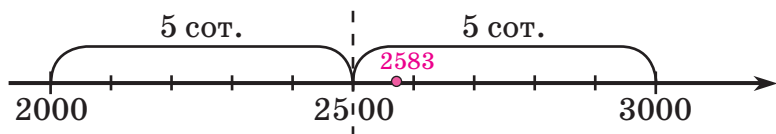
$$25\boxed{8}3 \approx 2600 \text{ (с точностью до сотен),}$$

поскольку за разрядом сотен следует цифра 8, большая 5. Целесообразность такого выбора хорошо видна на рисунке:



$$2500 < 2583 < 2600$$

А вот за разрядом тысяч в числе 2583 следует особая, «серединная» цифра 5, так как 2500 расположено посередине между верхней и нижней границами (2000 и 3000). Однако 83 единицы относят 2583 ближе к верхней границе – 3000:



$$2000 < 2583 < 3000$$

Поэтому естественно считать $2\boxed{5}83 \approx 3000$ (с точностью до тысяч).

Для установления общего правила условились выбирать верхнюю границу и тогда, когда данное число расположено ровно посередине между двумя границами, например:

$$2\boxed{5}00 \approx 3000 \text{ (с точностью до тысяч).}$$

Итак, **округлить натуральное число с точностью до данного разряда** – значит заменить все цифры младших разрядов нулями, а цифру данного разряда определить по следующему правилу:

- 1) если в исходном числе цифра, следующая (в направлении слева направо) за данным разрядом, меньше 5, то цифра данного разряда остается без изменения;
- 2) если в исходном числе цифра, следующая за данным разрядом, больше или равна 5, то цифра данного разряда увеличивается на 1.

Пример 1. Округлить число 58 492 с точностью до тысяч.

Цифры разрядов младше тысяч заменяем нулями. За разрядом тысяч следует цифра 4. Так как $4 < 5$, то цифру 8 в разряде тысяч не изменяем:

$$58\boxed{4}92 \approx 58\ 000.$$

Пример 2. Округлить число 256 903 789 с точностью до сотен миллионов.

Сто миллионов – это единица с восьмью нулями, поэтому цифры восьми младших разрядов заменяем нулями. За разрядом сотен миллионов следует цифра 5, поэтому цифру 2 в разряде сотен миллионов увеличиваем на 1:

$$\underline{2}\boxed{5}6\ 903\ 789 \approx 300\ 000\ 000.$$

Десятичные дроби округляют по тем же правилам. Разница лишь в том, что цифры младших разрядов не заменяют нулями, а просто отбрасывают – ведь это не изменяет величины десятичной дроби.

Пример 3. Округлить дробь 37,15803 с точностью до: а) единиц; б) десятых; в) сотых; г) тысячных; д) десятитысячных.

- а) $37,\boxed{1}5803 \approx 37$ (с точностью до единиц);
- б) $37,\underline{1}\boxed{5}803 \approx 37,2$ (с точностью до 0,1);
- в) $37,1\underline{5}\boxed{8}03 \approx 37,16$ (с точностью до 0,01);
- г) $37,15\underline{8}\boxed{0}3 \approx 37,158$ (с точностью до 0,001);
- д) $37,158\underline{0}\boxed{3} \approx 37,1580$ (с точностью до 0,0001).



Заметим, что ответы двух последних примеров – это фактически одно и то же число. Но «лишний» нуль в последнем примере отбросить нельзя, так как он показывает заданную точность приближения.

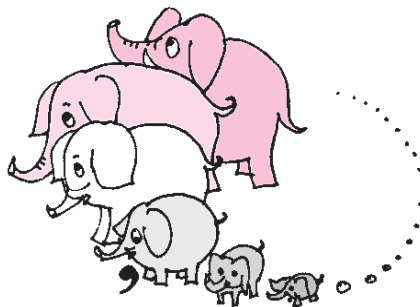
Пример 4. Заменить дробь $\frac{19}{6}$ десятичной дробью с точностью до сотых.

Из предыдущего пункта мы знаем, что не всякую обыкновенную дробь можно перевести в конечную десятичную. А так как в знаменателе несократимой дроби $\frac{19}{6}$ содержится множитель 3, отличный от 2 и 5, то перевести эту дробь в конечную десятичную нельзя.

Однако мы можем заменить дробь $\frac{19}{6}$ по установленным выше правилам ближайшей конечной десятичной дробью с любой указанной точностью (до десятых, сотых, тысячных и т. д.). По условию задачи нам требуется это сделать с точностью до сотых.

Разделим числитель 19 данной дроби на знаменатель 6. Делить будем, как обычно, уголком. При этом, когда деление целой части закончится, продолжим делить последовательно десятые, сотые, тысячные и т. д., поставив в частном запятую:

$$\begin{array}{r} 19,000 \overline{) 6} \\ \underline{18} \\ 10 \\ \underline{6} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 4 \dots \end{array}$$



Теперь заметим, что дальше делить не имеет смысла, так как мы округляем до сотых и трёх цифр после запятой нам достаточно.

За разрядом сотых, до которого мы округляем, идет цифра 6, поэтому цифру разряда сотых увеличиваем на 1:

$$3, 1\underline{6}6\dots \approx 3, 17.$$

Значит, $\frac{19}{6} \approx 3, 17$ с точностью до 0,01.

Для того чтобы записывать любые дроби в виде десятичных, в математике используют **бесконечные десятичные дроби**.

Так, поскольку при делении 19 на 6 после разряда десятых всегда идёт цифра 6, то считают, что $\frac{19}{6} = 3,1666\dots$ Так как цифра 6 постоянно повторяется, то можно записать короче $\frac{19}{6} = 3,1(6)$. Последнее выражение читают: «3 целых одна десятая и 6 в периоде».

Производя деление уголком и замечая возникающие закономерности, можно проверить, что

$$\frac{4}{9} = 0,(4); \quad \frac{5}{6} = 0,8(3); \quad \frac{2}{11} = 0,(18); \quad \frac{109}{900} = 0,12(1).$$

К

745 Запиши с помощью двойного неравенства нижнюю и верхнюю границы чисел 1758 и 8751 с точностью: а) до десятков; б) до сотен; в) до тысяч. Сделай рисунки и определи для каждого случая, какое из приближений точнее: с недостатком или с избытком?

746 Найди приближения числа 1,48 с точностью до десятых с недостатком и избытком. Сделай рисунок и определи, какое из них точнее. То же задание выполни для чисел 5,32 и 2,75.

747 Прочитай приближенные равенства. С точностью до какого разряда округлено каждое число?

- 1) $356\ 08\ \underline{2} \approx 356\ 080$; 2) $7\ \underline{5},0395 \approx 80$;
 $356\ \underline{0}\ 82 \approx 356\ 100$; $75,\ \underline{0}\ 395 \approx 75$;
 $356\ \underline{0}\ 82 \approx 356\ 000$; $75,\ \underline{0}\ 395 \approx 75,0$;
 $35\ \underline{6}\ 082 \approx 360\ 000$; $75,03\ \underline{9}\ 5 \approx 75,04$;
 $3\ \underline{5}\ 6\ 082 \approx 400\ 000$; $75,039\ \underline{5} \approx 75,040$.



748 С точностью до какого разряда выполнено округление? Верно ли оно выполнено? Если нет, то в чем ошибка?

- 1) $39\ 054 \approx 391$; 2) $27,314 \approx 27,4$; 3) $8,0497 \approx 8,0$.

749 Округли число с заданной точностью:

- 1) 79 306; 951 043; 8 260 458 до десятков, сотен, тысяч, десятков тысяч;
 2) 10,5296; 7,02546; 0,897305 до единиц, десятых, сотых, тысячных.

750 В таблице приведены данные о планетах Солнечной системы:

Планеты	Диаметры планет в километрах	Период обращения по орбите в земных годах и сутках	Средние солнечные сутки	Масса в единицах массы Земли
Меркурий	4880	87,97 сут.	175,952349 сут.	0,054
Венера	12 100	224,70 сут.	116,815467 сут.	0,816
Земля	12 714	365,26 сут.	24 ч	1,000
Марс	6780	686,98 сут.	1,027488 сут.	0,108
Юпитер	142 884	11,86 года	0,410069 сут.	317,366
Сатурн	120 500	29,46 года	0,456088 сут.	95,152
Уран	51 118	84,01 года	0,71806 сут.	14,543
Нептун	49 600	164,79 года	0,667 сут.	17,225

Округли:

- Диаметр Земли с точностью до десятков, сотен, тысяч.
- Диаметр Юпитера с точностью до тысяч, десятков тысяч.
- Массу Венеры, Урана и Нептуна в единицах массы Земли с точностью до десятых, сотых.
- Период обращения по орбите Меркурия, Марса и Юпитера с точностью до десятков, единиц, десятых.
- Средние солнечные сутки Марса, Юпитера и Сатурна с точностью до сотых, десятых, тысячных.

751 Замени дробь конечной десятичной дробью с точностью до десятых, сотых, тысячных:

- а) $\frac{4}{3}$; б) $\frac{7}{9}$; в) $\frac{16}{15}$; г) $\frac{5}{11}$; д) $\frac{19}{12}$; е) $\frac{59}{21}$; ж) $\frac{45}{7}$.

752 Докажи, что данную дробь нельзя перевести в конечную десятичную дробь, и запиши её в виде бесконечной десятичной дроби, указав период:

- а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{25}{9}$; в) $\frac{34}{11}$; г) $\frac{11}{6}$; д) $\frac{47}{18}$; е) $\frac{95}{22}$.

753 Вырази число в десятках и округли полученное число десятков с точностью до единиц: 75, 34, 816, 421, 1859, 6394.

Образец: $538 = 53,8 \text{ дес.} \approx 54 \text{ дес.}$

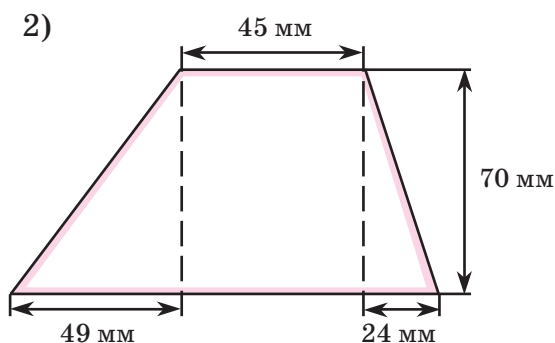
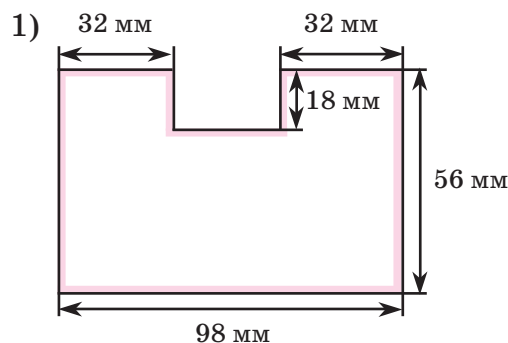


754 Вырази число в сотнях и округли полученное число сотен с точностью до десятых: 612, 871, 1304, 4950, 78, 45.

755 Вырази число в тысячах и округли полученное число тысяч с точностью до сотых: 5402, 2783, 30 456, 84 609, 731, 79.

756 Вырази число в миллионах и округли полученное число миллионов с точностью до тысячных: 6 009 842, 15 624 035, 946 207, 34 567.

757 Вычисли площадь фигуры, вырази её в квадратных сантиметрах и округли с точностью до десятых:



758 Измерения прямоугольного параллелепипеда 178 см, 62 см и 96 см. Вычисли объём прямоугольного параллелепипеда, вырази в кубических метрах и округли до сотых.

π **759** Выполни прикидку и определи пропущенные цифры:

$$750\ 354 + 13\ 628 = * 63\ 982$$

$$358 \cdot 7639 = * 734\ 762$$

760 Не выполняя вычислений, найди среди чисел, записанных в рамке, точное значение частного:

1) $21\ 286 : 58$ **37, 367, 3087**

3) $173\ 692 : 346$ **52, 458, 502**

2) $62\ 748 : 83$ **756, 78, 7000**

4) $4\ 455\ 380 : 607$ **734, 769, 7340**

761 В каждом из следующих чисел перенеси запятую на 2 разряда вправо и прочитай полученные числа: 370,8; 4,35; 25,102; 0,0852; 5,60094.
А теперь выполни то же задание, перенося запятую на 2 разряда влево.

762 Запиши в виде десятичной дроби числа: а) 8 целых 7 сотых; б) 4 целых 37 десятитысячных; в) 0 целых 475 миллионных.

763 Уравняй число знаков после запятой в следующих числах, не меняя их значения: 2,05; 6,7; 9,438; 7; 0,00021.

764 Упрости:

$$\begin{array}{lll} 1) 7a + 18a - a - 9a; & 3) 6c + 4d + c + 3d; & 5) 15 + m + 6 + 2m; \\ 2) 12b - 5b - 4b + b; & 4) x + 2y + 3x + 4x; & 6) 3k + 11 + 9 + k. \end{array}$$

765 Сократи дроби, если $a, b, c, d \in N$:

$$1) \frac{18 \cdot 75 \cdot 49}{28 \cdot 35 \cdot 27}; \quad 2) \frac{300 + 400 + 500}{400}; \quad 3) \frac{36abc^2}{81a^3bc}; \quad 4) \frac{24d}{24d - 8d}.$$

766 Выполни действия и сократи получившиеся дроби ($a, b \in N$):

$$1) \frac{7}{3a} - \frac{8}{5a} + \frac{4}{15a}; \quad 2) \frac{1}{4} + \frac{4}{3b} + \frac{7}{12}.$$

767 Найди *методом перебора* множество пар (m, n) натуральных чисел, удовлетворяющих равенству $\frac{5}{m} - \frac{n}{3} = \frac{1}{2}$.

768 Туристы прошли маршрут за три дня. В первый день они прошли $\frac{1}{7}$ часть маршрута и ещё 4 км. Во второй день прошли 25% оставшегося пути и еще 6 км. В третий день прошли $\frac{5}{9}$ оставшегося пути и последние 8 км. Сколько километров содержал весь маршрут?

769 Построй математическую модель задачи:

1) Патрульная машина движется по шоссе из пункта A в пункт B . Когда до пункта B осталось $\frac{2}{7}$ расстояния AB , водитель получил приказ вернуться к пункту C , расположенному на этом шоссе на расстоянии, равном $\frac{1}{4} AB$ от пункта A . Чему равно расстояние AB , если машина при движении обратно прошла до пункта C 52 км?

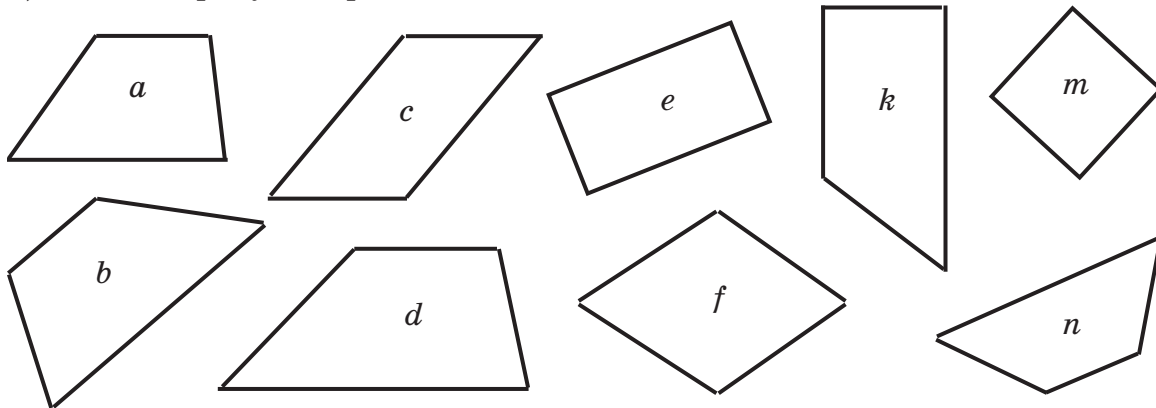
2) На самолёте старого образца перелёт из города M в город N продолжался 3 ч 40 мин. На усовершенствованном самолёте за счёт увеличения его скорости на 405 км/ч время перелёта снизилось на 1 ч 48 мин. Чему равно расстояние между городами M и N ?

770

1) Прочитай определение и назови определяемое понятие:

Трапецией называется четырёхугольник, две стороны которого параллельны, а две другие – не параллельны.

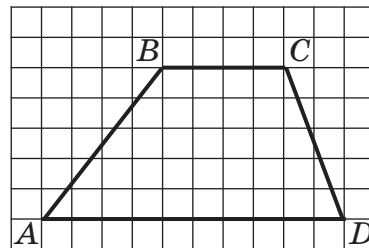
2) Найди на рисунке трапеции:



3) Является ли трапецией параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат?

4) Пусть A – множество четырёхугольников, B – множество трапеций, C – множество параллелограммов, D – множество прямоугольников, E – множество ромбов и F – множество квадратов. Построй диаграмму Эйлера–Венна этих множеств.

5) Перечерти трапецию $ABCD$ в тетрадь и продолжи её стороны. Проанализируй чертёж и сформулируй гипотезу – как связаны между собой величины углов трапеции? Проверь с помощью измерений. Повтори эксперимент ещё 2 раза. Можно ли на основании нескольких измерений распространить полученный вывод на все трапеции?



771

1) Сравни примеры (см. № 637):

$$(+5) + (-2) + (-4) + (+3) + (+1) + (-8) \quad \text{и} \quad 5 - 2 - 4 + 3 + 1 - 8.$$

Что в них общего и чем они отличаются друг от друга?

2) Реши эти примеры с помощью числовой прямой. Какие перемещения по числовой прямой надо выполнить в том и другом случае? Какой способ записи удобнее?

3) Реши эти же примеры, используя понятия доходов и расходов. Зависит ли ответ от способа решения?

772

Реши примеры сначала с помощью числовой прямой, а затем используя понятия доходов и расходов (см. № 637):

а) $-2 + 3 - 6 + 4 - 5$; б) $1 - 4 + 2 + 5 - 7$; в) $-3 - 1 + 4 - 3 + 2$.

773 Реши пример и округли полученный результат до десятков тысяч:

$$\frac{[(172\ 950 : 75) \cdot 6008 - 1306 \cdot 6008] : 125 + 75 \cdot 1920}{\left(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + 3\frac{3}{4}\right) : \left(14 - 15\frac{1}{8} : 2\frac{1}{5}\right) \cdot 3\frac{3}{5}}$$

D

774 Округли число с заданной точностью:

а) 428 056 до десятков, сотен, тысяч, десятков тысяч;

б) 25,6073 до десятков, единиц, десятых, сотых, тысячных.

775 Месяц по лунному календарю длится примерно 29,5306 дня. Округли продолжительность лунного месяца до десятых.

776 Архимед установил, что частное от деления длины окружности на её диаметр составляет примерно $\frac{22}{7}$. Запиши это число в виде конечной десятичной дроби с точностью до сотых.

777 Вырази число в сотнях тысяч и округли полученное число сотен тысяч с точностью до тысячных: 832 715, 490 562, 7 480 992, 25 349 999.

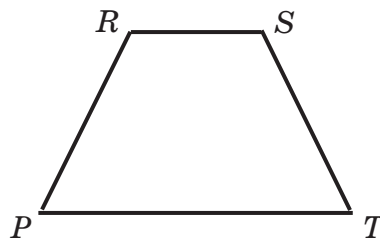
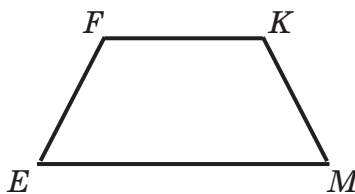
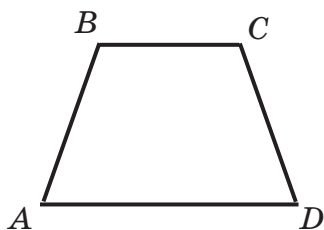
778 Папа принёс с базара арбуз. За ужином он съел $\frac{1}{4}$ часть арбуза, мама съела $\frac{1}{5}$ часть арбуза, а сын – $\frac{1}{6}$ часть арбуза. После этого осталось ещё 2 кг 300 г. Сколько весил арбуз?



779 Мама положила на тарелку абрикосы. После того как брат взял $\frac{1}{7}$ часть всех абрикосов, а сестра – $\frac{1}{4}$ остатка, на тарелке осталось ещё 18 абрикосов. Сколько абрикосов положила мама на тарелку?

780 Реши пример « $-4 + 3 + 2 - 5 - 1$ » сначала с помощью числовой прямой, а потом – используя понятия доходов и расходов (см. № 637). Какой способ решения удобнее? Запиши этот пример в виде суммы чисел со знаками «+» и «-».

781 Что общего у трапеций на рисунке? Какой термин, по твоему мнению, можно предложить для выражения этого свойства? Измерь углы трапеций и сформулируй гипотезу. Достаточно ли проведённых измерений, чтобы распространить твою гипотезу на все трапеции такого вида?



782 Запиши ответ примера в виде конечной десятичной дроби и округли её с точностью до десятых:

$$\frac{\left(4\frac{1}{15} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot \left(2\frac{5}{12} + 3\frac{7}{12}\right) \cdot 8\frac{1}{3} \cdot \left(1\frac{1}{4} : 4\frac{2}{7}\right)}{[240\ 768 + (4638 + 476\ 392 : 94) \cdot 7080 - 57\ 390\ 832] : 718 : 1007}$$

с **783*** У мальчика столько же сестёр, сколько и братьев, а у его сестры вдвое меньше сестёр, чем братьев. Сколько в этой семье братьев и сколько сестёр?

784* Не меняя порядка расположения цифр, поставь между ними знаки арифметических действий и скобки так, чтобы в результате этих действий в каждом ряду получилось бы по 1. Если понадобится, то две рядом стоящие цифры можно считать двузначным числом.

$$\begin{aligned} 1\ 2\ 3 &= 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4 &= 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5 &= 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6 &= 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7 &= 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8 &= 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 &= 1 \end{aligned}$$

4. Сравнение десятичных дробей.

Преимущества работы с десятичными дробями ясно видны уже при сравнении дробей. Действительно, для сравнения обыкновенных дробей приходится использовать разные «хитрые» приемы, производить громоздкие вычисления. Десятичные же дроби легко сравнивать по разрядам.

Пример 1. Сравнить 5,380879 и 12,7.

Данные десятичные дроби имеют различные целые части, причем $5 < 12$. Значит, $5,380879 < 12,7$.

Пример 2. Сравнить 3,48 и 3,475.

Целые части обеих дробей одинаковы. Чтобы сравнить их дробные части, приведем их к общему знаменателю 1000. Для этого припишем к числу 3,48 справа один нуль: $3,48 = 3,480$. Тогда для сравнения данных дробей достаточно сравнить натуральные числа 480 и 475:

$$480 > 475 \Leftrightarrow 3,480 > 3,475 \Leftrightarrow 3,48 > 3,475.$$

Таким образом, сравнение данных десятичных дробей свелось к сравнению их соответствующих десятичных разрядов. Это верно и в общем случае.

Приходим к следующему **правилу сравнения десятичных дробей**:

1) Если целые части десятичных дробей различны, то больше та дробь, у которой больше целая часть.

2) Если целые части десятичных дробей одинаковы, то больше та дробь, у которой больше цифра в первом из несовпавших разрядов после запятой (в направлении слева направо).

Воспользуемся этим правилом для сравнения, например, дробей 4,305629 и 4,30568. Целые части дробей одинаковы, а в первом из несовпавших разрядов – разряде сотых – в первой дроби стоит цифра 2, а во второй – цифра 8. Так как $2 < 8$, то и $4,305629 < 4,30568$.

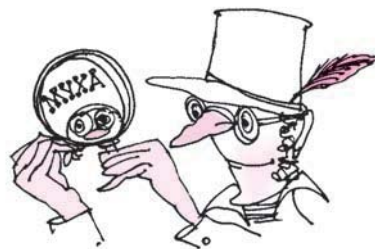
К

785 Сравни дроби:

- | | | |
|------------------|-----------------|----------------------|
| а) 0,3 и 0,8; | д) 5,6 и 3,6; | и) 0,759 и 0,76; |
| б) 0,90 и 0,9; | е) 2,99 и 13,1; | к) 3,4208 и 3,4028; |
| в) 0,40 и 0,100; | ж) 7,500 и 7,5; | л) 4,0986 и 4,1; |
| г) 0,52 и 0,7; | з) 1,09 и 10,2; | м) 12,576 и 9,99999. |

786 Найди закономерность и запиши следующее число в последовательности. В каких последовательностях числа расположены в порядке возрастания, а в каких – в порядке убывания?

- 1) 0,1; 0,02; 0,003; 0,0004; 0,00005; ...
- 2) 0,6; 0,56; 0,456; 0,3456; 0,23456; ...
- 3) 0,1; 0,11; 0,111; 0,1111; 0,11111; ...
- 4) 0,3; 0,03; 0,303; 0,0303; 0,30303; ...



787 Поставь вместо звездочки знак $>$, $<$ или $=$:

- | | |
|-------------------------------|----------------------------------|
| 1) $0,12345 * 0,0102030405$; | 3) $7,777777 * 50,50505050505$; |
| 2) $0,32032032 * 0,321$; | 4) $2,57043566 * 2,5703456666$. |

788 Запиши в тетради две десятичные дроби по собственному выбору и сравни их.

789 Дробь $\frac{p}{q}$ записали в виде конечной десятичной дроби в первом случае с точностью до 0,01, а во втором – до 0,001. Может ли быть первое число: а) меньше второго; б) больше второго; в) равно второму? Докажи полученные утверждения.

790 Что больше:

- | | | |
|-------------------|----------------------------|----------------------------|
| а) 0,3 или 0,(3); | б) $\frac{1}{3}$ или 0,33; | в) $\frac{1}{3}$ или 0,34? |
|-------------------|----------------------------|----------------------------|

791 В числе 0,528047169 вычеркни 4 знака после запятой так, чтобы получилось: а) возможно большее число; б) возможно меньшее число.

792 Расшифруй слова, сопоставив дробям соответствующие буквы и расположив их:

а) в порядке возрастания:

0,72; 0,027; 0,712; 0,2701; 0,0172; 0,217.

Н **А** **О** **Р** **Б** **Й**

б) в порядке убывания:

1,01; 1,001; 0,1; 0,011; 0,11; 1,1.

О **Л** **Е** **Р** **Ь** **М**



793 Найди объединение и пересечение множеств A и B натуральных решений неравенств $4,7 < x \leq 7,4$ и $5,09 \leq x < 9,05$. Сделай рисунок на числовой прямой.

794 Запиши три десятичные дроби, удовлетворяющие неравенству:

- а) $1 \leq x \leq 2$; в) $0,01 < x \leq 0,02$;
 б) $0,1 \leq x < 0,2$; г) $0,001 < x < 0,002$.

795 Из чисел, записанных справа от цветной черты, выбери те, которые не удовлетворяют неравенству, записанному в той же строке слева от этой черты. Из соответствующих им букв составь математический термин. Что он означает?

1)

$2,78 < x < 3,06$	2,7 С	2,95 А	2,079 Т	3,005 В
$0,46 < x < 0,56$	0,5207 К	0,409 Е	5,3 П	0,508 Л
$8,25 < x < 8,3$	8,08 Е	8,295 Ы	9,01 Н	8,2561 Д
$1,003 < x < 1,4$	1,03 С	1,5 Ь	1,099 Б	1,243 О

2)

$0,9 < x < 1,5$	0,96 Н	0,099 Ф	1,58 А	1,25 У
$3,5 < x < 3,72$	3,08 К	3,68 И	3,7009 В	3,8 Т
$12,4 < x < 12,6$	12,05 О	1,25 Р	12,538 Д	13,5 И
$0,006 < x < 0,01$	0,0075 Ц	0,2 А	0,004 Л	0,0099 Я

796 Запиши точки в том порядке, в котором они расположены на координатной прямой, и расшифруй слова. Что получилось?

- 1) $A(0,21)$; $C(2,001)$; $E(10,2)$; $R(0,201)$; $N(1,2)$; $F(0,012)$.
 2) $A(0,904)$; $B(9,04)$; $L(40,9)$; $N(4,099)$; $U(9,4)$; $S(0,09)$; $T(0,49)$; $I(0,049)$.

797 1) Запиши в порядке убывания все возможные дроби с тремя знаками после запятой, целая часть которых равна 0, а дробная часть составлена из цифр 5 и 2 (цифры в записи числа могут повторяться).

2) Запиши в порядке возрастания все возможные дроби с тремя знаками после запятой, целая часть которых равна 0, а дробная часть составлена из цифр, сумма которых равна 3 (цифры в записи числа могут повторяться).

798 Среди результатов по слалому и санному спорту, показанных спортсменами на Олимпийских играх 1994 г. в Норвегии, определи лучший и найди, сколько долей секунды отделяют его от второго результата:

С л а л о м:		С а н н ы й с п о р т:	
Женщины	Мужчины	Женщины	Мужчины
2:02,53	1:56,68	3:21,833	3:16,937
2:03,05	1:56,35	3:21,584	3:16,652
2:02,17	1:57,80	3:21,418	3:15,527
2:02,52	1:56,01	3:21,571	3:16,276
2:02,02	1:56,61	3:22,424	3:16,901

π **799** Сравни:

- | | | |
|-----------------------------|--|--|
| а) 9999 и 10 000; | г) $\frac{5}{8}$ и $\frac{5}{9}$; | ж) $\frac{39}{40}$ и $\frac{39}{50}$; |
| б) 25 612 и 2569; | д) $2\frac{8}{17}$ и $3\frac{2}{17}$; | з) $\frac{43}{88}$ и $\frac{54}{99}$; |
| в) 45 870 436 и 45 809 437; | е) $\frac{96}{97}$ и $\frac{97}{96}$; | и) $\frac{10}{19}$ и $\frac{4}{7}$. |

800 1) Что произойдёт с натуральным числом, если справа или слева приписать к его записи нуль? А что произойдёт в этих случаях с десятичной дробью?

2) Верно ли, что:

$$3,4000 = 3,4; \quad 2,07 = 2,70; \quad 850 = 85\,000;$$

$$75 = 75,0000; \quad 1,600 = 1,060; \quad 42,050 = 42,005?$$

3) Запиши три дроби, равные 8,020.

801 Известно, что, выполнив округление числа a с соблюдением всех правил, получили, что $a \approx 32$. Может ли быть $a = 31,28$? Какие значения может принимать a ? Запиши двойное неравенство, указав верхнюю и нижнюю границы a .

802 Запиши с помощью двойного неравенства множество возможных значений a , если:

- | | |
|--|---|
| 1) $a \approx 9000$ (с точностью до тысяч); | 4) $a \approx 0,23$ (с точностью до сотых); |
| 2) $a \approx 42$ (с точностью до единиц); | 5) $a \approx 0,01$ (с точностью до сотых); |
| 3) $a \approx 7,8$ (с точностью до десятых); | 6) $a \approx 0,010$ (с точностью до тысячных). |

803 Докажи, что данную дробь нельзя представить в виде конечной десятичной дроби. Запиши её в виде бесконечной периодической дроби, указав период, а затем округли с точностью до тысячных:

- | | | | |
|---------------------|----------------------|---------------------|----------------------|
| а) $\frac{7}{12}$; | б) $\frac{23}{18}$; | в) $\frac{4}{11}$; | г) $\frac{47}{36}$. |
|---------------------|----------------------|---------------------|----------------------|

- 804** 1) В столовой ложке вмещается 25 г муки, а в стакане – 130 г муки. Сколько примерно столовых ложек муки вмещает стакан?
 2) В столовой ложке вмещается 30 г соли, а в стакане – 220 г соли. Сколько примерно столовыми ложками можно отмерить стакан соли?

805 Реши уравнение:

а) $7\frac{1}{4}x + x - 2\frac{11}{12}x + 1\frac{2}{3}x = 5\frac{3}{5}$;

в) $(2\frac{3}{8} - x) : 3\frac{1}{4} + 2\frac{13}{15} = 3\frac{1}{6}$;

б) $1\frac{2}{7} + 2\frac{1}{3}x + \frac{3}{14} + x = 9$;

г) $4\frac{1}{2} - 5\frac{1}{3} : (20x - 14\frac{2}{3}) = 1\frac{5}{6}$.

806 Найди значение выражения:

1) $x^2 + 3x - 18$, если $x = 3$; 5; 8.

2) $2y^3 - 1200 : y$, если $y = 5$; 6; 10.

- 807** В посёлке Бубликово Корней и Пантелей вспахали поле прямоугольной формы на тракторе «Петя». Ширина поля равна 15 м, что составляет 75% его длины. Корней и Пантелей засеяли капустой $\frac{2}{5}$ своего поля, а остальную



его часть засеяли морковью. Осенью они собрали урожай: моркови по 10 кг с квадратного метра, а капусты – по 12 кг. Все овощи Корней и Пантелей разложили в мешки по 40 кг и увезли на тракторе за 3 рейса. В первый раз «Петя» увёз $\frac{1}{3}$ всего урожая, а во второй раз – $\frac{5}{9}$ остатка. Сколько мешков увёз «Петя» в третий раз?

- 808** Расстояние от посёлка Бубликово до станции 2 км 700 м. Однажды Корней приехал на электричке на станцию и пошел в Бубликово со скоростью 50 м/мин. Одновременно из Бубликова навстречу ему выехал на велосипеде Пантелей со скоростью 130 м/мин. Запиши формулу, выражающую зависимость расстояния d м между Корнеем и Пантелеем от времени их движения t мин. Найди по этой формуле, на каком расстоянии друг от друга будут они через 8 мин. Через сколько времени после начала движения они встретятся?

- 809** Имеют ли оси симметрии параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, и если да – то сколько? Ответ проиллюстрируй на рисунке.

810 Определи вид высказываний. Докажи или опровергни их:

- 1) Всякая трапеция имеет ось симметрии.
- 2) Некоторые трапеции имеют ось симметрии.

811 Реши примеры (см. № 771). Что в них общего и чем они отличаются? Как ты думаешь, почему не изменился ответ?

$$\begin{array}{lll}
 -5 + 4 - 2 - 1 + 3; & -5 + 3 - 1 + 4 - 2; & -5 + 4 + 3 - 1 - 2; \\
 -5 - 2 + 4 - 1 + 3; & -5 - 1 + 4 - 2 + 3; & -5 - 2 + 4 + 3 - 1.
 \end{array}$$

812 Докажи, что ответ примера можно представить в виде конечной десятичной дроби. Запиши десятичную дробь и округли её с точностью до сотых.

$$\frac{12 \frac{1}{3} : \left(3 \frac{5}{9} + \frac{7}{12} - 1 \frac{1}{18} \right) : 1 \frac{2}{3}}{(409\,224 : 578) : (2\,761\,200 : 3900) \cdot 128 - 534\,905 \cdot (156 - 156)} \cdot$$

Д

813 Сравни дроби:

- а) 0,70 и 0,8; г) 2,75 и 3,45; ж) 4,32509 и 4,3251;
 б) 0,03 и 0,2; д) 40,001 и 40,01; з) 5,09348 и 5,09062;
 в) 0,4 и 0,16; е) 19,8 и 19,800; и) 1,2121212121 и 1,221221.

814 Выбери в каждой строке букву, соответствующую истинному высказыванию, и расшифруй название деревянных укреплений, которые были построены в 1591 г. вокруг Москвы:

1	$7,02 > 7,20$ И	$7,02 = 7,20$ В	$7,02 < 7,20$ Р
2	$0,5 > 0,4999$ К	$0,5 = 0,4999$ Ц	$0,5 < 0,4999$ А
3	$2,94 > 0,2947$ М	$2,94 = 0,2947$ Е	$2,94 < 0,2947$ Я
4	$1,8000 > 1,8$ Ж	$1,8000 = 1,8$ О	$1,8000 < 1,8$ Г
5	$0,99999 > 1$ Л	$0,99999 = 1$ Й	$0,99999 < 1$ С
6	$8,125 > 8,025$ О	$8,125 = 8,025$ Ы	$8,125 < 8,025$ Н
7	$4,259 > 42,59$ Ю	$4,259 = 42,59$ Б	$4,259 < 42,59$ О
8	$5,87040 > 5,8732$ З	$5,87040 = 5,8732$ Т	$5,87040 < 5,8732$ Д



№ строки	5	2	7	1	4	8	6	3
Буква								

815 Реши уравнение. Ответ представь в виде конечной десятичной дроби или докажи, что такое представление невозможно:

1) $14x - 2x + 9x - x - 5x = 40$; 2) $\left(2\frac{2}{5}x + 6\frac{1}{2}\right) : 1\frac{4}{7} - 2\frac{4}{9} = 4\frac{5}{9}$.

816 Найди значение выражения:

1) $a^2 + 3\frac{2}{9}$, если $a = 1\frac{1}{3}$; 2) $20 - b^3$, если $b = 2\frac{1}{2}$.

817 Выполни оценку указанных величин, соотнеся высоты разных объектов с их возможными значениями. Запиши пары из буквы и числа, которые у тебя получились.

- | | |
|---|-----------|
| А) высота секвойи (самого высокого дерева на Земле) | 1) 600 мм |
| Б) высота ромашки в Подмосковье | 2) 380 см |
| В) высота 12-этажного дома | 3) 100 м |
| Г) высота саванного слона | 4) 400 дм |

818 Рассмотрни внимательно таблицы и запиши формулы, выражающие зависимость переменной y от переменной x :

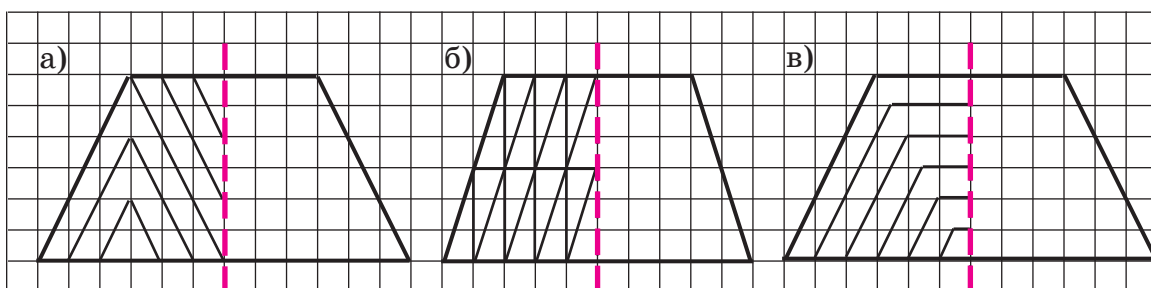
1)

x	1	2	3	4	5	6
y	5	10	15	20	25	30

2)

x	1	2	3	4	5	6
y	7	12	17	22	27	32

819 1) Перенеси рисунок равнобедренной трапеции по клеточкам в тетрадь. Симметрично отобрази орнамент на другую половину и раскрась его так, чтобы было красиво.



2) Придумай свой орнамент для любого четырёхугольника, имеющего ось симметрии, нарисуй его и раскрась.

820 Реши пример и сравни ответ с числом 18,085:

$$\frac{[2\ 179\ 320 : 429 \cdot 180 - (11\ 488 + 1078 \cdot 704)] : 1200}{\left(4\frac{3}{7} - 2\frac{9}{14}\right) : 6\frac{1}{4} \cdot 22\frac{2}{5}}$$



821 Вычисли, записав десятичные дроби в виде обыкновенных. Ответ запиши в виде десятичной дроби.

- а) $1,2 + 0,36$; б) $0,45 - 0,1$; в) $0,3 \cdot 0,2$; г) $3,2 : 0,08$.

с **822*** Среди семи внешне одинаковых монет есть одна фальшивая – более легкая по весу. Как при помощи всего двух взвешиваний на чашечных весах (без гирь) найти фальшивую?

823* В книгах новгородских писцов XV в. упоминаются такие меры жидких тел: *бочка*, *насадка* и *ведро*. Из этих же книг стало известно, что бочка и 20 ведер кваса уравниваются с тремя бочками кваса, а 19 бочек, насадка и 15,5 ведра уравниваются с двадцатью бочками и восемью ведрами. Могут ли историки на основании этих данных определить, сколько насадок содержится в бочке?

Задачи для самопроверки.

824 Запиши в виде десятичной дроби и прочитай числа:

- а) $3 \frac{57}{100}$; б) $\frac{98}{1000}$; в) $\frac{6}{100000}$; г) $\frac{2}{5}$; д) $\frac{1}{25}$; е) $\frac{7}{200}$.

825 Вырази:

- а) в метрах: 15 дм; 15 см; 15 мм;
 б) в граммах: 0,2 кг; 8,04 кг;
 в) в часах: 24 мин; 1 ч 45 мин; 150 мин;
 г) в секундах: 0,5 мин; 2,9 мин.



826 Запиши число «3 целых 45 тысячных» сначала в виде десятичной дроби тремя различными способами, а затем в виде обыкновенной дроби двумя различными способами.

827 Можно ли представить дробь $\frac{18}{3600}$ в виде конечной десятичной дроби? Докажи.

828 Округли число:

- а) 24 518 до десятков, сотен, тысяч, десятков тысяч;
 б) 73,5926 до десятков, единиц, десятых, сотых, тысячных.

829 Замени дробь $\frac{8}{45}$ конечной десятичной дробью с точностью до сотых.

830 Вырази число 824 952 в десятках тысяч и округли полученное число десятков тысяч с точностью до сотых.

831 Сравни дроби:

- а) 0,388 и 0,4; б) 20,7 и 2,09; в) 5,60103 и 5,6021.

832 Расположи дроби 7,021; 0,72; 7,1; 7,02 в порядке убывания.

833 Переведи на математический язык тремя различными способами:

- 1) Натуральное число x в 9 раз меньше натурального числа y .
- 2) Число a на 15 больше числа b .

834 В игре «Пойми меня» команда «Весёлые ребята» в первой части игры заработала 300 очков, что составило $\frac{3}{8}$ числа очков, заработанных во второй части, и 50% числа очков, заработанных в третьей части. Команда «Кактус» в третьей части заработала столько же очков, сколько и их соперники, во второй части – в 2 раза меньше очков, чем соперники, зато в первой части – на 100 очков больше, чем они. Кто победил в этой игре? На сколько больше очков заработала команда-победительница?



§ 2. Арифметика десятичных дробей

В данном параграфе при обсуждении арифметических действий с десятичными дробями мы будем рассматривать только *конечные* десятичные дроби и называть их для краткости просто десятичными дробями.

1. Сложение и вычитание десятичных дробей.

Возможность представления любой десятичной дроби в виде обыкновенной уже позволяет проводить с десятичными дробями все арифметические действия. Например:

$$0,24 : 0,4 = \frac{24}{100} : \frac{4}{10} = \frac{24 \cdot 10}{100 \cdot 4} = \frac{6}{10} = 0,6.$$

Конечно, десятичные дроби не получили бы столь широкого распространения, если бы для вычислений сначала нужно было перевести их в обыкновенные дроби, выполнить действия, а затем снова вернуться к десятичным дробям.

Именно поэтому мы и должны установить правила выполнения арифметических действий непосредственно с десятичными дробями, без перевода их в обыкновенные.

Начнём со сложения. Вычислим сумму $16,2 + 3,18$, уравнивая число знаков после запятой и переходя к сложению обыкновенных дробей:

$$16,2 + 3,18 = 16,20 + 3,18 = \frac{1620}{100} + \frac{318}{100} = \frac{1620 + 318}{100} = \frac{1938}{100} = 19,38.$$

Из полученного равенства видно, что сложение десятичных дробей почти не отличается от сложения натуральных чисел. В самом деле, *после уравнивания* числа десятичных знаков мы сложили два натуральных числа, как бы отбросив запятую, а в ответе отделили запятой две последние цифры – по числу десятичных знаков в данных дробях. Аналогично выполняется и вычитание.

Заметим, что сложение и вычитание десятичных дробей можно записать «в столбик»:

$$\begin{array}{r} + 16,20 \\ + 3,18 \\ \hline 19,38 \end{array} \qquad \begin{array}{r} - 16,20 \\ - 3,18 \\ \hline 13,02 \end{array}$$

Если после выполнения действий в конце дробной части появляются несколько нулей, то их, естественно, писать не надо.

Таким образом, мы получаем следующий алгоритм сложения (вычитания) десятичных дробей:

- 1) Уравнять в дробях число знаков после запятой.
- 2) Записать их «в столбик» так, чтобы запятая оказалась под запятой.
- 3) Выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятую.
- 4) Поставить в ответе запятую под запятой в данных дробях.

Приведём несколько примеров сложения и вычитания десятичных дробей с помощью установленного алгоритма:

$$\begin{array}{r} 0,579 \\ + 2,800 \\ \hline 3,379 \end{array} \qquad \begin{array}{r} + 5,3664 \\ + 19,7336 \\ \hline 25,1000 = 25,1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} + 96,99999 \\ + 3,00001 \\ \hline 100,00000 = 100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} - 7,9500 \\ - 2,0612 \\ \hline 5,8888 \end{array}$$

Правила сложения десятичных дробей дают возможность разложения десятичной дроби по разрядам, аналогично разложению по разрядам натуральных чисел. Действительно, на основании этих правил можно записать, например, равенство:

$$123,0456 = 100 + 20 + 3 + 0,04 + 0,005 + 0,0006.$$

Это равенство показывает, сколько единиц каждого разряда содержит число 123,0456, а именно: 1 сотню, 2 десятка, 3 единицы, 4 сотых, 5 тысячных и 6 десятитысячных, а единицы разряда десятых в нем отсутствуют.

К

835 Найди ошибки в записи и решении примеров. Повтори алгоритм сложения и вычитания десятичных дробей и реши примеры правильно:

$$\begin{array}{l} 1) \quad \begin{array}{r} + 2,15 \\ + 3,9 \\ \hline 2,54 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 2,15 \\ + 3,9 \\ \hline 5,24 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 2,15 \\ + 3,9 \\ \hline 5,05 \end{array} \quad 2) \quad \begin{array}{r} - 5,28 \\ - 1,6 \\ \hline 5,12 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 5,28 \\ - 1,6 \\ \hline 4,22 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 5,28 \\ - 1,6 \\ \hline 4,68 \end{array} \end{array}$$

836 Вычисли:

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| а) $2,3 + 8,4$; | д) $7,5 + 0,75$; | и) $6,3 + 49,756$; |
| б) $12,7 - 3,5$; | е) $48,9 - 4,82$; | к) $2,1045 - 0,87$; |
| в) $0,48 + 4,12$; | ж) $7,324 + 732,4$; | л) $3,45 + 8,6916$; |
| г) $9,518 - 5,236$; | з) $91,9 - 0,919$; | м) $10 - 4,939292$. |



837 Представь числа в виде суммы разрядных слагаемых:
 2,73; 15,048; 750,943; 0,555555; 8,32074; 6025,6025.

Образец: $43,1052 = 40 + 3 + 0,1 + 0,005 + 0,0002$

838 Вычисли устно:

- а) $4 + 0,5$; д) $0,3 + 0,4$; и) $2,3 + 5,4$; н) $0,003 + 0,05$;
 б) $0,28 + 3$; е) $0,9 - 0,5$; к) $4,7 - 1,2$; о) $0,52 + 0,009$;
 в) $2 + 7,2$; ж) $0,08 + 0,02$; л) $9,74 - 1,54$; п) $1 - 0,3$;
 г) $15,4 - 3$; з) $0,32 - 0,05$; м) $6,38 + 0,62$; р) $0,6 - 0,04$.

839 Составь все возможные суммы из чисел 1,2; 0,12 и 0,012 и найди их значения.

840 Составь все возможные разности из чисел 3,6; 0,36 и 0,036 и найди их значения.

- 841** 1) Запиши последовательность из 7 чисел, в которой первое число равно 4,4, а каждое следующее больше предыдущего на 0,6. Вычисли разность наибольшего и наименьшего членов этой последовательности.
 2) Запиши последовательность из 7 чисел, в которой первое и второе число равны соответственно 9,3 и 9,1, а далее разность между каждыми двумя соседними числами увеличивается на 0,1. Найди сумму наибольшего и наименьшего членов этой последовательности.



842 Игра «Кто быстрее?». По аналогии с игрой «Крестики-нолики» найди строку, столбец или диагональ, сумма чисел в которых дает выигрышную сумму, указанную над таблицей:

1,5		
0,4	0,9	0,6
0,5	0,8	0,3
0,1	0,5	0,2

5,6		
3,2	1,4	0,2
1,5	2,6	2,8
0,4	4,9	0,3

12,4		
5,5	2,7	1,4
3,6	7,3	4,4
9,1	2,4	0,8

0,32		
0,08	0,12	0,05
0,26	0,18	0,12
0,04	0,2	0,15

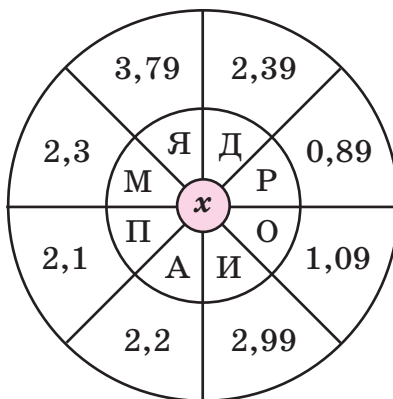
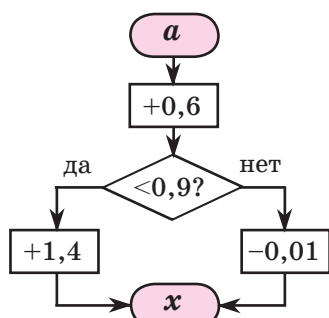
21		
6,9	8,2	4,3
8,4	5,6	7,6
3,7	9,1	8,5

3,25		
1,04	0,9	2,81
0,41	0,25	1,6
1,8	2,7	0,03

843 Викторина «В мире литературы»

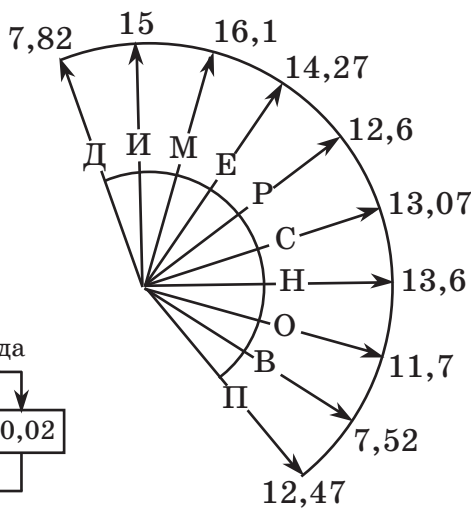
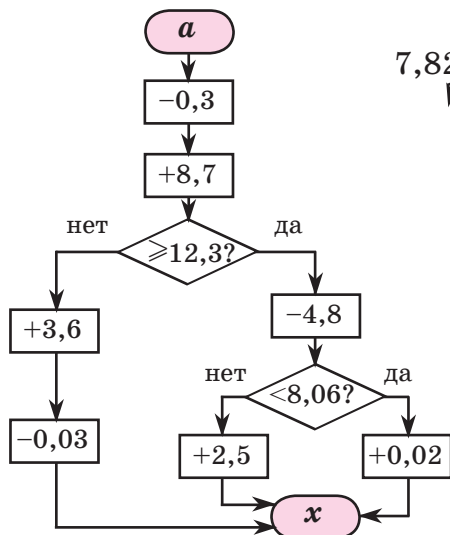
Расшифруй названия литературных терминов. Можешь ли ты объяснить их смысл?

а)



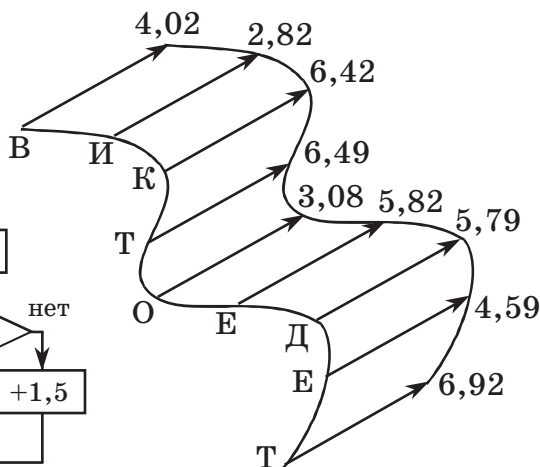
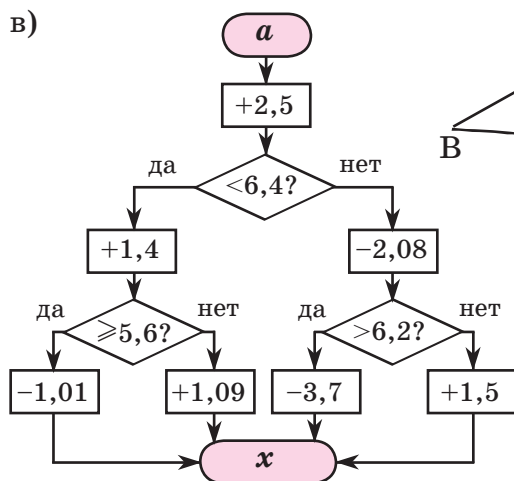
a	x	буква
0,1		
0,2		
0,3		
0,5		
1,8		
2,4		
3,2		

б)



a	x	буква
0,5		
1,1		
2,3		
3,9		
4,2		
5,6		
7,5		
8,9		
10		

в)



a	x	буква
0,8		
1,7		
3,6		
3,9		
4,5		
5		
6,1		
7,3		

849 Вырази в метрах и найди значение выражения:

1) $2\text{ м } 35\text{ см} - 5\text{ дм } 6\text{ см} + 74\text{ дм} - 95\text{ см } 3\text{ мм} + 1\text{ м } 8\text{ дм } 7\text{ см } 3\text{ мм};$

2) $820\text{ см} - 3\text{ дм } 14\text{ мм} + 1\text{ м } 7\text{ см} - 263\text{ мм} + 30\text{ см } 7\text{ мм}.$

850 1) Первая сторона треугольника равна 7,4 дм, вторая на 32 см длиннее первой, а третья составляет $\frac{4}{5}$ от суммы первых двух. Найди периметр этого треугольника и вырази его в дециметрах.

2) Периметр треугольника равен 1,24 м. Первая сторона равна 4 дм 3 см, а вторая на 16 см короче первой. Найди длину третьей стороны и вырази её в метрах.

851 Выполни программу действий, затем по данной программе составь выражение и найди его значение. Сравни полученные ответы.

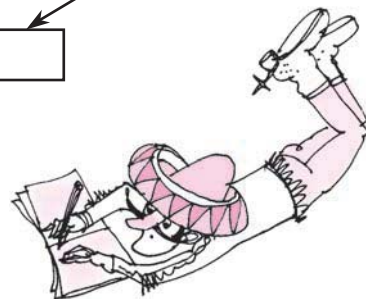
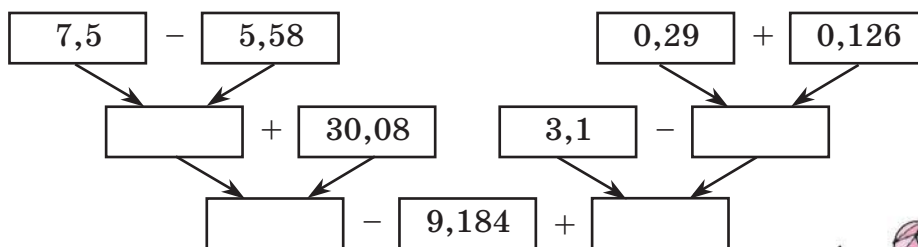
1) Увеличить число 2,16 на 0,145.

2) Из числа 17,5 вычесть результат первого действия.

3) Найти разность чисел 18,4 и 3,78.

4) Из результата второго действия вычесть результат третьего действия.

852 Выполни вычисления по схеме и составь выражение:



853 Составь программу действий и вычисли:

1) $90,09 - [87,44 - (12,85 + 3,9) + 0,381];$

2) $5,53 + [9,7 - (8,93 + 0,748)] - 5,4813.$

854 Запиши с помощью букв переместительное и сочетательное свойства сложения, правила вычитания числа из суммы и суммы из числа. Проверь справедливость записанных равенств для некоторых десятичных дробей, взяв значения букв по собственному выбору. Можно ли на основании проведенных тобой вычислений сделать вывод о справедливости указанных правил для любых десятичных дробей? Почему? Можешь ли ты доказать их справедливость в общем случае?

855 Вычисли наиболее удобным способом и объясни, на основании каких свойств сложения и вычитания выполнены преобразования:

1) $3,2 + 3,4 + 3,6 + 3,8;$

2) $1,1 + 1,2 + 1,3 + 1,4 + 1,5 + 1,6 + 1,7 + 1,8 + 1,9;$

3) $0,715 + 2,83 + 4,285 + 0,17;$

4) $(7,5 + 0,4 + 1,48) + 2,5 + (0,52 + 3,6);$

5) $(5,719 + 9,37) - 4,719;$

6) $(3,31 + 8,596) - 8,576;$

7) $4,754 - (2,754 + 1,8);$

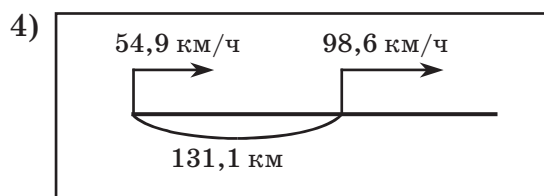
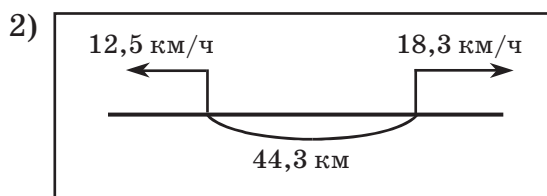
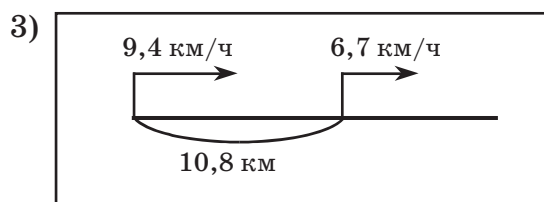
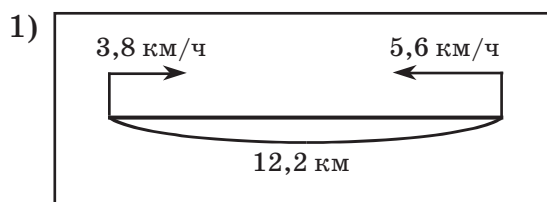
8) $11,383 - (5,4 + 0,383).$

864 Медведь весит 0,7 т, масса бегемота – на 2,9 т больше массы медведя, а общая масса слона и бегемота 8,1 т. Сколько весит слон?

865 1) Сваю длиной 10 м забили в землю на глубину 2,15 м. Чему равна высота видимой части сваи?

2) От каната длиной 17,24 м отрезали 5,8 м. На сколько отрезанная часть каната меньше оставшейся?

866 По чертежу найди скорость сближения и скорость удаления объектов и определи, на каком расстоянии друг от друга они будут через час после начала движения:



867 1) В соревнованиях по тройному прыжку Юра сделал прыжки 3,42 м, 2,76 м и 2,5 м, а Саша – 3,56 м, 2,3 м и 2,54 м. Кто из них прыгнул дальше и на сколько?

2) Маляру для покраски детской площадки потребовалось 8,36 кг зелёной краски, красной краски – на 4,14 кг больше, чем зелёной, а жёлтой – на 6,32 кг меньше, чем красной и зелёной вместе. Сколько всего килограммов краски израсходовал маляр на покраску детской площадки?



868 Составь задачу по выражению и реши ее двумя способами:

1) $9,8 - (2,5 + 1,8)$;

2) $(12,9 + 5,4) - 7,9$.

869 Составь выражение и найди его значение:

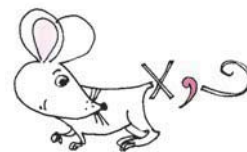
1) На склад в первый день привезли a т картофеля, во второй – на 6,7 т больше, чем в первый, а в третий день – половину того, что привезли во второй. Сколько тонн картофеля привезли на склад за 3 дня? ($a = 11,3$)

2) Из мешка муки массой b кг отсыпали сначала c кг, а затем – на 1,2 кг меньше. Сколько килограммов муки осталось в мешке? ($b = 20,4$; $c = 4,1$)

870 1) Число сначала увеличили на 0,8, затем уменьшили на 0,32, после этого снова увеличили на 2,54 и уменьшили на 3,2 и, наконец, увеличили на 9,601 и уменьшили на 34,39. В результате получилось 55,111. Какое число было вначале?

2) Задуманное число сначала 10 раз увеличили на 0,5, а затем 10 раз уменьшили на 0,49 и получили 12,44. Какое число задумано?

π **871** В записи десятичной дроби вычеркнули «хвост» – несколько последних цифр, отличных от нуля, стоящих после запятой. Увеличилась или уменьшилась эта дробь?



872 Из записи десятичной дроби вычеркнули ноль, стоящий после запятой. Как изменилась эта дробь, если: а) вычеркнутый ноль стоял в конце записи; б) вычеркнутый ноль стоял не в конце записи?

873 Из записи десятичной дроби вычеркнули цифру, стоящую после запятой. Увеличилась или уменьшилась эта дробь, если: а) эта цифра стояла в конце записи; б) эта цифра стояла не в конце записи?

874 Какие из следующих дробей представимы в виде конечных десятичных:

1) $\frac{25}{32}$, $\frac{842}{64}$, $\frac{3615}{20}$, $\frac{1111111}{25}$, $\frac{123123123}{320}$;

2) $\frac{555}{24}$, $\frac{789}{9}$, $\frac{1001}{55}$, $\frac{10011001}{66}$, $\frac{100110011001}{66}$, $\frac{222}{222222}$, $\frac{111111}{74}$, $\frac{999}{175}$?

875 Заменяй звёздочки цифрой так, чтобы оба высказывания были верными. Найди множество всех возможных решений:

1) $9,0* < 9,02$ и $5,14 \geq 5,*9$; 2) $3,8* \geq 3,87$ и $2,1*8 < 2,193$.

876 Запиши в порядке возрастания все возможные дроби с тремя знаками после запятой, целая часть которых равна 0, а дробная часть составлена из цифр:

а) 2, 4 и 8 (цифры в записи числа не повторяются);

б) 1 и 3 (цифры в записи числа могут повторяться).

877 Какие из следующих высказываний верны? Выпиши в тетрадь истинные высказывания.

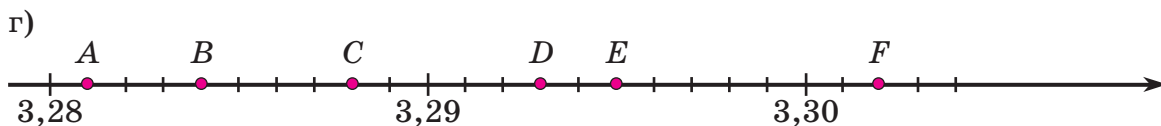
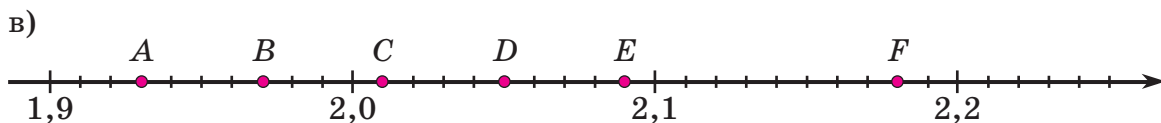
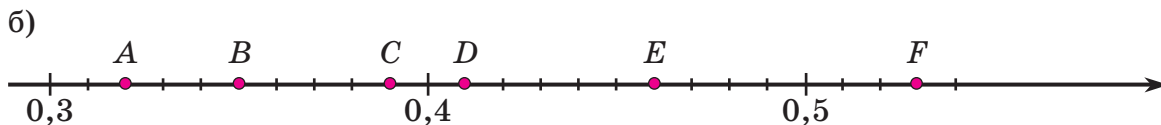
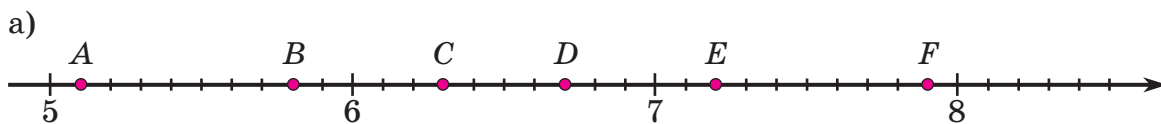
а) $\frac{2}{3} = 0,66$; $\frac{2}{3} = 0,67$; $\frac{2}{3} = 0,66\dots$; $\frac{2}{3} = 0,(6)$; $\frac{2}{3} \approx 0,67$;

б) $\frac{63}{201} = 0,3134$; $\frac{63}{201} \approx 0,3134$;

в) $\frac{186}{15} = 12,4$; $\frac{186}{15} \approx 12,4$.



878 Найди цену деления шкалы фрагмента координатной прямой и определи координаты точек A, B, C, D, E, F :



879 Два велосипедиста едут по шоссе. Скорость первого велосипедиста равна 15 км/ч, что составляет $\frac{5}{6}$ скорости второго велосипедиста. Сейчас расстояние между ними равно 132 км. На каком расстоянии друг от друга будут они через 3 часа, если движутся: а) навстречу друг другу; б) вдогонку; в) в противоположных направлениях; г) с отставанием?

880 Расстояние между Александровкой и Бекасово 4 км 500 м. Из Александровки в Бекасово вышел пешеход со скоростью 60 м/мин. Через 5 мин после его выхода навстречу ему из Бекасово в Александровку вышел второй пешеход со скоростью 80 м/мин. Через сколько времени после выхода второго пешехода и на каком расстоянии от Бекасово произошла встреча?

881 Запиши данные суммы чисел со знаками «+» и «-» без скобок и найди ответ (см. № 637). Сравни примеры каждого столбика. Что ты замечаешь?

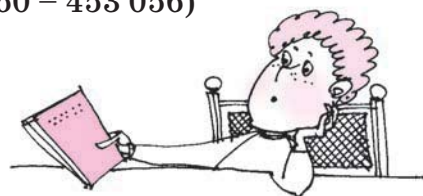
$$(-8) + (+3) \qquad (-5) + (-2) \qquad (-1) + (+5)$$

$$(+3) + (-8) \qquad (-2) + (-5) \qquad (+5) + (-1)$$

882 Вычисли и запиши ответ в виде периодической десятичной дроби:

$$1) \frac{(567 \cdot 309 - 36\,979) : (30\,320 - 22\,632\,480 : 780)}{(63\,818\,000 : 8500 + 211\,120 : 4060) : (986 \cdot 460 - 453\,056)};$$

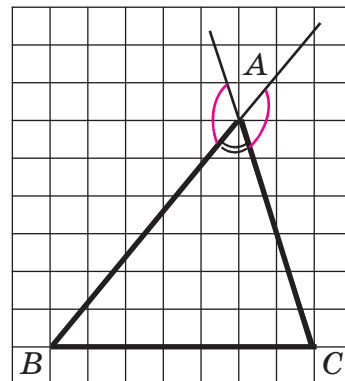
$$2) \frac{\left(5\frac{2}{9} - 3\frac{5}{6}\right) \cdot 3 - 1\frac{7}{8} : \frac{5}{6} + 2\frac{1}{3}}{\frac{5}{9} \cdot 4 : 1\frac{19}{21} + 2\frac{7}{9} : 5 \cdot \frac{3}{8}}.$$



883 1) Прочитай определение и назови определяемое понятие:

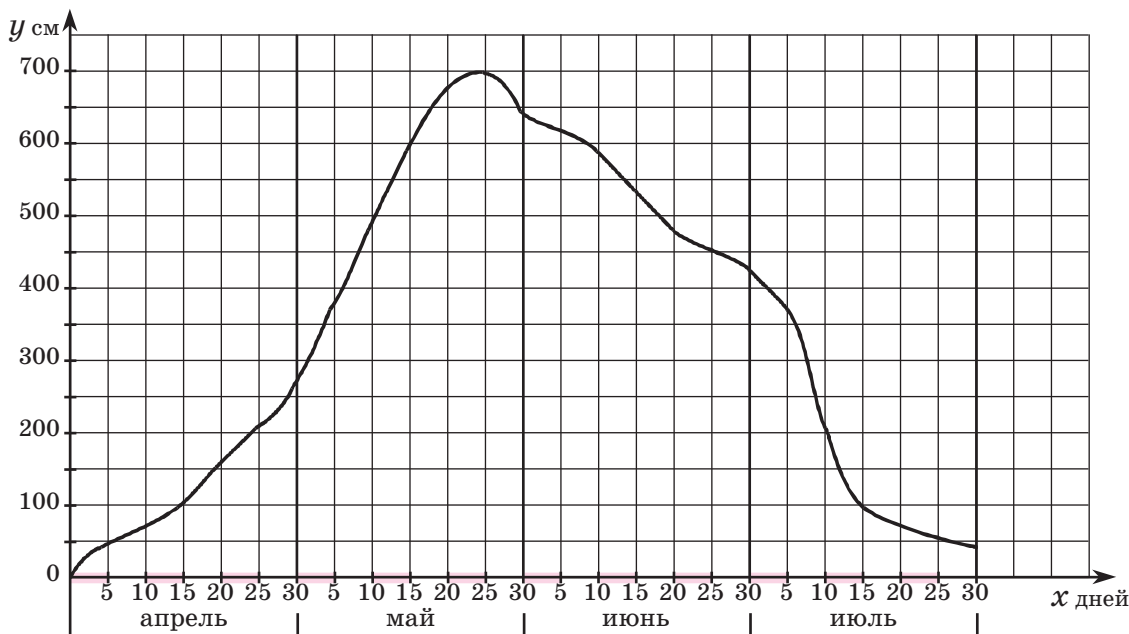
Внешним углом треугольника называется угол, смежный с его внутренним углом.

2) Начерти треугольник ABC и построй его внешний угол при вершине A . Сколько решений имеет эта задача? Сколько внешних углов имеет треугольник ABC при вершинах B и C ? Сравни внешние углы при каждой вершине и сформулируй гипотезу.



3) Измерь внешние углы треугольника ABC по одному при каждой вершине и найди их сумму. Повтори эксперимент еще 2 раза для двух произвольных треугольников. Сформулируй гипотезу. Достаточно ли проведенных измерений для того, чтобы считать твою гипотезу доказанной? Почему?

884 На чертеже изображен график изменения уровня воды в реке в весенне-летний сезон по сравнению со средним уровнем (будем считать, что в месяце 30 дней):



- 1) Какой отметки достиг уровень воды в реке 20 апреля, 15 июня?
- 2) Достигла ли вода отметки 400 см, 750 см? Если да, то какого числа это произошло?
- 3) Какого числа уровень воды был самым высоким?
- 4) В какие дни вода прибывала, убывала?
- 5) На сколько сантиметров изменился уровень воды за первые 10 дней мая?
- 6) В какие дни уровень воды был выше 400 см?

885 Выполни действия и сократи дроби, если значения всех переменных – натуральные числа:

$$1) \frac{14}{3a} \cdot \frac{6a^2}{49}; \quad 2) \frac{8b}{5} : \frac{b^3}{25}; \quad 3) \frac{c}{15d} \cdot \frac{5d}{c^2}; \quad 4) \frac{x^2}{2y} : \frac{2x}{y^3}.$$

886 Упрости выражение:

$$1) 8x - x + 4x - 2x; \quad 2) 2a + 7b + a + 3b; \quad 3) 5n + 4 + 12 + n.$$

887 Составь выражение и найди его значение при $n = 16$:

В классе n девочек, а число мальчиков составляет $\frac{3}{4}$ числа девочек.

Сколько всего учеников в этом классе?

888 Построй математическую модель и реши задачу:

Три тыквы вместе весят 15 кг, при этом вторая тыква в $1\frac{2}{3}$ раза тяжелее первой, а третья – на 2 кг тяжелее второй. Сколько весит каждая тыква?

889 БЛИЦтурнир

1) 5 одинаковых плиток шоколада стоят x р. Сколько таких плиток можно купить на y р.?

2) За 12 м ткани заплатили t р. Сколько надо заплатить за 4 м этой ткани?

3) Кукла стоит a р., а стоимость машинки составляет $\frac{3}{8}$ стоимости куклы. Даша купила 3 куклы и 2 машинки. Сколько стоит эта покупка?

4) В больнице лежат b женщин и c мужчин. Какую часть всех больных этой больницы составляют женщины?

5) В банку налили d л оливкового масла, что составило $\frac{2}{5}$ объёма масла в бидоне. На сколько больше масла в бидоне, чем в банке?

6) Сумка и перчатки вместе стоят n р., причём сумка на k р. дороже перчаток. Сколько стоит сумка?



Д

890 Расположи ответы примеров в порядке возрастания, сопоставив их соответствующим буквам, и ты узнаешь:

а) название металла, который при горении выделяет большое количество света:

Й $0,35 + 0,392$

Г $5 - 4,573$

М $3,087 - 2,84$

А $2,174 - 1,9$

И $0,72 + 0,004$

Н $1,5 - 1,028$

б) название металла, который легко режется ножом:

И $0,0032 + 0,0168$

И $4,78 - 4,777$

Й $3,556 - 3,456$

Т $0,0025 + 0,0015$

Л $8,3245 - 8,324$

891 Расположи ответы примеров в порядке убывания, сопоставив их соответствующим буквам, и ты узнаешь:

а) название одного из самых прочных металлов:

И $1,8 + 0,32$

А $2,02 + 0,001$

Т $7,002 - 4,9$

Н $2,1 - 0,088$

Т $7,61 - 5,4$

б) название металла, которого нельзя касаться руками – это может привести к его воспламенению:

А $9,25 - 3,9$

Т $3,273 + 1,78$

Й $6 - 2,9947$

И $103,03 - 99,5$

Н $13,103 - 7,6$

Р $4,2 + 0,8305$

892 Реши примеры и определи истинность высказываний. Из букв, соответствующих истинным высказываниям, составь название металла. Чем он интересен?

Т $0,9 + 0,284 < 6,08 - 3,98$

С $5 - 0,99 < 0,882 + 3,12$

А $96,39 - 88,1 > 4,24 + 78,26$

У $145,02 - 124,52 > 14,537 + 4,37$

Р $1,4583 + 4,8 < 5,48 + 0,805$

И $21,28 - 12,38 < 11,8875 - 3,6$

Б $60,45 - 9,4 > 60,748 - 9,7$

Т $75 + 0,562 > 25,06 + 5,5004$

893 Составь программу действий и вычисли:

1) $(2,5 + 0,613 + 0,96) - (7,5 - (2,86 + 3,9))$;

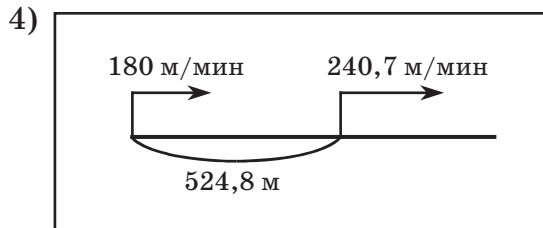
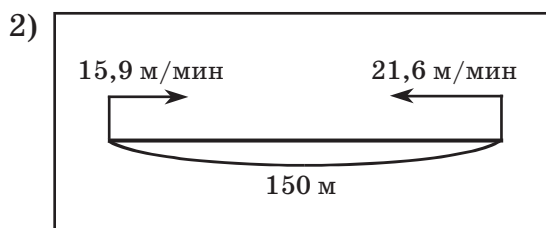
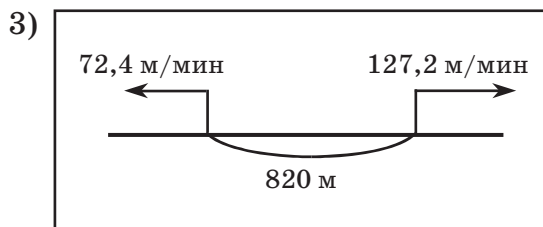
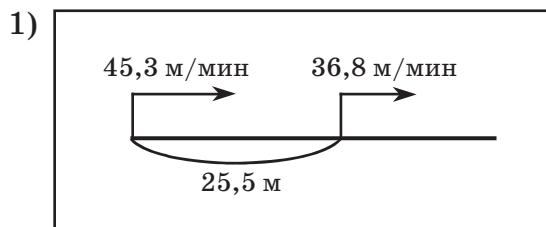
2) $27,004 - (45 - (30,02 - 8,26) + 3,184) + (5,008 - 4,7)$.

894 Реши уравнения:

1) $(7,5 + x) - 2,94 = 5,67$;

2) $50 - (x + 6,4) = 16,33$.

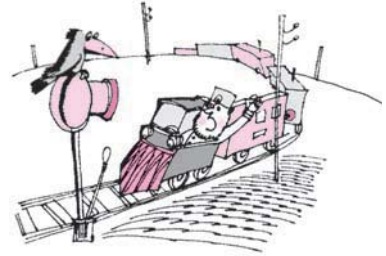
895 По чертежу найди скорость сближения или скорость удаления объектов. На каком расстоянии друг от друга будут они через 1 мин после выхода?



896 Составь выражение и найди его значение при $a = 27,4$:

По шоссе едет мотоциклист со скоростью $38,7$ км/ч, а впереди него – автобус со скоростью $52,4$ км/ч. Сейчас расстояние между ними равно a км. Каким оно станет через час?

897 Со станции вышел товарный поезд со скоростью 56 км/ч. Через 2 часа с той же станции и в том же направлении вышел пассажирский поезд со скоростью 84 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут поезда через 1 ч 30 мин после выхода пассажирского поезда? Через сколько времени после своего выхода пассажирский поезд догонит товарный?



898 Вырази в килограммах и вычисли:

13 кг 80 г – 1 кг 800 г + 5 ц 3 кг 170 г – 70 кг 6 г.

899 В конце учебного года Юра весил $42,45$ кг. Летом он взвешивался 2 раза. После того как он прожил 2 месяца на даче, он поправился на $3,9$ кг, а за месяц путешествий он похудел на $1,75$ кг. Каким стал вес Юры к началу нового учебного года?



900 Выполни действия и сократи получившиеся дроби, если значения всех переменных – натуральные числа:

а) $\frac{a}{3b} \cdot \frac{12b}{a^2}$; б) $\frac{4c}{d} : \frac{8c^2}{3d}$; в) $\frac{x^3}{5y} \cdot \frac{10}{x}$; г) $\frac{35}{n} : \frac{14}{mn^2}$.

901 Подбери удобный единичный отрезок и построй на фрагменте числовой прямой точку: 1) $A(12,3)$; 2) $B(7,45)$; 3) $C(5,018)$.

902 Построй математическую модель задачи и найди ответ:

В школе 768 учеников, причем мальчиков в $1\frac{2}{5}$ раз больше, чем девочек. Сколько мальчиков и сколько девочек учится в этой школе?

903 Проверь, зависит ли значение суммы $(-5) + (-1) + (+4)$ от порядка действий (см. № 637). Сформулируй гипотезу.

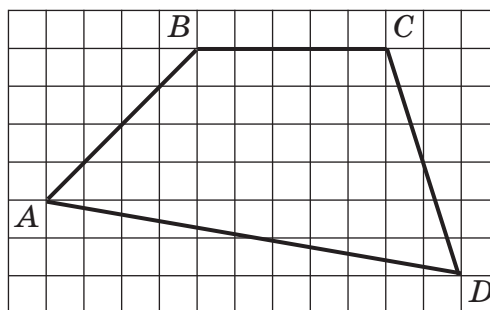
904 Вычисли и запиши дробь в виде бесконечной периодической дроби, указав период:

1) $\frac{(3870 \cdot 407 - 59\,476\,100 : 290) : 10\,000}{(43\,103\,856 : 8607 + 4030 \cdot 596) : 792 - 3024}$;

2) $\frac{\left(2\frac{4}{5} + 4\frac{2}{3}\right) \cdot 3\frac{3}{4} : 2\frac{6}{7}}{4\frac{3}{5} : \left(3\frac{1}{12} - 2\frac{4}{9}\right) \cdot \left(1\frac{3}{59} : 1\frac{3}{59} + 0 : 7\frac{2}{11}\right)}$.



905 Перерисуй четырёхугольник $ABCD$ по клеточкам в тетрадь. Построй внешние углы этого четырёхугольника по одному при каждой вершине и найди их сумму. Повтори эксперимент ещё два раза для произвольных четырёхугольников $EFGH$ и $MNPQ$ и сформулируй гипотезу. Можно ли считать твою гипотезу верной на основании выполненных построений и измерений? Почему?



906 В таблице приведены результаты измерения температуры T воды в чайнике при нагревании. Построй график, выражающий зависимость температуры T °С от времени нагревания t мин (1 мин – 1 см по оси абсцисс, 10 °С – 1 см по оси ординат). Задай по графику три вопроса и ответь на них.

t мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T °С	20	22	25	29	34	40	47	56	68	83	100	100

907* Найди сумму чисел: $0,01 + 0,02 + 0,03 + \dots + 0,98 + 0,99$.

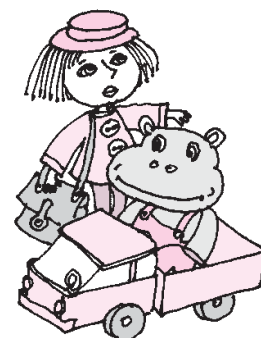
908* Продолжи ряд на два числа, сохраняя закономерность:

- а) 0,2; 0,3; 0,5; 0,8; 1,2 ... б) 3,7; 3,5; 4,1; 3,1; 4,5; 2,7 ...

909* Витя нашёл такое двузначное натуральное число, при умножении которого на 2 получается точный квадрат, а при умножении на 3 – точный куб. Какое число нашёл Витя?

910* Купленные в подарок игрушки (сумочка, кукла, машинка и бегемот) уложили в 4 коробки по одной игрушке в каждую. Узнай, что в какую коробку положили, если известно, что все коробки разных цветов и:

- 1) машинка и бегемот не в красной коробке;
- 2) коробка с куклой находится между синей коробкой и коробкой с сумочкой;
- 3) в зелёной коробке не сумочка и не машинка;
- 4) жёлтая и зелёная коробки находятся около коробки с бегемотом.



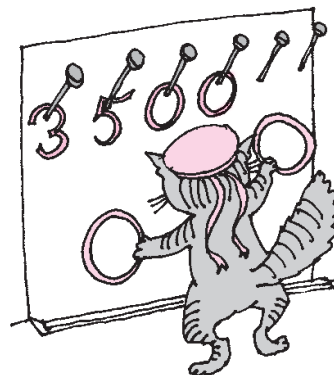
911* В детский сад ходят 367 детей. Докажи, что хотя бы у двоих из них дни рождения в один и тот же день.

912* В контрольной работе по математике Вовочка сделал 10 ошибок, а остальные ребята – не больше. Докажи, что по крайней мере четверо учеников сделали одинаковое число ошибок (быть может, и ноль), если известно, что в классе 34 человека.

2. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д.

Умножение и деление натуральных чисел на 10, 100, 1000 и т. д. – дело простое: к данному числу надо лишь приписать или отбросить нужное число нулей. Объясняется это тем, что выбранная нами система записи натуральных чисел является *десятичной*.

Система записи десятичных дробей устроена так же: единица любого разряда в 10 раз меньше предыдущей и в 10 раз больше последующей. Поэтому можно ожидать, что и для десятичных дробей правила умножения и деления на 10, 100, 1000 и т. д. не будут сложными.



Проведём исследование. Умножим число 2,75 на 10, 100, 1000 и т. д., используя действия с обыкновенными дробями. Получим:

$$2,75 \cdot 10 = \frac{275}{100} \cdot \frac{10}{1} = \frac{275 \cdot 10^1}{100 \cdot 1} = \frac{275}{10} = 27,5;$$

$$2,75 \cdot 100 = \frac{275}{100} \cdot \frac{100}{1} = \frac{275 \cdot 100^1}{100 \cdot 1} = \frac{275}{1} = 275;$$

$$2,75 \cdot 1000 = \frac{275}{100} \cdot \frac{1000}{1} = \frac{275 \cdot 1000^{10}}{100 \cdot 1} = \frac{2750}{1} = 2750.$$

Мы видим, что запятая последовательно перемещается на 1, 2, 3 и т. д. разряда вправо (учитывая, что $2,75 = 2,7500\dots$):

$$2,75 \cdot 10\,000 = 2,7500 \cdot 10\,000 = 27\,500;$$

$$2,75 \cdot 100\,000 = 2,75000 \cdot 100\,000 = 275\,000.$$

И поскольку к десятичной дроби справа можно приписать любое число нулей, не изменяя её, то эта закономерность продолжится и дальше.

Деление – действие, обратное умножению. Поэтому при делении на 10, 100, 1000 и т. д. запятая будет перемещаться не вправо, а влево – соответственно на 1, 2, 3 и т. д. разряда. А если знаков будет недостаточно, то мы, как условились раньше, припишем слева десятичной дроби столько нулей, сколько требуется, – ведь от этого дробь не изменится:

$$2,75 : 10 = 02,75 : 10 = 0,275;$$

$$2,75 : 100 = 002,75 : 100 = 0,0275;$$

$$2,75 : 1000 = 0002,75 : 1000 = 0,00275.$$

Рассмотренный пример иллюстрирует общее правило: *при умножении десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д. запятая переносится соответственно на 1, 2, 3 и т. д. разряда вправо, а при делении – на 1, 2, 3 и т. д. разряда влево.*

Заметим, что при умножении числа на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д. оно уменьшается соответственно в 10, 100, 1000 и т. д. раз, а при делении – увеличивается в 10, 100, 1000 и т. д. раз. Например:

$$a \cdot 0,1 = a \cdot \frac{1}{10} = \frac{a}{10} = a : 10;$$

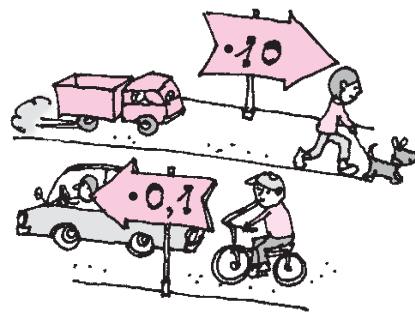
$$a : 0,1 = a : \frac{1}{10} = a \cdot \frac{10}{1} = a \cdot 10.$$

Поэтому *при умножении десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д. запятая переносится соответственно на 1, 2, 3 и т. д. разряда влево, а при делении – на 1, 2, 3 и т. д. разряда вправо.*

Например:

$$48,03 \cdot 0,01 = 48,03 : 100 = 0,4803;$$

$$25,6 : 0,001 = 25,6 \cdot 1000 = 25\,600.$$



К

913 Найди произведение:

- | | | | |
|--------------------|-----------------------|------------------------|------------------------------|
| 1) $2,3 \cdot 10;$ | 2) $9,468 \cdot 100;$ | 3) $0,625 \cdot 1000;$ | 4) $31,17 \cdot 10\,000;$ |
| $0,58 \cdot 10;$ | $0,39 \cdot 100;$ | $5,2 \cdot 1000;$ | $0,2 \cdot 1\,000\,000;$ |
| $32,1 \cdot 10;$ | $7,5 \cdot 100;$ | $0,08 \cdot 1000;$ | $5,481 \cdot 100\,000;$ |
| $0,0073 \cdot 10;$ | $0,0002 \cdot 100;$ | $14,75 \cdot 1000;$ | $2350,4 \cdot 10\,000\,000.$ |

914 Запиши цифрами число:

4,7 тыс.; 0,54 тыс.; 10,6 млн.; 0,03 млн.; 8,94 млрд.; 0,205 млрд.

915 Найди частное:

- | | | | |
|-----------------|-------------------|---------------------|-----------------------|
| 1) $73,8 : 10;$ | 2) $228,3 : 100;$ | 3) $7819,2 : 1000;$ | 4) $560,9 : 10\,000;$ |
| $4,25 : 10;$ | $50,6 : 100;$ | $15,3 : 1000;$ | $0,86 : 1\,000\,000;$ |
| $0,76 : 10;$ | $2,9 : 100;$ | $4,16 : 1000;$ | $34,82 : 100\,000;$ |
| $0,004 : 10;$ | $0,05 : 100;$ | $0,074 : 1000;$ | $253 : 10\,000\,000.$ |

916 Вырази:

- а) в тысячах число 90, 250, 4800;
 б) в миллионах число 400, 7320, 10 000, 620 900, 8 500 000;
 в) в миллиардах число 2000, 18 000, 4 580 000, 3 600 000 000.

917 Вырази:

- а) в метрах: 2,4 км; 0,045 км; 7,9 дм; 6 дм; 52 см; 0,3 см; 14 мм; 3,8 мм;
 б) в дециметрах: 0,2 см; 3,14 см; 46 мм; 1,2 мм; 8,56 м; 4,015 м; 6,3 км.
 в) в центнерах: 1,6 кг; 0,5 кг; 84 кг; 416 г; 38,9 г; 6,3 т; 0,917 т.

918 1) Увеличь число 3,25: а) в 10 раз; б) в 100 раз; в) в 10 000 раз.

2) Уменьши число 17,9: а) в 10 раз; б) в 100 раз; в) в 100 000 раз.

919 Выполни действия:

а) $39,6 \cdot 10$;

д) $11,5 : 100\ 000$;

и) $5,9 : 10 \cdot 1000$;

б) $7,12 : 100$;

е) $0,208 \cdot 1\ 000\ 000$;

к) $0,45 \cdot 100 : 10$;

в) $43,4 \cdot 100$;

ж) $9,3 : 10\ 000$;

л) $803,6 : 1000 \cdot 100$;

г) $60,6 : 1000$;

з) $0,045 \cdot 100\ 000$;

м) $14 : 10 : 1000$.

920 1) В пачке 1000 листов бумаги. Толщина пачки 20 см. Определи толщину листа.

2) В коробке 100 банок йогурта. Масса одной банки равна 0,148 кг, а масса пустой коробки – 0,8 кг. Чему равна масса полной коробки?

921 В бидоне 3 л молока. Можно ли наполнить из него 10 стаканов по 0,25 л?

922 1) За 10 новогодних подарков заплатили 1235 р. Сколько надо заплатить за 100 таких подарков?

2) Пешеход прошел мост длиной 0,256 км за 4 мин. Какое расстояние он пройдёт за 40 мин с той же скоростью?

923 Замени умножение делением и вычисли. Сделай вывод.

а) $3,8 \cdot 0,1$;

б) $16,2 \cdot 0,01$;

в) $0,7 \cdot 0,001$.



924 Замени деление умножением и вычисли. Сделай вывод.

а) $5,32 : 0,1$;

б) $0,64 : 0,01$;

в) $1,0025 : 0,001$.

925 Вычисли:

1) $35,4 \cdot 0,1$;

2) $6,25 : 0,1$;

3) $0,0091 : 0,001$;

$78 \cdot 0,1$;

$53 : 0,1$;

$5 \cdot 0,01$;

$0,2 \cdot 0,01$;

$0,296 : 0,01$;

$4,87 : 0,0001$;

$4,9 \cdot 0,001$;

$3,18 : 0,001$;

$1,614 \cdot 0,1$.



926 Найди значение выражения:

1) $14,25a + 0,025b + 0,795c$, если $a = 10$, $b = 100$, $c = 1000$;

2) $34,9x + 1856y + 0,5z$, если $x = 0,1$, $y = 0,01$, $z = 0,001$.

927 1) Сапоги стоили 3000 р. Цена на них последовательно понижалась 2 раза на 10 %. Какой стала цена сапог после второго понижения?

2) Свитер стоил 800 р. Цена на него последовательно повышалась 2 раза на 10 %. Какой стала цена свитера после второго повышения?

928

БЛИЦтурнир

Вырази 1% и 10% в десятичных дробях и реши задачи:

- 1) В университете учатся a студентов. 1% студентов университета проживают в общежитии. Сколько студентов проживает в общежитии?
- 2) Открытка стоит b р., что составляет 1% стоимости букета цветов. Сколько стоит букет цветов?
- 3) Стадион вмещает c зрителей. На матч по футболу уже продано 10% всех имеющихся билетов. Сколько билетов продано?
- 4) В школе французский язык изучают 10% учеников. Сколько всего учеников в школе, если французский язык изучают d учеников?
- 5) Турист наметил маршрут длиной n км. 1% всего маршрута он проехал на лодке, а 10% – прошел пешком. Сколько всего километров он проехал на лодке и прошел пешком?
- 6) Площадь дачного участка равна k га, что составляет 1% площади участков, занимаемых садовым товариществом, а площадь садового товарищества составляет 10% всех площадей, отведённых под дачные участки в районе за год. Чему равна общая площадь садовых участков, отведённых в районе за этот год?



929

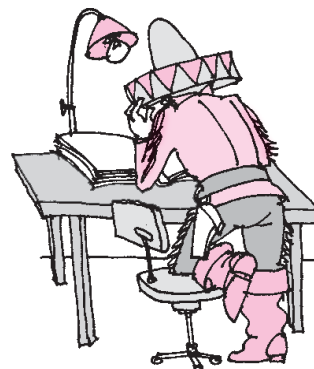
Найди значение выражения:

- 1) $(0,38 : 0,1 - 295 : 100 + 0,00164 \cdot 10\,000) \cdot 0,1 + 7,5 \cdot 0,01$;
- 2) $0,84 \cdot 100 \cdot 0,1 + 595,9 \cdot 0,01 - (9,115 : 0,01 - 8,56 : 0,1) : 100$.

π

930 Реши примеры и расшифруй пословицу:

- | | |
|-----------------|-----------------------------------|
| 1) $0,7 + 0,5$ | 3) $168,25 - 32 - 7,819$ |
| $3,9 + 5,4$ | $234 + 52,03 - 26,9$ |
| $7,6 - 0,8$ | $74,5 - 3,54 + 842,01$ |
| $10,3 - 1,9$ | $12,76 + 0,6 + 8,914$ |
| 2) $0,4 - 0,28$ | $4,518 + (62 - 37,5) + 0,82$ |
| $5,68 + 0,12$ | $(46,3 - 2,59) - (6,75 + 0,005)$ |
| $15 - 7,2$ | $53,102 - (16,9 - 0,07) + 13,728$ |
| $4,3 + 3,83$ | $251,9 - (78,018 + 3,8) - 2,01$ |



- | | | | |
|------------------|----------------|-----------------|-----------------|
| 8,4 – пригодится | 128,431 – чем | 5,8 – боги | 29,838 – небось |
| 6,8 – всегда | 22,274 – да | 9,3 – учиться | 259,13 – на |
| 50 – дело | 36,955 – лучше | 0,12 – не | 8,13 – обжигают |
| 7,8 – горшки | 912,97 – авось | 168,072 – брось | 1,2 – грамоте |

931 Найди общие высказывания и высказывания о существовании. Докажи или опровергни их.

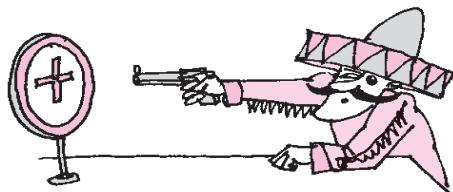
- 1) Любую десятичную дробь можно представить в виде обыкновенной.
- 2) Любую обыкновенную дробь можно представить в виде десятичной.
- 3) Дробь, знаменатель которой в качестве простых делителей содержит только 2 и 5, можно представить в виде десятичной дроби.
- 4) Существует дробь, знаменатель которой делится на 3, но которую можно представить в виде десятичной.
- 5) Из двух десятичных дробей больше та дробь, у которой больше знаков после запятой.
- 6) Иногда приближение числа с точностью до 0,01 больше, чем его приближение с точностью до 0,001.

932 Известно, что $a \approx 7,2$. Может ли a принимать значения:

- 1) $a = 6,98$; 2) $a = 7,195$; 3) $a = 7,2$; 4) $a = 7,(2)$; 5) $a = 7,(16)$? Запиши в виде двойного неравенства множество всех значений, которые может принимать a .

933 Известно, что $a \approx 3,14$. Какие из высказываний: а) верны при всех значениях a ; б) неверны при всех значениях a ?

- $a < 3,14$; $a > 3,14$; $a < 3,15$; $a > 3,15$;
 $a < 3,133$; $a > 3,133$; $a < 3,144$; $a > 3,144$;
 $a \approx 3,143$; $a \approx 3,145$; $a \approx 3,146$; $a \approx 3,1456$.



934 Что произойдет с суммой двух чисел, если округлить: а) одно из слагаемых с избытком; б) одно из слагаемых с недостатком; в) оба слагаемых с избытком; г) оба слагаемых с недостатком; д) одно из слагаемых с избытком, а другое – с недостатком? Приведи примеры.

935 Что произойдет с разностью двух чисел, если округлить: а) уменьшаемое с избытком или с недостатком; б) вычитаемое с избытком или с недостатком; в) уменьшаемое и вычитаемое с избытком; г) уменьшаемое и вычитаемое с недостатком; д) уменьшаемое с избытком, а вычитаемое с недостатком; е) уменьшаемое с недостатком, а вычитаемое с избытком? Приведи примеры.

936 Упрости выражение и найди его значение:

- 1) $9,4 + a + (5,38 - 4,38)$, если $a = 0,82$;
- 2) $b + 42,7 - (39,825 + 2,74)$, если $b = 3,585$;
- 3) $17,56 - (24,16 - 19,8) + c$, если $c = 11,04$;
- 4) $d - 50,19 - (68,7 - 9,1)$, если $d = 130$.



937 Хозяйка заготовила корм для гусей и уток, которого хватило на 2 месяца. На сколько времени хватило бы его одним гусям и одним уткам, если утки съедают его в 2 раза быстрее, чем гуси?

938 Бак наполняется через основной кран за 15 мин, а через запасной – за 25 мин. Сначала в течение 3 минут он наполнялся через основной кран, а затем дополнительно открыли запасной. За сколько времени был наполнен бак?

939 Построй математическую модель задачи и реши её методом *перебора*:
В школьном зале 80 стульев. Перед утренником их расставили в несколько рядов – поровну в каждом ряду. Затем было решено уменьшить число стульев в ряду на 4, при этом число рядов увеличилось на 1. Сколько стало рядов и сколько стульев в каждом новом ряду?

940 Запиши сумму чисел без скобок и найди ответ, используя понятия доходов и расходов (см. № 637):

- а) $(-7,2) + (-2,4)$; в) $(-1,5) + (+0,6)$; д) $(-4,1) + (-0,7) + (-5)$;
б) $(+3,4) + (-0,8)$; г) $(-0,3) + (-5,9)$; е) $(+6,8) + (-2,8) + (-3,6)$.

941 Рассмотрим таблицы и запиши формулы, выражающие зависимость переменной y от x . Найди по формуле значение y при $x = 0, 7, 10, 15$.

1)

x	1	2	3	4	5	6
y	1	4	9	16	25	36

2)

x	1	2	3	4	5	6
y	1	8	27	64	125	216

Д **942** Вычисли:

- 1) $0,96 \cdot 10$; 2) $1,38 \cdot 1000$; 3) $0,085 \cdot 100 : 10$;
 $8,34 : 10$; $29,7 : 10\ 000$; $56,8 : 10 \cdot 1000$;
 $35,79 \cdot 100$; $0,094 \cdot 100\ 000$; $0,9036 \cdot 10\ 000 : 100$;
 $0,63 : 100$; $2,5 : 1\ 000\ 000$; $4,5 : 100 \cdot 1\ 000\ 000$.

943 Вырази в более мелких единицах:

- 1) $5,3\ м = \dots\ см$; 2) $5,2\ кг = \dots\ г$; 3) $34\ м^2 = \dots\ дм^2$;
 $0,18\ м = \dots\ дм$; $6,315\ т = \dots\ ц$; $15,2\ га = \dots\ а$;
 $12,7\ дм = \dots\ мм$; $92,03\ т = \dots\ кг$; $0,06\ дм^2 = \dots\ мм^2$;
 $0,04\ км = \dots\ м$; $0,74\ ц = \dots\ кг$; $0,95\ км^2 = \dots\ м^2$.

944 Вырази в более крупных единицах:

- 1) $7,8\ мм = \dots\ см$; 2) $29\ кг = \dots\ т$; 3) $1,5\ мм^2 = \dots\ см^2$;
 $43,6\ см = \dots\ м$; $17,5\ ц = \dots\ т$; $140\ см^2 = \dots\ м^2$;
 $15\ м = \dots\ км$; $8,4\ кг = \dots\ ц$; $56,2\ а = \dots\ га$;
 $1920\ дм = \dots\ км$; $250\ г = \dots\ кг$; $60\ 000\ м^2 = \dots\ км^2$.

945 В 100 г черной смородины содержится примерно 250 мг витамина С (1 мг = 0,001 г). Определи содержание витамина С в граммах на 1 кг черной смородины. Сколько суточных доз витамина С для взрослого человека заменяет 1 кг черной смородины, если 1 суточная доза составляет 0,05 г?



946 Перерисуй таблицы в тетрадь и заполни пустые клетки:

а)

x	36,2	45	8,3	0,7
$0,1x$				
$0,01x$				
$0,001x$				

б)

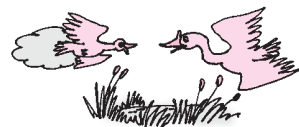
y	0,025	5,48	17	2,4
$y : 0,1$				
$y : 0,01$				
$y : 0,001$				

947 Вычисли:

- 1) $42,5 \cdot 0,1$; 2) $0,096 : 0,01$; 3) $2,19 : 10 : 0,01$;
 $7,8 : 0,01$; 4) $500 \cdot 0,0001$; 5) $58,6 \cdot 0,001 \cdot 100$;
 $5300 \cdot 0,0001$; 6) $0,84 : 0,001$; 7) $741,5 \cdot 0,1 : 1000$.

948 Составь выражение и найди его значение:

- 1) разность суммы чисел 5,69 и 1,606 и числа 1,29;
 2) сумма разности чисел 3,7 и 2,388 и числа 0,76;
 3) разность суммы чисел 8,59 и 2,31 и их разности;
 4) разность числа 54,002 и разности чисел 28,7 и 5,001.



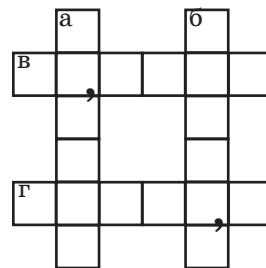
949 Арифметический кроссворд

По вертикали:

- а) $10,2856 + 2,59$;
 б) $456,399 + 27188,701$;

По горизонтали:

- в) $55,614 - 23,1569$;
 г) $15739,045 - 13,745$.



950 Старинная задача

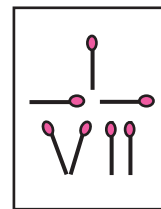
Дикая утка от южного моря до северного моря летит 10 дней, а дикий гусь от северного моря до южного моря летит 15 дней. Теперь дикая утка и дикий гусь вылетают одновременно. Через сколько дней встретятся?

951 Вычисли и докажи, что полученную дробь нельзя перевести в десятичную. Запиши ответ в виде бесконечной периодической десятичной дроби, указав период.

$$1\frac{3}{7} \cdot \left[5 - \left(4\frac{1}{3} \cdot 2 - 2\frac{1}{6} : \frac{3}{8} \right) : 13 \cdot 8\frac{2}{11} \right] - 4\frac{1}{2} : 3,3.$$

952* Числовые головоломки

1) Из семи спичек выложено число $\frac{1}{7}$. Как превратить эту дробь в число равное $\frac{1}{3}$, не прибавляя и не убавляя спичек?



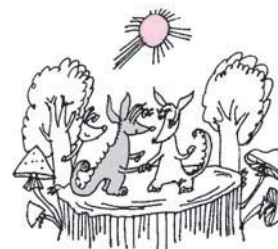
2) Число 37 записано при помощи пяти троек: $37 = 33 + 3 + \frac{3}{3}$.

Найди другой способ выразить число 37 при помощи пяти троек, используя скобки и знаки арифметических действий. Изменение порядка слагаемых не считается другим способом.

953* Расшифруй записи, если одинаковые буквы означают одинаковые цифры, а разные буквы – разные цифры:

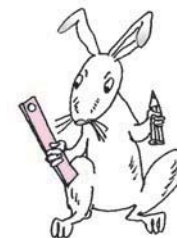
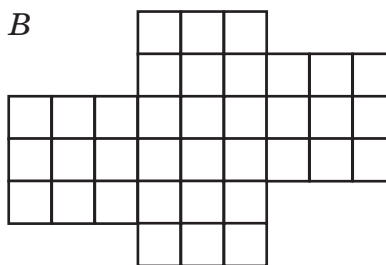
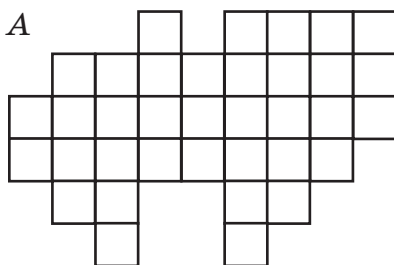
а)
$$\begin{array}{r} \text{С У М К, А} \\ + \text{С У М К, А} \\ \hline \text{Б А Г А Ж} \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} \text{С Л О В, О} \\ + \text{С Л О В, О} \\ \hline \text{П Е С Н Я} \end{array}$$



954* а) Раздели фигуру А на 9 равных по площади фигур.

б) Покажи, как разделить фигуру В на 8 равных по площади фигур шестью отрезками.



3. Умножение десятичных дробей.

Установим правило умножения конечных десятичных дробей, используя, как и ранее, переход к обыкновенным дробям. Вычислим, например, произведение $3,21 \cdot 2,6$:

$$3,21 \cdot 2,6 = \frac{321}{100} \cdot \frac{26}{10} = \frac{321 \cdot 26}{1000} = \frac{8346}{1000} = 8,346.$$

Мы видим, что умножение данных десятичных дробей свелось к умножению натуральных чисел, которые получаются после отбрасывания запятой в сомножителях. А число знаков после запятой в произведении такое же, как в обоих множителях вместе.

И вообще, алгоритм умножения десятичных дробей можно записать так:

1) *Отбросить в множителях запятые и перемножить получившиеся натуральные числа.*

2) *В полученном произведении отделить запятой справа столько знаков после запятой, сколько их в обоих множителях вместе.*

Записывают умножение десятичных дробей, как и натуральных чисел, — «в столбик», не глядя на запятые, например:

$$\begin{array}{r} \times 2,35 \\ \times 0,014 \\ + 940 \\ + 235 \\ \hline 0,03290 \end{array} = 0,0329$$

$$\begin{array}{r} \times 0,0056 \\ \times 34000 \\ + 224 \\ + 168 \\ \hline 190,4000 \end{array} = 190,4$$



К 955 Вычисли устно:

- 1) $7 \cdot 0,2$; 2) $0,8 \cdot 0,7$; 3) $60 \cdot 0,03$; 4) $5,78 \cdot 0$; 5) $0,3^2$;
 0,5 · 4; 0,4 · 0,3; 0,9 · 800; 1 · 92,6; 0,2³;
 2 · 2,5; 1,2 · 0,6; 0,004 · 0,6; 0,89 · 0,1; 0,07²;
 1,6 · 9; 0,15 · 0,5; 3,5 · 0,02; 0,001 · 4,8; 0,01³.

956 Зная, что $712 \cdot 43 = 30\,616$, вычисли:

- 1) $7,12 \cdot 43$; 3) $71,2 \cdot 0,43$; 5) $712 \cdot 0,0043$; 7) $0,712 \cdot 0,043$;
 2) $7,12 \cdot 4,3$; 4) $71,2 \cdot 0,043$; 6) $712 \cdot 0,00043$; 8) $0,712 \cdot 0,0043$.

957 Сделай прикидку произведения:

- 1) $9,6 \cdot 7,18$; 3) $5,12 \cdot 0,308$; 5) $83,9 \cdot 6,374$; 7) $0,027 \cdot 529,4$;
 2) $2,346 \cdot 8,2$; 4) $4,219 \cdot 0,75$; 6) $0,48 \cdot 16,109$; 8) $3,152 \cdot 78,006$.

Образец:

$$36,915 \cdot 0,028 \approx 40 \cdot 0,03 = 1,2$$

958 Зная, что $728 \cdot 5609 = 4\,083\,352$, найди правильные ответы. Из соответствующих им букв составь название созвездия.

$7,28 \cdot 56,09$	$40,83352$ Н	$4083,352$ О	$408,3352$ В	$4,083352$ И
$72,8 \cdot 0,5609$	$0,4083352$ А	$408,3352$ Р	$4,083352$ Д	$40,83352$ Е
$7280 \cdot 5,609$	$408,3352$ Б	$40,83352$ Й	$40833,52$ С	$4083,352$ М
$7,28 \cdot 0,5609$	$0,4083352$ Л	$4,083352$ Ы	$40,83352$ Т	$408,3352$ К

959 Даны числа: 29,6; 5,8; 42,13; 73,9; 11,04; 0,96; 57,109; 105,6. Выбери из них одно и вставь вместо звездочки так, чтобы ответ примера был максимально близок к указанному приближению:

- 1) $2,38 \cdot * \approx 120$; 3) $* \cdot 5,12 \approx 150$; 5) $4,02 \cdot * \approx 400$; 7) $* \cdot 30,6 \approx 30$;
 2) $3,04 \cdot * \approx 18$; 4) $* \cdot 0,64 \approx 6$; 6) $* \cdot 1,95 \approx 80$; 8) $2,8 \cdot * \approx 210$.

960 Вычисли. Проверь себя, сделав «прикидку»:

- а) $4,07 \cdot 96$; д) $5,09 \cdot 6,09$; и) $7,4 \cdot 900$; н) $0,25 \cdot 160 \cdot 12,12$;
 б) $31,6 \cdot 705$; е) $34,2 \cdot 0,407$; к) $9200 \cdot 0,85$; о) $0,08 \cdot 0,375 \cdot 5,05$;
 в) $19,2 \cdot 3,7$; ж) $0,705 \cdot 0,508$; л) $0,907 \cdot 4090$; п) $36,67 \cdot 660 \cdot 0,045$;
 г) $70,08 \cdot 0,4$; з) $55,6 \cdot 0,9003$; м) $6700 \cdot 87,6$; р) $0,09 \cdot 279,1 \cdot 3000$.

961 Игра «Кто быстрее?»

Игра заключается в том, чтобы найти выигрышную строчку, столбец или диагональ, произведение чисел в которых равняется числу, записанному около таблицы. Выигрывает тот, кто сделает это быстрее и сумеет доказать правильность решения.

а) **66,924**

0,7	2,5	9,1
0,3	1,4	5,6
2,2	7,8	3,9

в) **4,644**

2,4	4,3	4,1
5,8	0,9	3,6
7,5	1,2	9,7

д) **130,56**

1,9	7,3	6,4
5,7	8,5	3,8
2,4	1,2	0,6

б) **321,3**

3,8	6,9	2,3
7,5	5,1	8,4
0,2	1,6	4,7

г) **5,04**

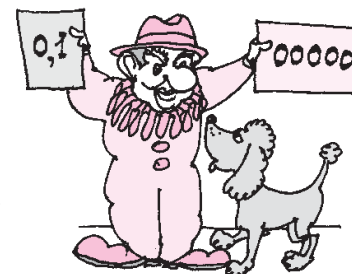
4,5	1,6	0,7
3,1	2,8	8,4
6,2	5,3	7,9

е) **22,77**

8,4	9,9	1,8
1,7	0,1	2,3
3,2	6,8	5,5

962 Найди значение выражения (в скобках указано число знаков после запятой в последнем множителе):

- а) $0,1 \cdot 0,01 \cdot 0,001 \cdot \dots \cdot 0,00\dots01$ (9 знаков);
 б) $0,2 \cdot 0,02 \cdot 0,002 \cdot \dots \cdot 0,00\dots02$ (9 знаков);
 в) $0,1 \cdot 0,01 \cdot 0,001 \cdot \dots \cdot 0,00\dots01$ (99 знаков);
 г) $0,1 \cdot 0,001 \cdot 0,00001 \cdot \dots \cdot 0,00\dots01$ (99 знаков);
 д) $0,1 \cdot 0,01 \cdot 0,001 \cdot \dots \cdot 0,00\dots01$ (999 знаков).



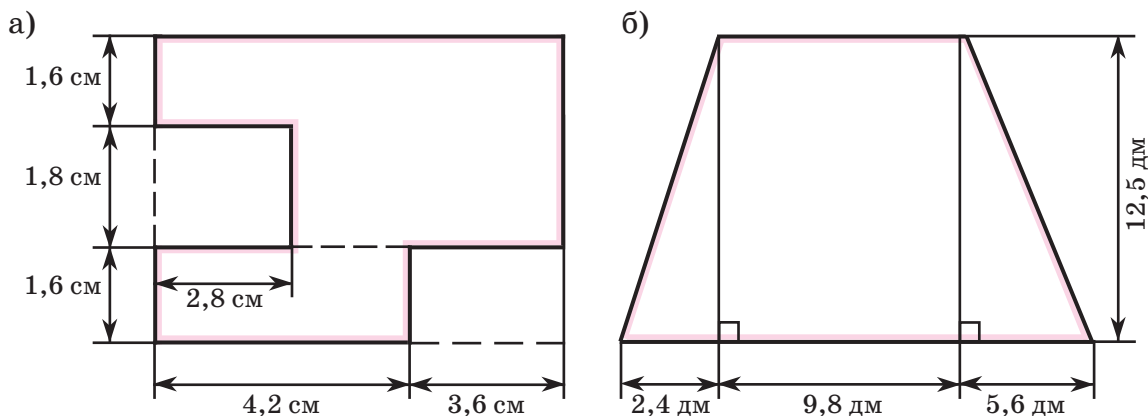
963 Скорость скворца $19,5$ м/с, а скорость стрижа в $1,4$ раза больше. На сколько метров меньше, чем стриж, пролетит скворец: а) в секунду; б) в минуту?

964 Составь задачу по выражению и реши её:

- а) $92,4 \cdot 3,2$; б) $18,6 \cdot 3 + 9,5 \cdot 2$; в) $(14,7 + 8,9) \cdot 2$.

965 Садовый участок прямоугольной формы имеет длину 30,2 м, а ширину – на 9,7 м меньше. Чему равна площадь этого садового участка? Сколько надо заплатить за установку изгороди вокруг него, если 1 погонный метр изгороди стоит 250 р., а установка одного метра стоит 50 р.? Вырази полученное число в тысячах рублей и округли до десятых.

966 Найди площадь фигур:



967 1) Сарай имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Ширина сарая 7,5 м, длина – в 1,68 раза больше ширины, а высота – на 9,4 м меньше длины. Сарай заполнен сеном. Чему равна масса этого сена, если 1 м³ сена весит 0,6 ц?

2) Бак без крышки имеет форму куба с ребром 0,6 м. Найди объём и площадь наружной поверхности бака. Сколько краски потребуется, чтобы покрасить бак снаружи и изнутри, если на покраску 1 м² расходуется 0,2 кг краски?

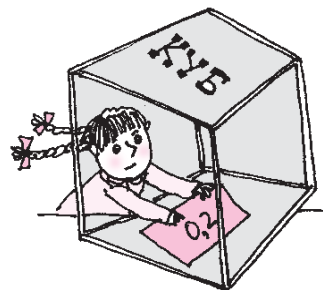
968 Прочитай выражение и найди его значение:

- 1) $(0,5 + 0,2)^2$; 3) $0,5^2 - 0,2^2$; 5) $(0,5 + 0,2)^3$; 7) $0,5^3 - 0,2^3$;
 2) $0,5^2 + 0,2^2$; 4) $(0,5 - 0,2)^2$; 6) $0,5^3 + 0,2^3$; 8) $(0,5 - 0,2)^3$.

969 Запиши выражение и сосчитай: 1) сумма квадратов чисел 1,5 и 4,5; 2) квадрат разности чисел 3,6 и 2,8; 3) разность кубов чисел 0,6 и 0,4; 4) куб суммы чисел 3,7 и 1,3.

970 Выполни программу действий и составь выражение:

- 1) Найти произведение чисел 4,06 и 30,5.
- 2) Число 0,007 увеличить в 310 раз.
- 3) Сложить результаты 1-го и 2-го действий.
- 4) Возвести в куб число 0,2.
- 5) Число 7,25 умножить на результат 4-го действия.
- 6) Результат 5-го действия уменьшить на 0,008.
- 7) Результат 3-го действия разделить на число 3.
- 8) Число 32 умножить на результат 6-го действия.
- 9) Найти разность результатов 7-го и 8-го действий.



971 Найди значение выражения:

1) $(15,2 - 4,8 \cdot (150 \cdot 0,1^2 + 1,56)) \cdot 40 - 0,2^2 \cdot 60^2 \cdot 0,5^3$;

2) $10,697 + (0,6^2 + 0,8^2)^3 \cdot ((3,78 + 16,3)^2 - 12,9 \cdot 0,016) : 1000$.

972 Запиши с помощью букв переместительное, сочетательное и распределительное свойства умножения. Проверь справедливость записанных равенств для значений букв, взятых из множества десятичных дробей по собственному выбору. Можно ли на основании проведенных тобой вычислений сделать вывод о справедливости указанных правил для любых десятичных дробей? Почему? Можешь ли ты доказать их справедливость в общем случае?

973 Вычисли наиболее удобным способом:

1) $0,2 \cdot 7,24 \cdot 50$;

6) $2,3 \cdot 6,9 + 7,7 \cdot 6,9$;

2) $93,6 \cdot 4 \cdot 0,25$;

7) $14,5 \cdot 3,8 - 14,5 \cdot 2,8$;

3) $0,125 \cdot 8 \cdot 5,42$;

8) $21,3 \cdot 8,5 + 21,3 \cdot 91,5$;

4) $0,4 \cdot 3,2 \cdot 5 \cdot 0,02 \cdot 25$;

9) $74,06 \cdot 0,03 - 4,06 \cdot 0,03$;

5) $0,5 \cdot 12,5 \cdot 0,688 \cdot 20 \cdot 0,8$;

10) $45,16 \cdot 1,04 + 1,04 \cdot 54,84$.

974 Используя распределительное свойство умножения, найди одну пару x и y , удовлетворяющих равенству:

1) $x \cdot (3,6 - 0,6) = 4 \cdot 3,6 - 4 \cdot y$;

3) $(x + 4,1) \cdot 0,2 = 1,6 + y$;

2) $0,7 \cdot (5 + x) = y + 0,14$;

4) $(9 - x) \cdot y = 4,5 - 0,35$.

975 Как найти часть числа, выраженную дробью? Изменится ли правило, если часть выражена десятичной дробью? Найди:

1) 0,8 от 20;

3) 0,05 от 80;

5) 1% от 0,9;

7) 40% от 60;

2) 0,6 от 12;

4) 0,15 от 4;

6) 10% от 17;

8) 50% от 0,2.

976 1) Первый из трёх множителей равен 2,4, второй составляет 62,5% первого множителя, а третий – 0,4 первого множителя. Найти произведение.

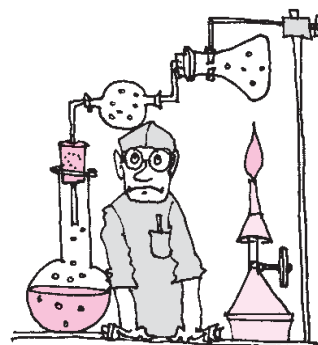
2) Найти объём прямоугольного параллелепипеда, если известно, что одно из трёх рёбер, выходящих из его вершины, равно 2,25 м, а длина каждого из двух других рёбер составляет 80% длины этого ребра.

977 а) Что больше: 0,7 от 0,16 или 0,16 от 0,7?

б) Что меньше: 48% от 30 или 30% от 48?

978 1) Сплав содержит 78% олова, 16% сурьмы и 6% меди. Какое количество каждого из этих металлов содержится в 150 г сплава?

2) Соя содержит 40% белка и 29% крахмала. Фасоль содержит 23% белка и 55% крахмала. На сколько больше белка в 25 кг сои, чем в 25 кг фасоли? На сколько больше крахмала в 25 кг фасоли, чем в 25 кг сои?



- 979** 1) Золотая цепочка весит 8 г. Какова масса золота в ней, если это золото 375-й, 583-й, 958-й пробы?
2) Серебряное кольцо весит 20 г. Сколько в нём серебра, если на колье указана проба серебра 800, 875, 916?
(Пробой драгоценного металла называется число граммов этого металла в 1000 г сплава.)



- 980** Лыжники прошли за три дня 80 км. В первый день они прошли 25% всего пути, а во второй день – 0,6 оставшегося расстояния. Сколько километров прошли лыжники в третий день?

- 981** 1 мая электросчётчик показывал 23456,7 кВт·ч, а 1 июня – 23567,8 кВт·ч. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию в мае, если 1 кВт·ч стоит 5,8 рубля? (При снятии показаний учитывается только целая часть киловатт-часов.)

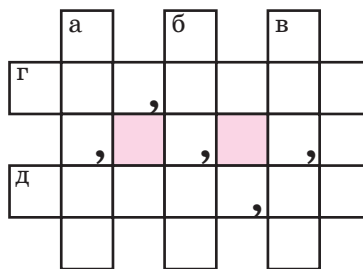
982 Числовой кроссворд

По вертикали:

- а) $6,08 \cdot 70,5$;
б) $0,2457 \cdot 3700$;
в) $108\,000 \cdot 0,00857$;

По горизонтали:

- г) $107,3 \cdot 2,088$;
д) $5,094 \cdot 9070$.



- 983** Известно, что рост А.С. Пушкина был равен 5 английским футам 5,5 дюймам. Вырази его в сантиметрах, если 1 фут = 30,48 см, а 1 дюйм = 2,54 см. Результат округли до единиц.

- 984** Автомобиль затрачивает на 10 км пути при движении за городом 0,8 л бензина, в городском режиме при движении без пробок – 1 л, а в пробке – 1,5 л. По пути на дачу автомобиль проехал по городу 7,3 км, причем 1,8 км из них в пробке, а затем за городом – 28,5 км. Сколько бензина затрачено на этот путь?

- 985** Что произойдет с произведением двух чисел, если округлить:

- а) один из множителей с избытком;
б) один из множителей с недостатком;
в) оба множителя с избытком;
г) оба множителя с недостатком;
д) один множитель с недостатком, а другой с избытком?

- 986** Сравни, используя знаки $>$, $<$, $=$:

- | | | |
|------------------------------|--|--------------------|
| 1) $9,5 \cdot 0,3$ и $9,5$; | 2) $0,28 \cdot 0,45$ и $0,45 \cdot 0,28$; | 3) $0,15a$ и a ; |
| 1,6 · 7,9 и 7; | 3,19 · 2,14 и 3,19 · 1,4; | 2,01b и b; |
| 5,5 · 0,4 и 0,5; | 7,18 · 0,56 и 0,56 · 7,21; | 4,6c и 6,4c. |

987 Предложи один способ расстановки недостающих запятых и нулей, при котором получается верное равенство:

- 1) $9,6 \cdot 0,25 = 24$; 3) $6,15 \cdot 784 = 482,16$; 5) $241 \cdot 0,85 = 20,485$;
 2) $548 \cdot 2,1 = 11,508$; 4) $0,46 \cdot 3,18 = 14628$; 6) $0,034 \cdot 19 = 6,46$.

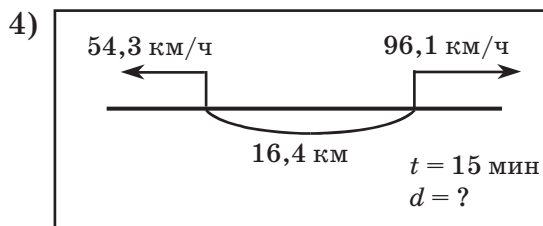
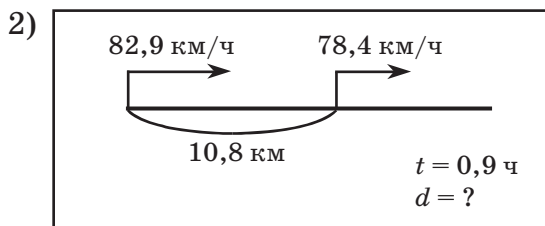
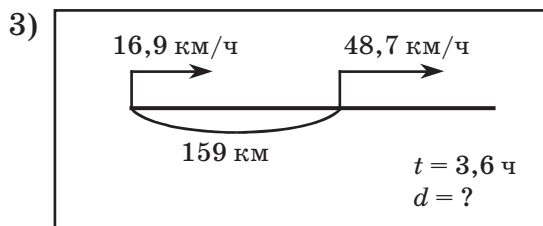
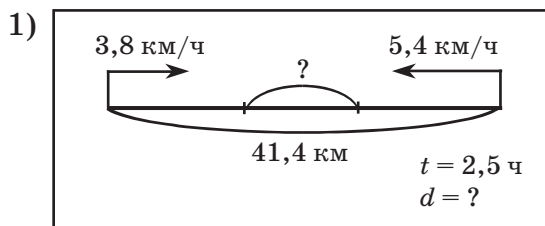
988 Найди значение выражения:

- 1) $20,1a - 17,07a$, если $a = 2,8$; 25 000; 0,407;
 2) $6,48b + 3,6b$, если $b = 5,6$; 90; 80,5;
 3) $c + 1,2 + 7,05c + 12,6$, если $c = 0,4$; 300; 2,04;
 4) $13,45 + 1,085d + 3,92d - 8,4$, если $d = 100$; 1,1; 4040.

989 Переведи обыкновенные дроби в десятичные. Какими способами можно это сделать?

- 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{19}{20}$; 3) $\frac{7}{250}$; 4) $\frac{31}{400}$.

990 Составь задачу по схеме и реши ее:



991 В 8 ч утра от пристани отошёл катер со скоростью 18,2 км/ч, а в 9 ч 30 мин от этой же пристани в том же направлении отошёл теплоход со скоростью 26,6 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут катер и теплоход в 11 ч 15 мин?

992 Алеша мастерит из белого картона игральный кубик с ребром 2,5 дм. На каждой грани кубика надо разместить черные кружки, изображающие числа от 1 до 6 (на одной грани – 1 кружок, на другой – 2 кружка и т. д.).

- 1) Чему равен объём игрального кубика?
 2) Чему равна площадь поверхности белого цвета, если площадь одного кружка равна 0,2 дм² ?



993 Прочитай выражение и найди его значение:

- 1) $(a + b)^2$, если $a = 0,19$, $b = 0,51$; 3) $a^3 + b^3$, если $a = 0,5$, $b = 0,4$;
 2) $a^2 - b^2$, если $a = 1,5$, $b = 0,8$; 4) $(a - b)^3$, если $a = 4$, $b = 3,7$.

994 Запиши выражение и найди его значение. Ответ округли до сотых:

- 1) Разность числа 90,7 и произведения чисел 0,0356 и 590.
 2) Сумма произведения чисел 26,8 и 0,968 и числа 8,6126.
 3) Произведение суммы чисел 3,96 и 36,64 и разности чисел 8 и 2,995.

π

995 Найди закономерность и запиши следующие 2 члена последовательности:

- 1) 10,3; 8,9; 7,5; 6,1 ... 3) 7600; 760; 76; 7,6 ...
 2) 0,15; 1,16; 2,18; 3,21 ... 4) 0,0000049; 0,00049; 0,049 ...

996 Вычисли и расшифруй имя великого древнегреческого драматурга и имя одного из главных героев его произведений:

И	$\begin{array}{r} 3,8 \\ -1,4 \\ \cdot 0,1 \\ -0,02 \\ \cdot 100 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,57 \\ -0,37 \\ +1,82 \\ :0,01 \\ :100 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 87,8 \\ +0,5 \\ -6,3 \\ \cdot 0,01 \\ +1,4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4,16 \\ +1,2 \\ \cdot 10 \\ -51,4 \\ :0,01 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -2,6 \\ :0,1 \\ +3,25 \\ -7,05 \\ \hline \end{array}$
	С	И	Л	Х	Э

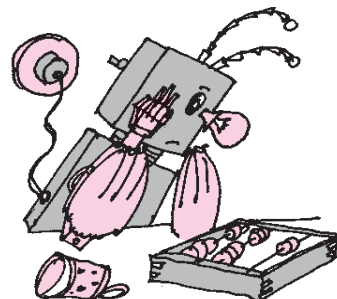
П $5,75 + 38,8$ **М** $68,06 + 1,94$ **Т** $2,97 + 0,032$ **Р** $53,8 + 1,705$ **Е**

$932,6 - 876$ **О** $200,3 - 118,48$ **Й** $111,11 - 83,84$ **Е** $12,34 - 5,67$ **П**

И	20,2	22	220	2,02	2,22	П	6,67	3,002	56,6	44,55	27,27	70	55,505	81,82

997 1) Как изменится десятичная дробь, если запятую переместить на 1 знак вправо, на 2 знака влево, на 3 знака вправо, на 4 знака влево?
 2) Увеличь в 10 раз числа: 2,31; 0,485; 187,2; 0,036.
 3) Уменьши в 100 раз числа: 604,9; 17; 3,25; 0,008.

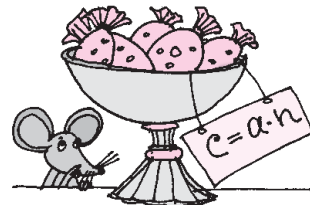
998 1) Доли величины выражены в процентах. Вырази их десятичными дробями: 1%, 3%, 4,5%, 10%, 16%, 20%, 25%, 32%, 40%, 48,5%, 50%, 75%, 82,4%, 93%, 105%, 180%.
 2) Доли величины выражены десятичными дробями. Вырази их в процентах: 0,02; 0,035; 0,1; 0,12; 0,24; 0,3; 0,45; 0,56; 0,612; 0,75; 0,9; 1,2; 1,44; 2,5.



999

1) Верно ли, что стоимость товара равна производительности, умноженной на время? Как найти стоимость товара? Что обозначают величины C , a и n в формуле стоимости $C = a \cdot n$? Как найти цену товара, количество товара? Найди неизвестные величины:

C	a	n
? р.	800 р./шт.	9 штук
1500 р.	30 р./тетр.	? тетрадей
720 р.	? р./конф.	60 конфет



2) Цена шарика 25 р. Купили n шариков. Запиши формулу зависимости между стоимостью C всех шариков и их числом n . Заполни таблицу:

n шариков	1	2	3	4	5	6
C рублей						

3) Надо купить карандаши на 120 р. Запиши формулу зависимости числа купленных карандашей n от их цены a р. за карандаш. Составь таблицу соответственных значений n и a для $a = 5, 10, 12, 15, 20, 24, 30$ рублей.

1000

1) Запиши формулу работы, обозначая выполненную работу – A , производительность – w , время выполненной работы – t . Пользуясь формулой, найди неизвестные величины:

A	w	t
180 деталей	? дет./день	6 дней
? страниц	12 стр./ч	4 ч
90 м ³	3 м ³ /мин	? мин



2) В рукописи 60 страниц. Запиши формулу зависимости времени t ч печатания рукописи от производительности w страниц в час. Составь таблицу соответственных значений w и t , если $w = 3, 4, 5, 6, 10, 12$ страниц в час.

3) Сравни формулу работы $A = wt$ и формулу стоимости $C = an$. Что в них общего и что различного? Приведи примеры других величин, связанных зависимостью $a = bc$.

1001

Переменные x и y связаны зависимостью: $y = x(x + 9) - 8x$. Составь таблицу соответственных значений x и y , если $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Можно ли зависимость y от x выразить другой формулой? Как получить эту новую формулу с помощью преобразований?

1002 Выполни действия, если значения всех переменных – натуральные числа. Если возможно, сократи получившиеся дроби:

$$1) \frac{2}{3a} + \frac{a}{9}; \quad 3) 5 - \frac{3}{d}; \quad 5) \frac{a}{16c} \cdot \frac{4bc}{a^2}; \quad 7) \frac{5x}{42yz} : \frac{x^2}{6y};$$

$$2) \frac{4}{b^2} - \frac{3}{bc}; \quad 4) \frac{3}{n} + k; \quad 6) \frac{m}{6n^2} \cdot (2n); \quad 8) \frac{d^3}{9} : d^2.$$

1003 Докажи, что дробь нельзя перевести в конечную десятичную. Замени её конечной десятичной дробью с точностью до тысячных:

$$1) \frac{7}{30}; \quad 2) \frac{24}{11}; \quad 3) \frac{38}{13}; \quad 4) \frac{45}{7}; \quad 5) \frac{64}{37}.$$

1004 Представима ли в виде конечной десятичной дробь:

$$1) \frac{2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^3 \cdot 7^3 \cdot 11}{2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{11} \cdot 7^2}; \quad 2) \frac{2^7 \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^3}{2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{11} \cdot 7^2 \cdot 11} ?$$

1005 Дана дробь, которую можно представить в виде конечной десятичной дроби. Всегда ли можно представить в виде конечной десятичной дроби: а) удвоенную дробь; б) утроенную дробь; в) её половину; г) её третью часть; д) её пятую часть; е) её седьмую часть; ж) обратную ей дробь?

1006 Даны две обыкновенные дроби, каждая из которых может быть представлена в виде конечной десятичной дроби. Всегда ли можно представить в виде конечной десятичной дроби их сумму, разность, произведение, частное?

1007 а) Сумма двух данных обыкновенных дробей может быть представлена в виде конечной десятичной дроби. Всегда ли можно представить в виде конечной десятичной дроби каждую из этих дробей?

б) Сумма двух данных обыкновенных дробей, а также одна из них могут быть представлены в виде конечных десятичных дробей. Всегда ли можно представить в виде конечной десятичной другую дробь?

1008 а) Произведение двух данных обыкновенных дробей, отличных от 0, может быть представлено в виде конечной десятичной дроби. Всегда ли можно представить в виде конечной десятичной дроби каждую из этих дробей?

б) Произведение двух данных обыкновенных дробей, отличных от 0, а также одна из них могут быть представлены в виде конечных десятичных дробей. Всегда ли можно представить в виде конечной десятичной дроби другую дробь?

1009 Упрости выражения. Что общего в примерах каждого столбца, каждой строки?

$$1) 1,2x + 2,7x + x + 0,1x; \quad 4) 3,4y - y - 0,12y + 0,05y;$$

$$2) 3,6a + b + 0,7b + 2a; \quad 5) 15,2c + 1,6d + 2,9d - c;$$

$$3) 7,4n + 2,6 + n + 5,8; \quad 6) 8,3 + 6,28k - 1,52 + 0,5k.$$



1010 Реши уравнения:

1) $5,6a + 1,25a + 3,15a = 2,7$;

3) $12x - 11,99x + 83,4 = 117,96$;

2) $9,18b + 78,4b + 12,42b = 3,5$;

4) $358,4y + 641,6y - 172,5 = 604,5$.

1011 Построй математическую модель задачи и найди ответ:

В школьную библиотеку поступило 700 учебников по математике, русскому языку и литературе. Учебников по математике было в 2 раза больше, чем учебников по русскому языку, и на 75 меньше, чем учебников по литературе. Сколько учебников по каждому из этих предметов поступило в школьную библиотеку?

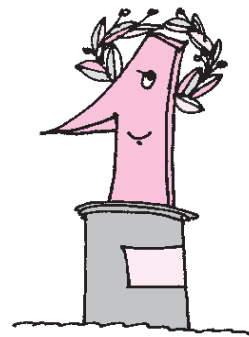
1012 1) Отметь на координатной плоскости точки $A(2; 3)$, $B(8; 11)$, $C(14; 9)$, $D(8; 1)$ и построь четырёхугольник $ABCD$. Проведи диагонали AC и BD и найди координаты их точки пересечения O .

2) Измерь стороны и углы четырёхугольника $ABCD$ и установи как можно больше его свойств.

1013 Докажи, что произведение значений данных выражений равно 1:

1) $1\frac{19}{20} + \frac{4}{5}$; $4\frac{7}{18} - 3\frac{8}{9}$; $4 : 9$; $5\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{22}$;

2) $3\frac{1}{2} + 4\frac{5}{6}$; $6\frac{1}{15} - 4\frac{2}{3}$; $\frac{11}{15} : 3\frac{2}{3}$; $4\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{21}$.



1014 Запиши суммы чисел без скобок и найди ответ (см. № 637). Что ты замечаешь?

$$(-1,9) + (-5,8) \quad (-8,7) + (+3,2) \quad (-2,1) + (-1,2) \quad (-5) + (+3,9)$$

$$(-5,8) + (-1,9) \quad (+3,2) + (-8,7) \quad (-1,2) + (-2,1) \quad (+3,9) + (-5)$$

Д

1015 Найди значение произведения $348 \cdot 506$. Используя полученный результат, вычисли:

1) $3,48 \cdot 506$; 3) $34,8 \cdot 50,6$; 5) $348 \cdot 0,506$; 7) $0,348 \cdot 5,06$;

2) $3,48 \cdot 5,06$; 4) $34,8 \cdot 0,506$; 6) $348 \cdot 0,00506$; 8) $0,348 \cdot 0,0506$.

1016 Сделай «прикидку», а затем вычисли. Как помогает прикидка оценить правильность вычислений?

а) $0,7 \cdot 40$; д) $307,2 \cdot 7$; и) $4,25 \cdot 0,208$; н) $5,26 \cdot 70$;

б) $0,3 \cdot 0,5$; е) $71,5 \cdot 36$; к) $30,4 \cdot 9,04$; о) $0,0304 \cdot 500$;

в) $1,5 \cdot 0,08$; ж) $0,25 \cdot 579$; л) $8,92 \cdot 700,8$; п) $8000 \cdot 7,25$;

г) $0,9^2$; з) $9,86 \cdot 406$; м) $2,003 \cdot 80,6$; р) $0,248 \cdot 9050$.

1017 Найди в таблице выигрышную строчку, столбец или диагональ (произведение чисел в них равняется числу, записанному около таблицы). Докажи правильность решения с помощью вычислений.

а)

170,1

7,5	1,4	0,8
5,9	6,3	4,2
9,1	2,7	3,6

б)

15,3

0,2	3,4	7,1
4,7	2,5	5,3
6,6	1,8	9,7

в)

21,12

1,1	3,2	6,4
2,3	5,5	8,7
0,6	7,8	9,9

1018 Воздух в 825 раз легче воды, а ртуть в 13,6 раза тяжелее воды. Во сколько раз ртуть тяжелее воздуха?

1019 Килограмм картофеля стоит 15 р., килограмм капусты – 25 р., а килограмм моркови – 18 р. Хозяйка купила 4,8 кг картофеля, 2,04 кг капусты и 1,5 кг моркови. Сколько она должна заплатить за покупку?

1020 В школьной тетради 24 листа размером 15,6 см x 20,5 см.

1) Чему равна общая площадь всех страниц тетради? Вырази её в квадратных метрах и округли полученное число до десятых.

2) Если выложить все тетрадные листы один за другим, совмещая по длине, то чему будет равен периметр полученного прямоугольника? Вырази его в метрах и округли полученное число до сотых.

1021 Перепиши примеры в тетрадь, заполнив пропуски так, чтобы получились верные записи:

$$\begin{array}{r} \text{а) } \quad \times \begin{array}{r} \square\square 9, 8 \\ \square, \square 5 \\ \hline 274\square\square \\ + \square\square\square\square 2 \\ \hline \square\square\square 5, \square\square\square \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } \quad \times \begin{array}{r} 0, \square 4 \square \\ 8 \square 6 \square \\ \hline 4 \square 7 0 \\ + \square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square, \square\square\square \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } \quad \times \begin{array}{r} \square, \square 3 \square \\ 7 \square\square, 8 \\ \hline 3 \square 2 \square\square \\ + \square\square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square, \square\square\square 0 \end{array} \end{array}$$

1022 Представь ответ в виде бесконечной десятичной периодической дроби, указав период:

$$((91,2 - 0,064 \cdot 750,5) \cdot 600 - 70,9^2 + 126,01) : 110.$$

1023 Вычисли наиболее простым способом:

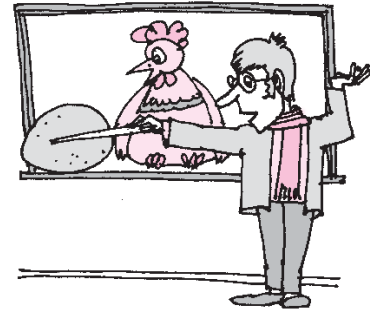
1) $34,946 \cdot 0,2 \cdot 500$;

3) $2,929 \cdot 8,356 + 2,929 \cdot 1,644$;

2) $12,5 \cdot 7,28 \cdot 4 \cdot 0,8 \cdot 0,25$;

4) $47,612 \cdot 3,21 - 47,512 \cdot 3,21$.

1024 Длина класса 10,25 м, ширина – 7,5 м, а высота – 4,8 м. Сколько килограммов кислорода содержится в массе воздуха, наполняющей объём этого пустого класса, если масса 1 м³ воздуха равна примерно 1,21 кг, а кислород составляет 24% этой массы? Ответ округли с точностью до десятых.



1025 Масса куриного яйца равна 80 г. Белок составляет 55% всей массы, а желток – 75% массы белка. Найди массу скорлупы.

1026 Два лыжника бегут по кольцевой трассе навстречу друг другу. Скорость первого лыжника 8,3 км/ч, а скорость второго на 1,9 км/ч больше. Через каждые 0,4 ч они встречаются. Чему равна длина трассы?

1027 Печенье упаковано в коробки, на которых написано: «Брутто – 12 кг, нетто – 11 кг». Запиши десятичной дробью с точностью до сотых часть, которую вес нетто составляет от веса брутто. Вырази округлённую часть в процентах. (*Брутто* – вес товара с упаковкой, *нетто* – без упаковки.)

1028 Упрости выражение и найди его значение:

1) $3,46x - 0,927x + 2,8x + 0,67x$, если $x = 500,1$;

2) $4,25y + 16,9 + 1,5y - 11,203$, если $y = 0,0808$.

1029 Три брата на даче заготавливали дрова. Средний брат заготовил в 2 раза больше дров, чем младший, а старший – в 3,5 раза больше, чем средний. Когда они сложили все дрова в сарай, то вместе с уже имеющимися дровами в сарае оказалось 6 м³ дров. Сколько кубических метров дров наколот каждый из братьев, если известно, что до начала заготовки в сарае было 0,6 м³ дров?



1030 Зависимость между переменными x и y задана формулой: $y = x(x + 2) - x^2$.

1) Заполни таблицу соответственных значений x и y :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y											



2) Сравни соответственные значения x и y в таблице и найди другую формулу, выражающую зависимость y от x . Можно ли получить эту формулу из первоначальной формулы?

1037*

Ваня, Коля и Петя играли в настольный теннис «навылет», то есть в каждой партии двое играют, а третий ждёт и в следующей партии замещает проигравшего (ничьих не бывает). В итоге оказалось, что Ваня сыграл 12 партий, а Коля – 25 партий. Сколько партий Коля отдыхал? Ответ объясни.

4. Деление десятичных дробей.

Умножение десятичных дробей, как мы видели в предыдущем пункте, легко сводится к умножению натуральных чисел – надо только внимательно определить место запятой в произведении.

А вот с делением десятичных дробей дело обстоит сложнее: может оказаться, что частное двух десятичных дробей нельзя записать в виде конечной десятичной дроби. Это связано с тем, что не всякую обыкновенную дробь можно записать в виде конечной десятичной дроби. Попробуем, однако, и при делении десятичных дробей воспользоваться их аналогией с натуральными числами.

Деление натуральных чисел проводится поразрядно: сначала делятся старшие счётные единицы, а затем последовательно, разряд за разрядом, – младшие. Используем этот же принцип и для деления десятичных дробей. Сначала рассмотрим простейший случай – **деление десятичной дроби на натуральное число**.

Например, пусть надо разделить число 9,5 на 4. Разделим сначала целые единицы, затем оставшиеся единицы раздробим в десятые доли, оставшиеся десятые доли – в сотые и т. д. Если десятичных знаков окажется недостаточно, то всегда можно приписать к ним справа столько нулей, сколько требуется.

Итак, будем делить на 4 сначала 9 целых, а затем последовательно – 15 десятых, 30 сотых, 20 тысячных. В итоге получаем, что:

$$9,5 : 4 = 2,375.$$

И вообще, чтобы **разделить десятичную дробь на натуральное число**, можно:

- 1) *Выполнить деление целой части.*
- 2) *Поставить в частном запятую.*
- 3) *Продолжить деление, не обращая внимания на запятую, дописывая в делимом после запятой столько нулей, сколько потребуется.*

Теперь рассмотрим **деление на десятичную дробь**. Этот случай легко свести к делению на натуральное число. Найдем, например, частное от деления 0,3105 на 1,5. Для этого сначала заменим знак деления дробной чертой и применим основное свойство дроби:

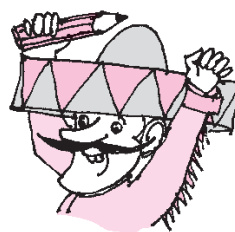
$$0,3105 : 1,5 = \frac{0,3105 \cdot 10}{1,5 \cdot 10} = \frac{3,105}{15} = 3,105 : 15.$$



$$\begin{array}{r} 9,500 \quad | \quad 4 \\ - 8 \\ \hline 15 \\ - 12 \\ \hline 30 \\ - 28 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

Теперь выполним деление дроби на натуральное число по установленному выше правилу:

$$\begin{array}{r} 3,105 \overline{) 15} \\ \underline{0} \\ 31 \\ \underline{30} \\ 105 \\ \underline{105} \\ 0 \end{array}$$



Данный способ можно применить для деления на любую десятичную дробь. Таким образом, чтобы **разделить число на десятичную дробь**, можно:

1) *Перенести в делимом и в делителе запятую вправо на столько цифр, сколько их после запятой в делителе.*

2) *Выполнить деление на натуральное число.*

Рассмотрим теперь случай, когда при использовании данного правила получается бесконечный процесс деления на натуральное число. Попробуем, например, найти частное дробей 0,8 и 0,6:

$$0,8 : 0,6 = 8 : 6 = 1,33333\dots$$

Мы видим, что сколько бы мы ни продолжали деление, в новых разрядах частного всегда будет получаться цифра 3. Происходит это потому, что точное значение частного равно несократимой дроби $\frac{4}{3}$, в знаменателе которой есть простой множитель 3. Следовательно, эта дробь – а стало быть, и частное $0,8 : 0,6$ – *не могут быть* представлены в виде конечной десятичной дроби.

$$\begin{array}{r} 8,0000\dots \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \dots \end{array}$$

Следует сказать, что невозможность при делении десятичных дробей всегда получать конечную десятичную дробь существенно отличает арифметику десятичных дробей от арифметики обыкновенных дробей.

Вместе с тем, как мы говорили, основным назначением десятичных дробей является их *использование для практических измерений*. А эти измерения, как правило, являются приближенными. Так, расстояния в разных случаях измеряют с точностью до 1 м, 1 см, 1 мм и т. д., массу – с точностью до 1 г, 1 ц, 1 т и т. д. Поэтому и результаты арифметических действий в практических расчетах часто приходится округлять.

Заметим, что точно так же «вычисляет» и калькулятор: при делении, например, на калькуляторе с десятью разрядами числа 0,2 на 0,3 результат получается в виде десятичной дроби 0,666666667, которая является приближенным значением частного $0,2 : 0,3$ с точностью до миллиардных. Подобным образом с некоторой заданной точностью одну десятичную дробь всегда можно разделить на другую десятичную дробь.

К

1038 Проверь, верно ли выполнена «прикидка»:

- 1) $86,4 : 4 \approx 20$; 2) $489,2 : 5 \approx 100$; 3) $419,64 : 52 \approx 8$;
 $27,27 : 7 \approx 4$; $509,4 : 6 \approx 80$; $2163,4 : 29 \approx 70$;
 $75,84 : 8 \approx 9$; $764,7 : 3 \approx 250$; $5625,62 : 91 \approx 60$.

1039 Найди с помощью прикидки приближенное значение частного:

- 1) $27,72 : 3$; 3) $177,6 : 6$; 5) $3622,6 : 59$;
 2) $24,85 : 5$; 4) $200,56 : 23$; 6) $259,94 : 82$.

1040 Зная, что $3595 : 5 = 719$, найди частное:

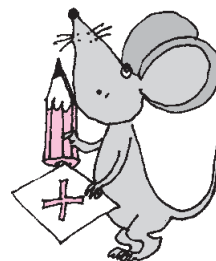
- 1) $35,95 : 5$; 2) $359,5 : 5$; 3) $3,595 : 5$; 4) $0,3595 : 5$.

1041 Выполни прикидку и поставь в частных пропущенные запятые и нули:

- а) $33,28 : 8 = 416$; г) $2049,74 : 22 = 9317$;
 б) $4,23 : 6 = 705$; д) $1505,7 : 315 = 478$;
 в) $2558,4 : 41 = 624$; е) $22,008 : 42 = 524$.

1042 Вычисли устно. Результат проверь умножением:

- 1) $8,4 : 4$; 2) $1,6 : 8$; 3) $0,81 : 9$; 4) $9 : 2$;
 $6,8 : 2$; $2,4 : 4$; $0,64 : 8$; $1 : 4$;
 $10,5 : 5$; $6,3 : 7$; $0,3 : 6$; $2,8 : 70$.



1043 Выполни деление. Проверь результат с помощью умножения:

- а) $81,18 : 9$; г) $312,156 : 39$; ж) $1,463 : 7$; к) $5,751 : 639$;
 б) $361,2 : 42$; д) $1852,59 : 37$; з) $0,288 : 6$; л) $0,138 : 345$;
 в) $5168 : 85$; е) $4584,36 : 506$; и) $4,35 : 58$; м) $0,05076 : 72$.

1044 Реши задачи и определи, что в них общего и что различного. Придумай аналогичную задачу с другими величинами и числами:

- 1) Лодка проплыла 16,8 км по течению реки за 2 ч, а вернулась обратно за 3 ч. На сколько километров в час скорость лодки по течению больше, чем её скорость против течения?
 2) Саша купил 4 одинаковые ручки за 96 р., а Ира купила 6 таких же ручек за 132 р. Кто купил ручки по более низкой цене?
 3) Конфеты расфасованы в коробки по 10,8 кг в каждой. Из одной коробки их разложили поровну в 9 пакетов, а из другой – в 15 пакетов. Масса каких пакетов меньше и на сколько?

1045 Выполни деление. Результат проверь с помощью умножения:

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| а) $25,2 : 0,4$; | е) $20,416 : 0,29$; | л) $427,8 : 0,046$; |
| б) $49,56 : 0,007$; | ж) $3,7259 : 3,7$; | м) $295,22 : 0,0058$; |
| в) $397,5 : 0,53$; | з) $648,432 : 0,72$; | н) $6 : 0,0064$; |
| г) $276,08 : 0,068$; | и) $200,1 : 0,69$; | о) $0,08008 : 3,85$; |
| д) $7164,5 : 8,9$; | к) $56,58 : 0,0082$; | п) $0,02292 : 0,075$. |

1046 Игра «Проще простого»

Игра проводится по аналогии с игрой «Крестики-нолики». Из предложенных десяти чисел надо выбрать пару чисел, а затем найти их частное. Если частное принадлежит таблице, игрок отмечает его в таблице соответственно «крестиком» или «ноликом». Выигрывает тот, кто первым заполнит строку, столбец или диагональ.

0,5	1,2	25	0,1	20	1,8	50	2,5	10	0,4
-----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----

а)	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>25</td><td>0,05</td><td>12</td></tr> <tr><td>2,4</td><td>100</td><td>5</td></tr> <tr><td>0,18</td><td>20</td><td>0,2</td></tr> </table>	25	0,05	12	2,4	100	5	0,18	20	0,2	б)	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>0,01</td><td>500</td><td>3</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,25</td><td>10</td></tr> <tr><td>200</td><td>0,12</td><td>6,25</td></tr> </table>	0,01	500	3	8	0,25	10	200	0,12	6,25	в)	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>40</td><td>250</td><td>0,04</td></tr> <tr><td>18</td><td>50</td><td>3,6</td></tr> <tr><td>4,5</td><td>125</td><td>4</td></tr> </table>	40	250	0,04	18	50	3,6	4,5	125	4
25	0,05	12																														
2,4	100	5																														
0,18	20	0,2																														
0,01	500	3																														
8	0,25	10																														
200	0,12	6,25																														
40	250	0,04																														
18	50	3,6																														
4,5	125	4																														

1047 Найди число, если:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| а) 0,09 его составляют 638,1; | г) 4% его составляют 0,1634; |
| б) 0,72 его составляют 58,104; | д) 35% его составляют 7,014; |
| в) 1,96 его составляют 1097,6; | е) 240% его составляют 23 040. |

1048 БЛИЦтурнир

- 1) Сыну 12 лет, его возраст составляет 0,4 возраста отца. Сколько лет отцу?
- 2) Площадь одной комнаты равна $15,2 \text{ м}^2$, что составляет 80% площади второй комнаты. Чему равна площадь второй комнаты?
- 3) В классе 12 девочек. Число девочек класса составляет 0,6 числа мальчиков. Сколько всего учащихся в этом классе?
- 4) Автотурист проехал в первый день 180 км. Это составило 120% пути, который он проехал во второй день. На сколько километров больше проехал автотурист в первый день, чем во второй?
- 5) Бананы стоят 40 р., что составляет 50% стоимости винограда, а стоимость винограда составляет 32% стоимости ананасов. Сколько стоят ананасы?



1049 Не вычисляя, найди в строках правильные ответы. Из соответствующих им букв составь фамилию известного философа XVIII в., который выдвинул гипотезу о происхождении Солнечной системы из первоначальной туманности (космогоническая теория). В какой стране жил этот философ?



$1,218 : 4$	$3,045$ И	$30,45$ Г	$0,3045$ К	$304,5$ Е
$121,8 : 0,4$	$304,5$ А	$3,045$ Р	$30,45$ Г	3045 О
$0,1218 : 0,04$	$30,45$ Е	$0,3045$ Л	$304,5$ М	$3,045$ Н
$1,218 : 0,04$	$0,3045$ Б	$30,45$ Т	$3,045$ У	$304,5$ Б

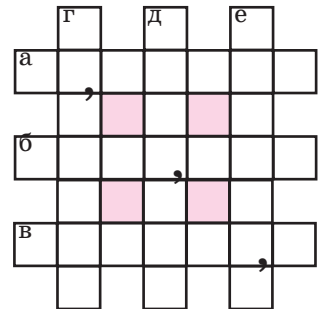
1050 Числовой кроссворд

По горизонтали:

- а) $3,709 \cdot 6,08$;
 б) $197,5 \cdot 40,07$;
 в) $82\,600 \cdot 8,006$;

По вертикали:

- г) $1511,955 : 125$;
 д) $360,242 : 0,08$;
 е) $10132,71 : 0,0375$.



1051 Найди часть, которую одно число составляет от другого, и вырази её в процентах:

- 1) 45 от 30; 2) 0,7 от 2,8; 3) 0,36 от 6; 4) 4,8 от 64.

1052 1) Вчера плащ стоил 3500 р., а сегодня – 2800 р. Какую часть новая цена плаща составляет от старой? Вырази эту часть в процентах.

2) Из 360 т сахарной свеклы получили 57,6 т сахара. Какой процент содержания сахара в сахарной свекле?

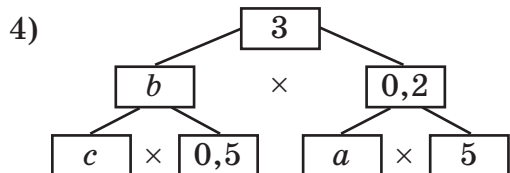
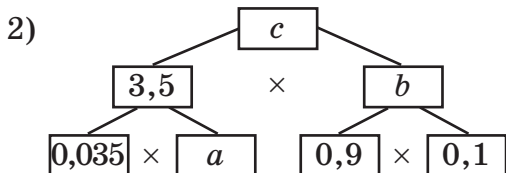
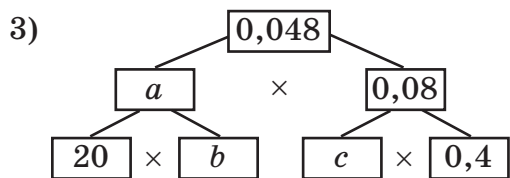
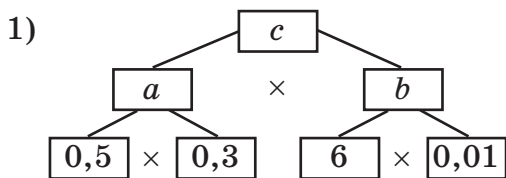
1053 1) При переработке 8 ц пшеницы получено 6,8 ц муки. Какую часть первоначальной массы пшеницы составили отходы? Вырази эту часть в процентах.

2) Рыбак поймал 19,5 кг рыбы, а после вяления её масса уменьшилась до 11,7 кг. Сколько процентов своей массы теряет рыба при вялении?

1054 Звёзды имеют различную яркость. Самые яркие – звёзды первой величины, а самые слабые по яркости, которые можно разглядеть в ночном небе, – звёзды шестой величины. Яркость звёзд при переходе от одной величины к другой последовательно уменьшается примерно в 2,5 раза. Какую часть яркость звёзд шестой величины составляет от яркости звёзд первой величины? Округли результат до тысячных и вырази его в процентах.



1055 Найди значения a , b и c :



1056 Составь программу действий и вычисли:

- 1) $6,82 + (15 - 0,024) : 0,72 + 10 \cdot 0,01$;
- 2) $(44,33 + 100,006) : 4,8 - 0,179 : 0,1$;
- 3) $37,2 : (1,6 - 1,352) - 30,8 \cdot (1,25 + 2,8)$;
- 4) $15,3 : 15 + (8,484 : 1,05 + 0,034 : 1,7) \cdot 0,01$.



1057 Папа изготовил ящик для своих инструментов. Он использовал $0,78 \text{ м}^2$ фанеры по цене 160 р. за квадратный метр, $0,45 \text{ м}^2$ оргалита по 96 р. за квадратный метр, 2 петли по 74 р. за штуку, 14 шурупов по 12 р. за десяток, защелку за 15 р. и 2 ручки по 27,5 р. за штуку. Кроме того, ему потребовалось $0,15 \text{ кг}$ гвоздей по цене 140 р. за килограмм и упаковка клея за 26 р. В магазине такой готовый ящик стоит 2460 р. Сколько денег сэкономил папа?

1058 Портной для пошива рубашек приобрел 2 рулона одинаковой ткани, один рулон длиной 17,5 м, а другой – на 5 м больше. 1) Сколько рубашек он сшил из этой ткани, если на одну рубашку идет 2,5 м? 2) По какой цене за метр портной покупал ткань, если известно, что каждая рубашка была продана по цене 800 р. за штуку, а стоимость пошива и торговая наценка составили 40% цены?

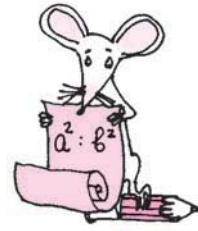
1059 Дачник приобрёл участок земли квадратной формы с периметром 200 м по цене 5,8 тыс. р. за сотку. Он решил поставить ограду с двумя калитками шириной 1,25 м каждая. Стоимость одной калитки равна 3,6 тыс. р., а 10 погонных метров ограды стоят 6 тыс. р. Бригада рабочих поставила ограду за два дня, работая по 8 часов в день. Их работа в течение одного часа стоит 350 р.

- 1) Чему равна стоимость участка земли?
- 2) Чему равна стоимость ограды вместе с её установкой?



1060 Прочитай выражение и найди его значение при $a = 0,05$ и $b = 0,1$:

- 1) $(a : b)^2$; 3) $(a : b)^3$; 5) $a^2 : b^3$;
 2) $a^2 : b^2$; 4) $a^3 : b^3$; 6) $a^3 : b^2$.



1061 Вычисли:

- а) $0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,4$; в) $(0,1)^9$; д) $0,0016 : 0,02$; ж) $(9 : 0,03)^2$;
 б) $0,4 \cdot 0,05 \cdot 0,006$; г) $(0,2)^5$; е) $0,35 : 0,00007$; з) $0,1^3 : 0,1^2$.

1062 Найди значение выражения:

- 1) $97,6 : (0,4^2 \cdot 30,5) \cdot (4,22 + 1,08) - 0,7 \cdot 0,005 : 0,5^2 \cdot 2800$;
 2) $(38,76 : 9,5 - 77,4 : 30)^2 \cdot (5 - 4,8)^3 + (2,4^2 - 1,6^2) \cdot 0,1^2$.

1063 С одного цветка одновременно в противоположные стороны полетели две стрекозы. Через $0,08$ ч между ними было $4,4$ км. Скорость полета первой стрекозы равна $28,8$ км/ч. Чему равна скорость полета второй стрекозы?

1064 Почтовый поезд вышел со станции в 7 ч 54 мин утра со скоростью $48,5$ км/ч. В 9 ч 30 мин утра с той же станции и в том же направлении отправился скорый поезд. С какой скоростью он должен ехать, чтобы догнать почтовый поезд на расстоянии $174,6$ км от станции?

1065 Из морского порта отплыл пароход со скоростью $36,8$ км/ч. Через $1,75$ ч из этого же порта и в том же направлении отплыл катер. Через $1,8$ ч после выхода катера расстояние между пароходом и катером стало равно $86,9$ км. С какой скоростью плыл катер?

1066 В 8 ч утра из пункта A в пункт B выехал автобус со скоростью $45,6$ км/ч, а в 9 ч утра из того же пункта в том же направлении выехала легковая машина. Автобус, двигаясь без остановок, прибыл в пункт B в 14 ч, а легковая машина – в 13 ч 30 мин. На каком расстоянии от A машина догнала автобус? В котором часу это произошло? Какое расстояние было между машиной и автобусом за полчаса до встречи и через полчаса после встречи?

1067 Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 51 км, одновременно навстречу друг другу выехали 2 велосипедиста. Скорость первого велосипедиста равна $15,3$ км/ч, что составляет $0,6$ скорости второго велосипедиста. Через сколько времени после выезда расстояние между велосипедистами будет равно $22,44$ км? (Рассмотреть два случая – момент времени до встречи и после встречи.)



1068 Реши уравнение:

1) $2,16a - 0,7a + 1,04a = 11,77$;

5) $(2,3x + 0,9) : 0,04 - 19,176 = 9,074$;

2) $15,05b + 3,2b - b = 34,5$;

6) $4,505 : (0,4y - 0,02) + 2,29 = 3,54$;

3) $4,8d + 5,91 + 13,2d = 150$;

7) $10,72 + 0,324 : (5,5 - t : 78) = 10,8$;

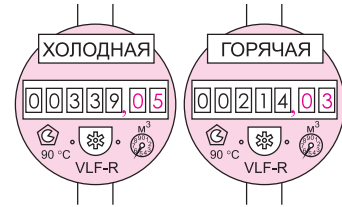
4) $0,2c + 1,6c + 1,1 = 52,5 + 3,5$;

8) $25,12 - 5,12 \cdot (4,5 - 3z) = 0,056 \cdot 380$.

1069 1) Длина прямоугольника в 1,25 раза больше ширины. Найди его площадь, если периметр прямоугольника равен 66,6 см.

2) Ширина прямоугольного параллелепипеда составляет 80% длины, а высота – 124% длины. Найди объём этого прямоугольного параллелепипеда, если сумма длин всех его рёбер равна 30,4 дм.

1070 В квартире, где проживает семья Лейкиных, установлены приборы учёта расхода горячей и холодной воды (счётчики). Лейкины записали, что 1 апреля счётчик холодного водоснабжения показывал расход 335 куб. м воды, а горячего – 212 куб. м. Показания счётчиков на 1 мая изображены на рисунке (при снятии показаний учитывай только целую часть). Какую сумму нужно заплатить Лейкиным за воду в апреле, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 41,34 р., а горячей – 141,92 р.? Ответ дай в рублях.

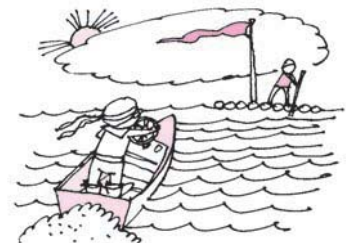


1071 1) Два велосипедиста находились на расстоянии 21,3 км друг от друга. Они выехали одновременно навстречу друг другу и встретились через 0,6 ч. Найди скорость каждого велосипедиста, если скорость одного из них составляет 150% скорости другого.

2) Два пешехода находились на расстоянии 3,2 км друг от друга. Они вышли одновременно в противоположных направлениях и через 0,4 ч оказались на расстоянии 6,8 км друг от друга. Найди скорости пешеходов, если известно, что скорость одного из пешеходов на 0,6 км/ч больше скорости другого пешехода.

1072 1) Два поезда – пассажирский и товарный – выехали одновременно в одном направлении из двух городов, удалённых друг от друга на расстояние 52,8 км. Через 1,75 ч расстояние между поездами увеличилось до 75,2 км. Найди скорости поездов, если скорость товарного поезда составляет 84% скорости пассажирского поезда.

2) По реке плывёт плот. Через 1,4 ч после того, как он проплыл мимо пристани, от этой пристани вниз по реке отправилась лодка. Через 0,5 ч после своего выхода лодка догнала плот. С какой скоростью плыла лодка, если известно, что скорость лодки больше скорости плота на 7 км/ч?



1073 Вычисли устно и расположи ответы примеров в порядке возрастания, сопоставив их соответствующим буквам. Объясни смысл полученного слова.

- П $1,6 : 0,8$ О $5,1 : 0,17$ Г $0,01 : 0,02$ З $7,2 : 0,036$
 Т $2 : 0,05$ И $0,48 : 0,6$ А $7 : 0,007$ Е $0,09 : 0,001$.

1074 Магический квадрат

Выполни деление с точностью до сотых. Ответы примеров соответственно их номерам запиши в клетки 1, 2, 3 и 4 квадрата. Остальные клетки квадрата заполни так, чтобы он стал *магическим*, то есть чтобы сумма чисел по строкам, столбцам и диагоналям была одной и той же.

- 1) $775,4 : 74$;
 2) $15,092 : 0,48$;
 3) $183,39 : 3,5$;
 4) $4320,056 : 91,6$.

1	4	5
7	2	6
8	9	3



1075 Как изменяется частное двух чисел при изменении делимого и делителя? Что произойдёт с частным, если округлить: а) делимое с избытком; б) делимое с недостатком; в) делитель с избытком; г) делитель с недостатком; д) делимое и делитель с недостатком; е) делимое и делитель с избытком; ж) делимое с избытком, а делитель – с недостатком; з) делимое с недостатком, а делитель – с избытком?

1076 Сравни, если все переменные – натуральные числа:

- 1) $a : 7,2$ и $a : 2,7$; 3) $4,026 : c$ и $4,206 : c$; 5) $k : 0,03$ и $k \cdot 0,03$;
 2) $b : 1,45$ и $b : 1,5$; 4) $9,08 : d$ и $8,999 : d$; 6) $n \cdot 2,18$ и $n : 2,18$.

1077 Равны ли выражения? Если нет, то во сколько раз одно из них больше или меньше другого?

- 1) $14,56 : 1,82$ и $145,6 : 1,82$; 5) $14,56 : 1,82$ и $145,6 : 18,2$;
 2) $14,56 : 1,82$ и $0,1456 : 1,82$; 6) $14,56 : 1,82$ и $1,456 : 0,182$;
 3) $14,56 : 1,82$ и $14,56 : 182$; 7) $14,56 : 1,82$ и $1456 : 18,2$;
 4) $14,56 : 1,82$ и $14,56 : 0,182$; 8) $14,56 : 1,82$ и $1,456 : 0,0182$.

1078 Вычисли устно:

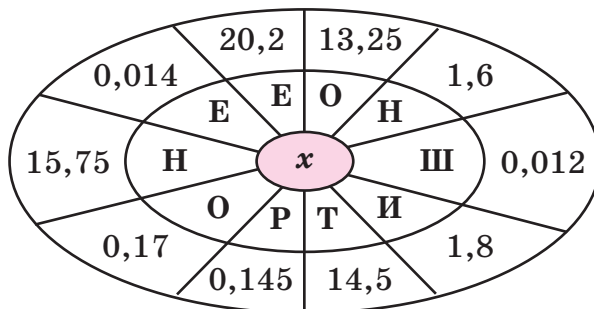
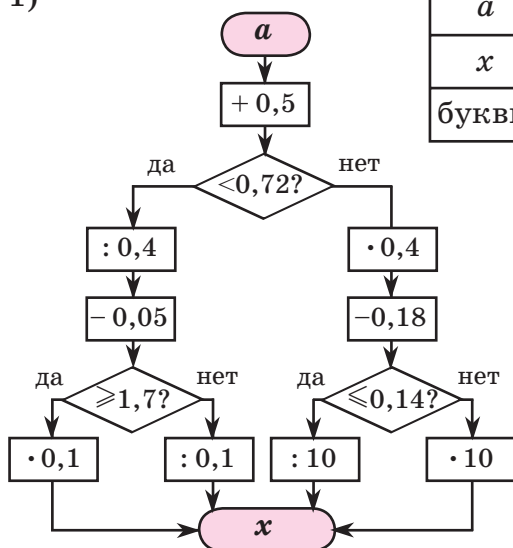
- 1) $12,34 \cdot 567,89 - 123,4 \cdot 56,789$;
 2) $12,34 : 567,89 - 123,4 : 5678,9$;
 3) $(12,34 \cdot 567,89 - 1,234 \cdot 5678,9) \cdot (12,34 \cdot 567,89 + 12340 \cdot 0,56789)$;
 4) $(12,34 : 567,89 - 1,234 : 56,789) \cdot (12,34 : 567,89 + 12340 : 0,56789)$.

1079

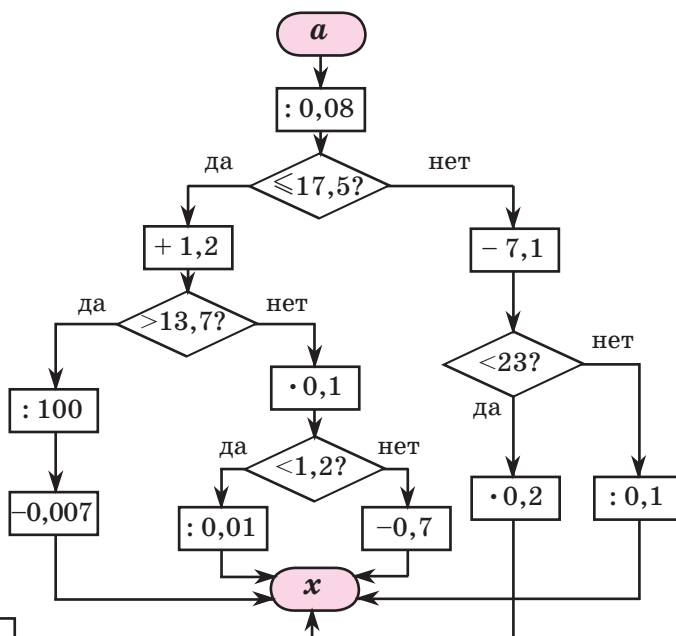
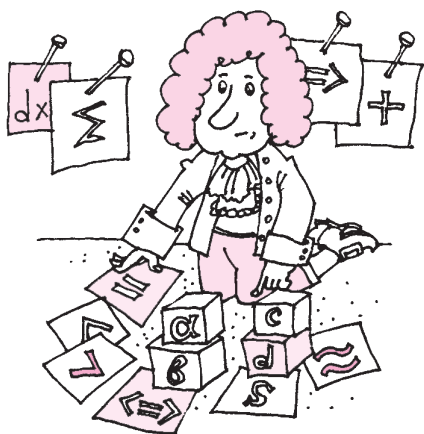
Выполни программу действий и расшифруй математические термины. Можешь ли ты объяснить их смысл?

1)

a	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	5
x									
буквы									



2)



a	0,8	1	1,4	1,8	2,4	4
x						
буквы	П	И	О	Р	Я	Ц

112	3,08	0,18	112	0,18	3,08	429	0,67	4,58

1080

1) Прочитай определение и назови определяемое понятие:

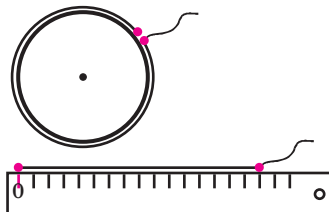
Отношением числа a к числу b называется частное от деления a на b .2) Найди отношение числа a к числу b , если:

- а) $a = 6, b = 3$; г) $a = 896, b = 2,8$; ж) $a = 16,0128, b = 3,2$;
 б) $a = 8, b = 40$; д) $a = 109,2, b = 0,014$; з) $a = 0,06001, b = 0,00085$;
 в) $a = 19, b = 7$; е) $a = 120,03, b = 0,15$; и) $a = 15185,06, b = 0,0506$.

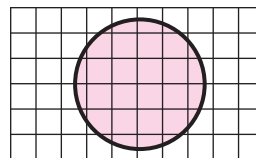
1081

Практическая работа

1) Начерти окружность произвольного радиуса. Измерь с помощью нитки длину окружности и найди отношение длины окружности к её диаметру. Повтори эксперимент ещё 2 раза. Что ты замечаешь? Сформулируй *гипотезу*.



2) Измерь с помощью палетки площадь произвольного круга. Найди отношение площади круга к квадрату его радиуса. Повтори эксперимент ещё 2 раза. Сформулируй *гипотезу*.



1082

1) Архимед установил, что отношение длины окружности к её диаметру есть величина постоянная, равная примерно значению дроби $\frac{22}{7}$. Вырази её десятичной дробью с точностью до сотых и запиши приближённое равенство, выражающее зависимость длины окружности C от её диаметра D .

2) Пользуясь полученным равенством, найди приближённое значение:

- а) длины окружности, радиус которой равен: 5 см; 16 дм; 40 м;
 б) диаметра и радиуса окружности, длина которой равна: 12,56 дм; 1,57 м; 188,4 см.

1083

1) Уже в древности было известно, что Архимедово число $-\frac{22}{7}$ — примерно равно отношению площади круга к квадрату его радиуса. Замени эту дробь десятичной дробью с точностью до сотых и запиши приближенное равенство, выражающее зависимость площади круга S от квадрата его радиуса R .

2) Пользуясь полученным равенством, найди приближенное значение:

- а) площади круга, радиус которого равен: 5 см; 16 м; 40 дм;
 б) радиуса и диаметра круга, площадь которого равна: $78,5 \text{ см}^2$; $12,56 \text{ дм}^2$; 314 м^2 .



π

1084 Найди общие высказывания и высказывания о существовании. Докажи или опровергни их:

- 1) Все натуральные числа, меньшие 4, простые.
- 2) Число 10 имеет составные делители.
- 3) Всякое составное число имеет составные делители, не равные ему.
- 4) Число, кратное 3 и 5, кратно 15.
- 5) $\exists a \in R: 5 \cdot a < 5$ (R – множество дробей).
- 6) $\exists b \in R: 24 : b > 24$ (R – множество дробей).
- 7) $\exists c \in N: 24 : c > 24$ (N – множество натуральных чисел).
- 8) $\exists d \in N: 24 : d \geq 24$ (N – множество натуральных чисел).

1085 Приведи примеры дробей, которые можно привести к знаменателю 10, к знаменателю 100. В каком случае несократимую дробь $\frac{p}{q}$ можно привести к знаменателю 100?

1086 Выпиши множество дробей с числителем 1, которые можно привести к знаменателю 10, и множество дробей с числителем 1, которые можно привести к знаменателю 100. Найди пересечение и объединение этих множеств. Что ты замечаешь?

1087 Верны ли утверждения?

- 1) Если несократимую дробь можно записать в виде конечной десятичной дроби, то её знаменатель в качестве простых делителей имеет только 2 и 5.
- 2) Если знаменатель несократимой дроби имеет в качестве простых делителей только 2 и 5, то эту дробь можно записать в виде конечной десятичной дроби.
- 3) Несократимую дробь можно записать в виде конечной десятичной дроби в том и только в том случае, когда её знаменатель в качестве простых делителей имеет только 2 и 5.

Какие из этих утверждений останутся верными, если убрать слово *несократимая* (с соответствующим падежным окончанием)?

1088 Найди натуральное число q , если:

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| а) $\frac{1}{q} \approx 0,11;$ | в) $\frac{1}{q} \approx 0,1;$ | д) $\frac{1}{q} \approx 0,2;$ |
| б) $\frac{1}{q} \approx 0,14;$ | г) $\frac{1}{q} \approx 0,13;$ | е) $\frac{1}{q} \approx 0,3.$ |

1089 Являются ли периодическими «дроби», если сохранилась закономерность их построения:

- а) 0,101001000100001000001...;
- б) 0,123456789101112131415... ?



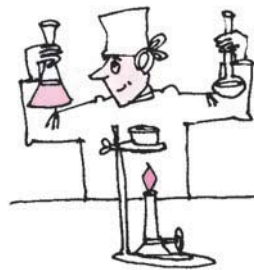
1090 Найди, какую часть число A составляет от числа B , и вырази эту часть в процентах:

$$1) A = \left(4\frac{7}{9} - 2\frac{5}{6}\right) : 1\frac{5}{9} + \frac{4}{9} \cdot 6\frac{3}{16},$$

$$B = \left(1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4}\right) : 8\frac{5}{6} \cdot \left(1\frac{5}{12} - \frac{4}{9}\right) : 2\frac{1}{3} \cdot 24;$$

$$2) A = 2\frac{1}{6} + \left(3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{4}\right) \cdot 1\frac{2}{3} + \frac{3}{14} : 2\frac{4}{7},$$

$$B = \left(2\frac{4}{9} : 2 + 1\frac{7}{36} \cdot 4\right) \cdot \frac{1}{3} : \left(2\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3}\right).$$



1091 Из запаса кислоты в 2 кг студент взял для опыта $84\frac{1}{5}$ г. Оказалось, что он взял на $1\frac{3}{5}$ г больше, чем следовало. При повторном опыте он взял все-таки на $\frac{1}{5}$ г больше, чем следовало. Сколько кислоты осталось после двух опытов?

1092 Шахматная школа для участия в городских соревнованиях должна сформировать команду из трёх человек. Отборочный турнир прошли шесть человек. Результаты их игр за последние полгода приведены в таблице. Назови трёх ребят, показавших лучшую результативность (результативность – это частное от деления числа набранных очков на число игр).

№	Фамилия, имя	Число игр	Число очков
1	Конев А.	56	37
2	Королев Б.	40	25
3	Ладьин В.	64	48
4	Офицеров Г.	32	28
5	Пешков Д.	45	27
6	Ферзев Е.	48	43



1093 Вырази:

1) в метрах в минуту: 6 км/ч, 18 км/ч, 42 км/ч, 90 км/ч;

2) в метрах в секунду: 30 м/мин, 180 м/мин, 240 м/мин, 690 м/мин;

3) в километрах в час: 4 м/с, 15 м/с, 50 м/мин, 800 м/мин.

Образец: $15 \text{ км/ч} = \frac{15 \cdot 1000}{60} \text{ м/мин} = 250 \text{ м/мин}$

$$8 \text{ м/с} = \frac{8 \cdot 3600}{1000} \text{ км/ч} = 28,8 \text{ км/ч}$$

1094 Собака пытается догнать лисицу. Скорость собаки 42 км/ч, а скорость лисицы 37,5 км/ч. Сейчас между ними 750 м. На каком расстоянии друг от друга они будут через t мин ($t < t_{\text{встр.}}$)? Запиши формулу зависимости расстояния d м между собакой и лисицей от времени их движения t мин и составь таблицу соответственных значений t и d для значений $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ мин. Через сколько минут собака догонит лисицу?

1095 Рассмотрим таблицу. Построй формулу зависимости переменной y от переменной x :

1)

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
y	0,6	1,2	1,8	2,4	3

3)

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
y	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05

2)

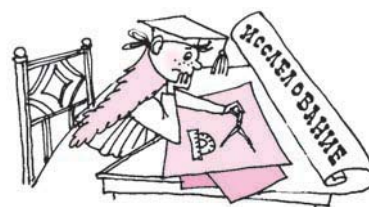
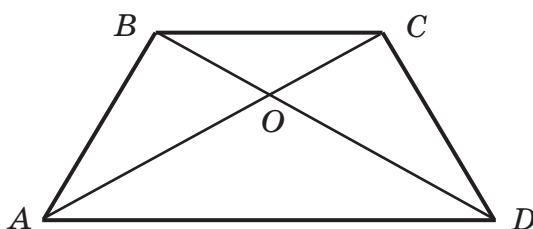
x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
y	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25

4)

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
y	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6

1096 Игра «Кто больше?»

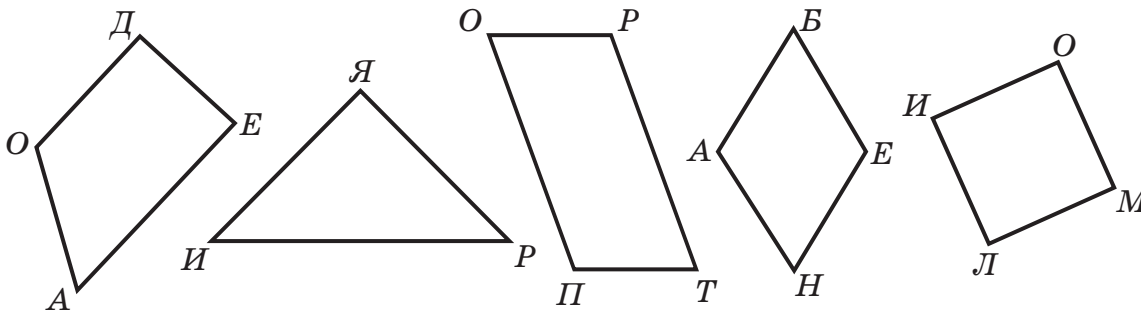
1) Какая фигура изображена на рисунке? Измерь её стороны, углы, диагонали и перечисли как можно больше её свойств.



2) Сколькими способами можно пройти из точки A в точку D ? Перечисли все пути.

3) Сколько на рисунке прямых, острых, тупых углов? Назови все пары вертикальных и смежных углов.

1097 1) Что общего у всех фигур на рисунке? Как все их можно назвать одним словом? Какая фигура лишняя? Почему? Как можно назвать все оставшиеся фигуры? Перечисли все возможные названия для каждой из них.



2) Найди на рисунке острые, прямые и тупые углы. Из букв, соответствующих каждому виду углов, составь по три слова.

1098 Построй математическую модель задачи и ответь на поставленный в задаче вопрос.

1) Маша посчитала, что если даст всем своим гостям по 2 пирожка, то 4 пирожка останутся лишними, а если будет давать всем по 3 пирожка, то 2 пирожков не хватит. Сколько гостей пригласила Маша?

2) Если турист проедет расстояние между городами A и B на велосипеде, то он затратит на 2 ч 30 мин меньше времени, чем если пройдёт этот же путь пешком. Чему равно расстояние между A и B , если на велосипеде турист едет со скоростью 12 км/ч, а пешком идёт со скоростью 4 км/ч?

1099 Выполни действия с числами, обозначающими доходы и расходы (см. № 637). Что общего в приведённых примерах? Сформулируй гипотезу.

$$-2,5 + 3,6 - 1,2$$

$$3,6 - 1,2 - 2,5$$

$$-1,2 - 2,5 + 3,6$$

$$-2,5 - 1,2 + 3,6$$

$$3,6 - 2,5 - 1,2$$

$$-1,2 + 3,6 - 2,5$$

Д

1100 Перепиши равенства и поставь в частных пропущенные запятые и нули:

а) $49,44 : 6 = 824$;

в) $44,1 : 98 = 45$;

д) $1753,38 : 54 = 3247$;

б) $204,8 : 8 = 256$;

г) $102,06 : 14 = 729$;

е) $317,52 : 756 = 42$.

1101 Выполни деление, результат проверь с помощью умножения. Расположи ответы примеров в порядке возрастания, сопоставив их соответствующим буквам, и расшифруй слово. Найди его значение в словаре или энциклопедии.

А $18 : 24$

А $5568,3 : 69$

Е $56,32 : 8$

Р $1,8356 : 26$

С $326,4 : 34$

Б $3099,81 : 509$

К $1563,9 : 78$

А $0,7221 : 87$

1102 Дима сыграл 12 партий в шахматы и набрал 9 очков, а Игорь за 10 шахматных партий набрал 8 очков. Кто из них сыграл результативнее?

1103 Вычисли и проверь с помощью прикидки. Расположи ответы примеров в порядке убывания, сопоставив их соответствующим буквам, и расшифруй географические названия. Что это такое и где расположено?

1) **Е** $50,4 : 0,7$

И $49,4 : 9,5$

Ы $2,989 : 42,7$

Н $14,076 : 0,46$

Н $13,6 : 0,34$

А $3936 : 4,8$

П $190,5 : 0,375$

Н $0,0024 : 0,001$

2) **П** $244,62 : 2,7$

Л $275,728 : 30,4$

И $0,0705 : 7,5$

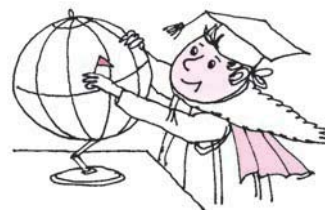
П $1771,2 : 2,05$

Ч $0,0306 : 0,85$

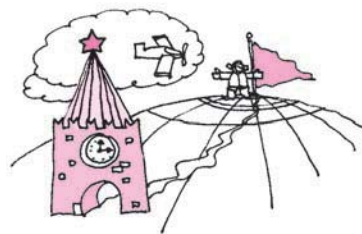
А $37,647 : 0,94$

А $72,54 : 0,009$

А $4,536 : 4,5$



1104 Самолет доставил смену зимовщиков из Москвы на полярную станцию. В первый день самолет пролетел 2400 км. Это составило 0,8 пути, который самолёт пролетел во второй день. А весь путь за первые 2 дня был в 4,5 раза больше пути третьего дня. Чему равна длина воздушного пути от Москвы до полярной станции?



1105 Фермер привез на рынок 8 ц картошки и продал её за 3 дня. В первый день он продал 320 кг, а во второй день – 0,6 этого количества. Сколько килограммов картошки продал фермер в третий день? Какую часть привезённой картошки продавал фермер в каждый из трёх дней? Вырази эти части в процентах.

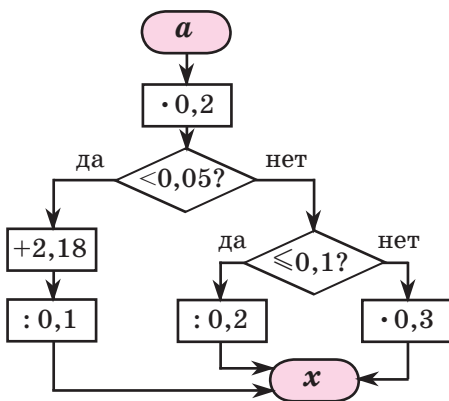
1106 Составь программу действий и вычисли:

- 1) $102 - 2,5 \cdot (1,06 + 1,554 : 0,148) + 3854 : 500$;
- 2) $510 : (22,34 - 9,84) + (588,41 - 78,6 \cdot 3,05) : 37,9$;
- 3) $3500,2 : 0,86 \cdot (3,2 - 2,491) - 31,635 : (2,8 \cdot 8,6 - 19,58) \cdot 80$;
- 4) $(8 : 0,032 + 30,647 : 0,1) : (10 - 0,567 : (2,61 + 9,99) : 0,01 - 0,84 : 8,4)$.

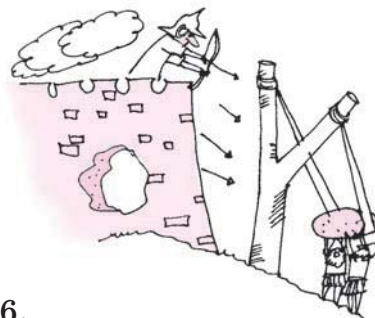
1107 Квадратный стол со стороной 1,2 м имеет две выдвижные доски шириной 0,5 м.

- 1) Сколько человек можно разместить за этим столом, если на каждого человека по длине и ширине стола должно приходиться не менее 0,5 м?
- 2) Какими должны быть размеры и площадь скатерти для этого стола, чтобы края скатерти свисали с каждой стороны на 0,4 м?

1108 Пользуясь блок-схемой, вычисли значения x и расположи их в порядке убывания, сопоставив соответствующим буквам. Расшифруй имя древнегреческого учёного, который одним из первых дал образцы применения математики в естествознании и технике:



a	0,05	0,1	0,3	0,5	0,6	1	2
x							
буквы	Р	А	И	Х	Д	Е	М



1109 Найди значение выражения:

- 1) $(a + 3,62)^2 : 0,25 - a^3 : 40$, если $a = 0,4$;
- 2) $b^2 : 0,05 + (1,2 - b)^3 : 0,4 + 70,037$, если $b = 0,6$.

1110 Из пункта A в пункт B одновременно по одной дороге отправились пешеход и велосипедист. Расстояние между пунктами A и B равно 24 км. Пешеход идет со скоростью 3,75 км/ч, что составляет 25% скорости велосипедиста. Через сколько времени расстояние между ними станет равно 9 км? Какое при этом расстояние до пункта B останется проехать велосипедисту и пройти пешеходу?



1111 Реши уравнения:

1) $5,8x + 7,04x = 3,21$; 3) $(2,61 - 4z) : 0,03 + 4,6 = 90$;
 2) $0,32y - 7,29 = 5,67$; 4) $8,36 - 5,36 : (0,2k + 0,47k) = 7,56$.

1112 Ширина прямоугольника составляет 40% длины, а его периметр равен 68,6 см. Найди площадь этого прямоугольника и вырази её в квадратных дециметрах.

1113 Два поезда вышли одновременно в одном направлении с двух железнодорожных станций, расстояние между которыми 84 км. Через 1,5 ч расстояние между поездами сократилось до 58,8 км. Найди скорости поездов, если известно, что скорость одного из них составляет 79% скорости другого.

1114 Числовой кроссворд

По горизонтали: По вертикали:

- а) $2,9628 : 24$; а) $0,15 \cdot 0,823$;
 б) $92,592 : 7,5$; ж) $0,064 \cdot 192,9$;
 в) $70370,1 : 300$; з) $3890 \cdot 0,0603$;
 г) $86,4195 : 0,025$; и) $0,3389 \cdot 10\ 200$;
 д) $82,22202 : 0,0018$; к) $35,41 \cdot 1290$;
 е) $45,4312 : 0,00008$; л) $521\ 000 \cdot 1,09$.

а	ж	з	и	к	л
б					
в					
г					
д					
е					

1115 1) На какое число надо умножить $2\frac{4}{5}$, чтобы получить тот же результат, что и при делении $3\frac{1}{2}$ на 0,35?

2) На какое число надо разделить $3\frac{5}{9}$, чтобы получить число в 2 раза большее, чем разность $4\frac{1}{12}$ и $2\frac{3}{4}$?

1116 Длина классной комнаты $13\frac{1}{3}$ м, её ширина $-7\frac{1}{2}$ м, а высота $-3\frac{2}{5}$ м. Сколько весит воздух, наполняющий этот пустой класс, если 1 дм³ воздуха весит примерно 1,2 г?

1117 Запиши ряд чисел, которые получатся, если последовательно округлять число 7450,956 с точностью до сотен, десятков, единиц, десятых, сотых.

1118 Вырази:

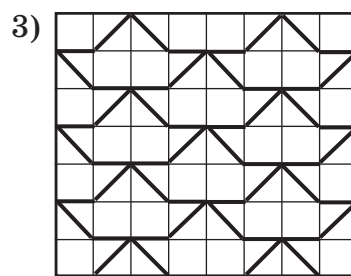
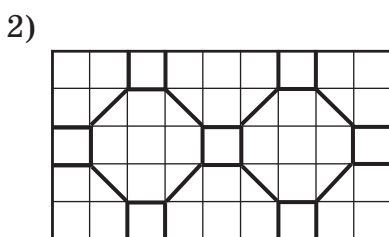
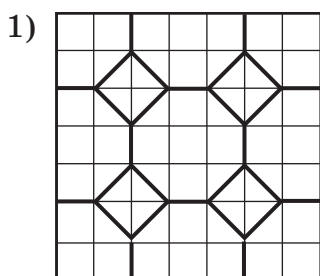
- 1) в метрах в минуту: 24 км/ч, 15 м/с;
- 2) в метрах в секунду: 540 м/мин, 90 км/ч;
- 3) в километрах в час: 5 м/с, 100 м/мин.

1119 Два пешехода идут в противоположных направлениях. Скорость одного из них 4,2 км/ч, а скорость другого – 80 м/мин. Сейчас расстояние между ними равно 30 м. На каком расстоянии друг от друга они будут через t мин? Запиши формулу зависимости расстояния d м между пешеходами от времени их движения t мин и составь таблицу соответственных значений t и d для $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ мин.

1120 Сравни, если все переменные – натуральные числа:

- 1) $a \cdot 0,8$ и a ; 3) $7,4 \cdot c$ и $c \cdot 4,7$; 5) $k : 0,4$ и k ; 7) $5,6 : n$ и $8,1 : n$;
- 2) $b \cdot 1,2$ и b ; 4) $d \cdot 0,5$ и $d \cdot 0,6$; 6) $m : 3,5$ и m ; 8) $t : 0,2$ и $t : 0,7$.

1121 Начерти прямоугольник, стороны которого в 2 раза больше сторон данного прямоугольника, и заполни его паркетом по образцу. Раскрась получившийся рисунок так, чтобы было красиво.



с **1122*** Старинная задача

В клетке находятся фазаны и кролики. Известно, что у них 35 голов и 94 ноги. Сколько в клетке фазанов и сколько кроликов?

1123* Задача из «Счётной мудрости» (XVII в.)

Идёт корабль по морю, на нем мужеска полу и женска 120 человек. Найму дали 120 гривен. Мужчины дали по 4 алтына, а женщины дали по 3 алтына с человека. Сколько мужеска полу было и женска порознь? (1 гривна равнялась 10 копейкам, а 1 алтын – 3 копейкам.)



1124* Вася и Петя, поссорившись, разбежались с одинаковыми скоростями в противоположных направлениях. Через 5 минут Вася спохватился, повернул назад и, увеличив скорость, побежал догонять Петю. Во сколько раз увеличил скорость Вася, если он догнал Петю через 5 минут после того, как повернул назад?

- 1125*** Из рассказа А. П. Чехова «Репетитор»
Купец купил 138 аршин чёрного и синего сукна за 540 р. Сколько купил он того и другого по отдельности, если синее сукно стоило 5 р. за аршин, а чёрное – 3 р.?



Задачи для самопроверки.

- 1126** Представь в виде суммы разрядных слагаемых число 180,7405.

- 1127** Найди сумму: $9000 + 700 + 2 + 0,06 + 0,009$.

- 1128** Вычисли:

- | | | | |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|-----------------------|
| а) $2,514 + 40,3$; | д) $7,8 : 100$; | и) $3,015 \cdot 58$; | н) $2,574 : 0,36$; |
| б) $94,2 - 7,56$; | е) $0,74 \cdot 1000$; | к) $2,96 \cdot 1,03$; | о) $9,696 : 0,096$; |
| в) $43,912 + 0,588$; | ж) $32,5 \cdot 0,1$; | л) $20,5 \cdot 0,308$; | п) $74,524 : 2,48$; |
| г) $62 - 5,996$; | з) $4,025 : 0,01$; | м) $0,056 \cdot 7900$; | р) $0,17604 : 4,89$. |

- 1129** Счёт-тест (в тестах 1 – 5 записываются только ответы)

Тест 1 (2 мин)

- | | | | |
|-------------|---------------|-------------|--------------|
| $1,5 + 2,3$ | $2,06 + 4,23$ | $0,24 + 4$ | $3,16 + 2,4$ |
| $0,9 + 3,4$ | $3,42 + 1,58$ | $9 + 1,395$ | $1,8 + 0,35$ |

Тест 2 (2 мин)

- | | | | |
|-------------|---------------|--------------|--------------|
| $4,8 - 1,2$ | $0,37 - 0,17$ | $5,68 - 3,2$ | $4 - 1,5$ |
| $2,5 - 0,7$ | $0,94 - 0,21$ | $1 - 0,6$ | $2,3 - 0,04$ |

Тест 3 (2 мин)

- | | | | |
|------------------|-------------|-------------------|----------------|
| $2,94 \cdot 10$ | $50,6 : 10$ | $19 \cdot 0,1$ | $25 : 0,1$ |
| $0,73 \cdot 100$ | $0,3 : 100$ | $78,5 \cdot 0,01$ | $0,689 : 0,01$ |

Тест 4 (3 мин)

- | | | | |
|----------------|------------------|------------------|------------|
| $2 \cdot 0,9$ | $0,3 \cdot 0,7$ | $0,05 \cdot 1,8$ | $(0,4)^2$ |
| $0,4 \cdot 80$ | $0,08 \cdot 0,2$ | $2,6 \cdot 0,01$ | $(0,01)^3$ |

Тест 5 (3 мин)

- | | | | |
|------------|-------------|--------------|---------------|
| $2,5 : 5$ | $0,8 : 0,4$ | $4,8 : 0,06$ | $2,9 : 0,29$ |
| $0,36 : 6$ | $10 : 0,2$ | $0,63 : 0,7$ | $0,034 : 3,4$ |

Тест 6 (6 мин)

- | | | |
|------------------|--------------------|--------------------|
| $6,72 \cdot 506$ | $3,094 \cdot 7050$ | $27,5 \cdot 0,084$ |
|------------------|--------------------|--------------------|

Тест 7 (6 мин)

- | | | |
|-----------------|----------------|------------------|
| $80,55 : 0,895$ | $435,84 : 4,8$ | $0,01768 : 0,52$ |
|-----------------|----------------|------------------|



1130 Найди значение выражения:

1) $7,04 : 5 + 5,624 : 9,5$;

2) $1872 : (11,76 - 9,36) \cdot 0,505$;

3) $0,609 : 0,01 \cdot 700 - (9,794 + 143,8) : 0,069$;

4) $38,5 \cdot 9,04 - (9,86 + 303,64) : (7,35 - 6,4) + 87 : 12,5$.



1131 Вырази в дециметрах и найди значение выражения:

$9 \text{ дм } 2 \text{ мм} + 3 \text{ м } 6 \text{ дм } 8 \text{ см} - 25 \text{ дм } 7 \text{ см} + 3 \text{ см } 8 \text{ мм} - 42 \text{ см}$.

1132 Два автомобиля едут по шоссе навстречу друг другу. Скорость одного из них равна $75,8 \text{ км/ч}$, а скорость другого – $64,4 \text{ км/ч}$. Сейчас между ними $56,08 \text{ км}$. На каком расстоянии друг от друга будут автомобили через 15 мин ? Через сколько времени они встретятся?

1133 Велосипедист и пешеход отправились одновременно из деревни на станцию. Велосипедист ехал со скоростью $18,4 \text{ км/ч}$. Через $0,6 \text{ ч}$ он обогнал пешехода на $7,68 \text{ км}$. С какой скоростью шёл пешеход?

1134 Лодка плывёт по реке со скоростью $8,4 \text{ км/ч}$. Впереди неё на расстоянии 2 км плывёт плот. Найди скорость плота, если известно, что лодка догнала его через 24 мин .

1135 С одной и той же станции одновременно в противоположных направлениях вышли два поезда – пассажирский и товарный. Пассажирский поезд идёт со скоростью $a \text{ км/ч}$, а скорость товарного поезда составляет 75% скорости пассажирского поезда. На каком расстоянии друг от друга будут поезда через $2,4 \text{ ч}$? Составь выражение и найди его значение при $a = 84$.

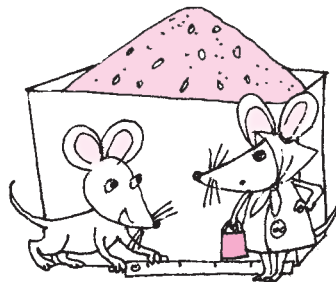
1136 Реши уравнение:

1) $15 \frac{3}{8} : (2 \frac{3}{4} x + 5 \frac{5}{6}) - 1 \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$;

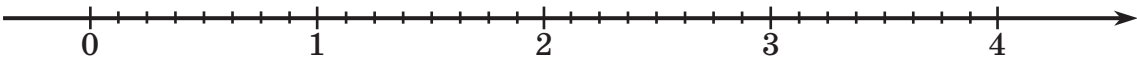
2) $3 \frac{1}{3} - (4 \frac{1}{5} x + x) : 5 \frac{4}{7} = \frac{8}{15}$.

1137 Ширина прямоугольника равна $3,6 \text{ м}$, что составляет $0,45$ его длины. Ширину прямоугольника увеличили на 25% , а длину – на 20% от первоначального значения. На сколько квадратных метров увеличилась его площадь?

1138 Длина коробки равна $a \text{ дм}$, ширина составляет 40% длины, а высота – 125% длины. Коробку наполнили пшеничным зерном, 1 дм^3 которого весит $0,8 \text{ кг}$. Сколько весит коробка с зерном, если пустая коробка весит $1,4 \text{ кг}$? Составь выражение и найди его значение при $a = 5,7$. Ответ округли с точностью до десятых.



Задачи на повторение.

- 1139** Найди, в каком месте нарушена закономерность:
- а) 5,4; 0,054; 0,0054; 0,000054... в) 2; 0,6; 0,18; 0,54; 0,162; 0,0486...
 б) 8,44; 4,22; 2,11; 1,55; 0,775... г) 70; 8; 7; 1,6; 0,7; 0,32; 0,07; 0,64...
- 1140** Игра «Пятый лишний». Какое число может быть «лишним»?
- а) 2,333; 3,233; 33,23; 3,232; 3,332; б) 107; 20,6; 3,5; 4,04; 70,3.
- 1141** Среди чисел $4,085$; $1\frac{3}{4}$; 16 ; 0 ; $\frac{2}{9}$; $7,24$; $\frac{1}{15}$; 3 ; $\frac{127}{100}$; $52,0$ найди:
- а) натуральные числа; б) числа, записанные в виде обыкновенных дробей;
 в) запись в виде смешанных чисел; г) запись в виде десятичных дробей.
- 1142** Назови разряды числа, в которых записана цифра 7: а) 707 070 707 070;
 б) 72,72727272.
- 1143** Представь числа в виде суммы разрядных слагаемых: а) 92 504 633;
 б) 21,0583407.
- 1144** В записи числа $38 *61 07*$ поставь вместо звёздочек цифры так, чтобы получилось число: а) кратное 2; б) кратное 5; в) кратное 10; г) кратное 100;
 д) кратное 3; е) кратное 9; ж) кратное 2 и 3; з) кратное 15; и) кратное 45;
 к) кратное 25; л) кратное 8.
- 1145** Докажи, что сумма $82n + 1723 \cdot 901$, где $n \in N$, является числом нечётным.
- 1146** Докажи или опровергни высказывание:
- 1) Каждый элемент множества $A = \{2, 4, 6, 10, 24, 60\}$ является делителем числа 240.
 - 2) Все делители числа 240 – чётные числа.
 - 3) Сумма любых двух нечётных чисел и чётного числа есть число чётное.
 - 4) Существуют двузначные делители числа 8.
 - 5) $\exists x \in N (x^2 = 5x)$.
 - 6) Круг, квадрат, шар и цилиндр – плоские фигуры.
- 1147** Чему равна цена деления шкалы числовой прямой? Перечерти её в тетрадь и отметь на ней числа: $\frac{1}{8}$; $0,5$; $1,25$; $1\frac{1}{2}$; $1\frac{7}{8}$; $2,75$; $3,1250$.
- 
- 1148** Среди дробей $\frac{5}{17}$, $\frac{24}{3}$, $\frac{9}{9}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{14}{245}$, $\frac{1}{56}$, $\frac{48}{48}$ найди: а) правильные дроби;
 б) неправильные дроби; в) сократимые дроби; г) несократимые дроби.

1149 Выдели целую часть числа: $\frac{11}{4}, \frac{17}{3}, \frac{25}{8}, \frac{54}{5}, \frac{78}{23}, \frac{43}{10}, \frac{1569}{100}$.

1150 Представь число в виде неправильной дроби: $1\frac{5}{9}, 4\frac{2}{11}, 3\frac{8}{17}, 15\frac{3}{4}, 16\frac{47}{100}$.

1151 Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями:

1) $\frac{5^4}{5}$; 2) $\frac{5940}{46\ 200}$; 3) $\frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^3}{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11}$; 4) $\frac{18a^2bc}{24ab^2}$; 5) $\frac{32 \cdot 7 - 32 \cdot 2}{320}$; 6) $\frac{3a + a}{6a^2}$.

1152 Выполни действия, если значения всех переменных – натуральные числа:

1) $\frac{5a}{16} - \frac{a}{24}$; 2) $\frac{4}{b} + \frac{7}{5b}$; 3) $\frac{28c}{d^2} \cdot \frac{d}{21c}$; 4) $\frac{12x^3}{25y} : \frac{9x^2}{10y}$.

1153 Запиши выражение и найди его значение при данных значениях букв:

1) Сумма квадрата числа a и куба числа b ($a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{2}$).

2) Квадрат разности числа x и удвоенного числа y ($x = 4\frac{1}{3}, y = 1\frac{3}{4}$).

3) Частное суммы чисел m и n и их разности ($m = 1\frac{1}{6}, n = \frac{1}{3}$).

1154 Вычисли и представь ответ в виде конечной десятичной дроби с точностью до сотых:

1) $\frac{4\frac{2}{7} : 6 + (3\frac{2}{9} + 1\frac{5}{6}) \cdot 1\frac{5}{13}}{2\frac{2}{7} - 3 \cdot (2\frac{1}{5} + 3\frac{2}{15} - 4\frac{1}{6}) : 2\frac{1}{3}}$; 2) $\frac{(4\frac{2}{5} : 11 + 7 : 2\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}) \cdot 3\frac{1}{13}}{20 : ((3\frac{1}{14} - 2\frac{3}{4}) \cdot 4\frac{2}{3} + 15 : 3\frac{3}{8} : \frac{5}{18})}$.

1155 Запиши число «2 целых 15 десятитысячных» сначала в виде обыкновенной дроби пятью различными способами, а затем в виде десятичной дроби тремя различными способами.

1156 Вычисли. В чём особенность этих примеров?

$3,8 : 0,38$	$0,4 + 0,02$	$30 - 25,5$	$0,07 \cdot 500$	$120 : 400$
$- 5,2$	$: 7$	$: 90$	$- 29,4$	$\cdot 0,6$
$: 0,6$	$\cdot 40$	$\cdot 2$	$: 0,07$	$+ 0,2$
$\cdot 0,05$	$: 0,08$	$- 0,03$	$\cdot 1,5$	$: 0,1$
$?$	$?$	$?$	$?$	$?$

1157 Реши уравнения:

1) $53,76 : (4,248 - 1,56x) + 3,8 = 55$; 2) $(2,7y + 3,08y) : 1,7 - 3,08 = 12,22$.

1158 Сравни числа:

1) $\frac{3}{17}$ и $\frac{5}{17}$; 3) $\frac{8}{3}$ и $\frac{99}{100}$; 5) 2,8 и 2,008; 7) 0,04 и 0,0092;
 2) $4\frac{1}{16}$ и $1\frac{9}{16}$; 4) $\frac{21}{50}$ и $\frac{39}{77}$; 6) 13,6 и 1,37; 8) 5,6018 и 5,618.

- 1159** Упрости выражения, используя законы действий над числами:
- 1) $3,28 + (7,12 + a)$; 3) $7,4c + 2,6c - c - 5,2c$; 5) $12x \cdot 0,05y \cdot 2,5$;
 2) $b + 4,5 + 0,8b$; 4) $d + 2,7 + 1,9d + 4,5$; 6) $36k \cdot 0,2 k^2$.
- 1160** Составь выражение и найди его значение при данных значениях букв:
- 1) В автобусе едут a человек (мужчины и женщины), причём 0,6 числа всех пассажиров – женщины. Сколько в автобусе мужчин? ($a = 25$)
 2) В двухэтажном доме проживает b человек, что составляет 80% числа жителей трёхэтажного дома. Сколько всего жителей в этих двух домах? ($b = 64$)
 3) В классе c учеников. За контрольную работу по математике выставлено d пятёрок, а четвёрок – в 2 раза больше. Какая часть класса написала контрольную работу на «4» и «5»? ($c = 32$, $d = 8$)
 4) В куске x м ткани. Портной отрезал сначала y м, а затем – 20% остатка. Сколько ткани ещё осталось в куске? ($x = 15$, $y = 4,5$)
- 1161** Мотоциклист проезжает путь от деревни до станции за 0,3 ч. Он выехал из деревни, когда велосипедист, следующий по тому же маршруту со скоростью 15 км/ч, уже отъехал на расстояние 9 км. На станцию велосипедист и мотоциклист прибыли одновременно. 1) С какой скоростью ехал мотоциклист? 2) Чему равно расстояние от деревни до станции? 3) За сколько времени проехал расстояние от деревни до станции велосипедист? 4) На каком расстоянии от велосипедиста был мотоциклист через 10 мин после своего выезда?
- 1162** Расстояние от метро «Юго-Западная» до аэропорта Внуково маршрутное такси проезжает за треть часа, а рейсовый автобус – за полчаса. Через сколько времени они встретятся, если выедут одновременно от метро и аэропорта навстречу друг другу со своей обычной скоростью?
- 1163** Найди методом *проб и ошибок* все натуральные корни уравнения: $x^2 - 15x = 16$.
- 1164** Реши задачу методом *перебора*:
 Цифры двузначного числа поменяли местами. В результате получилось число, которое в 4,5 раза больше данного. Какое это число?
- 1165** Начерти на плоскости произвольный четырёхугольник и соедини последовательно середины его сторон. Измерь углы и стороны образовавшегося четырёхугольника. Что ты замечаешь? Повтори эксперимент ещё 2 раза и сформулируй *гипотезу*. Можно ли на основании проведённого исследования утверждать, что выявленное свойство выполняется для любого четырёхугольника?
- 1166** Счётчик холодной воды 1 июня показывал 454 куб. м, 1 июля – 461 куб. м, а 1 августа – 463 куб. м. Сколько рублей заплатили за холодную воду а) в июне, б) в июле, если 1 куб. м холодной воды стоит 41,34 р.? Во сколько раз за июнь заплатили больше, чем за июль?

ОТВЕТЫ

- Глава 3, § 1.** 9. б) 44 400, 44 040, 44 004, 40 440, 40 404, 40 044. 11. 1) 30 274; 2) 95 784. 17. 1) $CD = \frac{4}{7}AB$, $AB = \frac{7}{4}CD$. 37. 4) 60. 39. 2) $x + (4x - 1) + 4x + (x + 3) = 32$, где x – число двоек. 40. 2) 111. 42. 1) $k : 100 \cdot 14$ р.; 2) $m : 2 \cdot 5$ рам; 3) $\frac{7}{n}$. 43. $\frac{1}{4}$ км; 15 км/ч; в 6 раз. 45. 40° , 20° , 120° . 47. 1) 987 654 321; 3) 80 412 480; 4) 8050. 51. На второй пасеке на 9 ульев больше. 52. $19\frac{5}{9}$, $8\frac{13}{28}$, $6\frac{29}{64}$. 53. $\frac{65}{7}$, $\frac{173}{42}$, $\frac{201}{96}$. 55. 3) 198; 4) 25. 56. В 3 раза; через 2 часа. 57. 1237 мышек. 63. 2) 12, 8, 15. 66. в) 18, 24, 30. 70. в) $\frac{n}{k}$, $\frac{a}{2}$, $\frac{1}{2cd}$, $\frac{3y}{4xz}$. 75. 1) {1, 5, 7, 11}; 2) {2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18}. 81. в) $\frac{3}{20}$; г) $\frac{16}{25}$. 83. 3) $\frac{a+c}{a}$; 4) $\frac{8m}{5n}$. 86. г) $\frac{40}{75}$. 88. к) $\frac{27}{504}$ и $\frac{28}{504}$; л) $\frac{45}{156}$ и $\frac{26}{156}$; м) $\frac{174}{1080}$ и $\frac{175}{1080}$. 89. б) 75%; 40%, 70%, 45%, 32%, 34%, 150%. 90. а) $\frac{6}{9}$ и $\frac{5}{9}$; б) $\frac{35}{40}$ и $\frac{32}{40}$; г) $\frac{3}{6}$ и $\frac{2}{6}$. 92. 3) $\frac{35}{5bc}$ и $\frac{c(k-y)}{5bc}$. 93. $\frac{3}{20}$; 25%, 60% и 15%; выиграл Дима. 102. 5) $a : (n + 6 + m : 9)$ рейсов. 103. 3) 8; 4) 3. 104. 1) 16; 2) 24; 3) 4; 4) 216; 5) 126; 6) 6. 107. 4) $12 : x - 12 : (x + 1) = 1$, где x км/ч – планируемая скорость пешехода. 109. 3) 50 сажен; через 15 мин. 110. II. а) $s = 12t$; б) $s = 8t$; в) $s = 6t$; г) $s = 4t$. 112. В 12° ; в 8 км от А; второй раньше на 15 мин. 117. 2) $\frac{1}{4}$, $\frac{11}{6}$. 118. 2) $\frac{3a}{2x}$; 3) $\frac{m}{6}$; 4) $\frac{1}{4}$; 5) $\frac{x+y}{7y}$. 119. 4) $\frac{1}{3}$; 8) $\frac{5}{6}$. 120. 8) $\frac{5b}{40cd}$ и $\frac{4cn}{40cd}$. 121. 1) $\frac{24}{75}$ и $\frac{20}{75}$; 4) $\frac{7(c-t)}{7t}$ и $\frac{1}{7t}$. 122. 4) 44. 123. 1) 1; 2) 14. 124. $A = \{4; 5; 6\}$. 125. 1) $2(x - 180) = (2280 - x) + 180$, где x – первоначальное количество книг в I библиотеке; 2) $6x + 4 = 8(x - 1)$, где x – количество лодок. 129. 4) 12 км/ч; 24 км/ч. 132. Делили на 24. 133. 1728 кор. 134. 1280 рыбин. 143. а) $\frac{8}{9} < \frac{15}{16}$; в) $\frac{93}{95} > \frac{37}{39}$. 146. б) $\frac{9}{16}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{13}{24}$. 150. 3) $\frac{c}{a} > \frac{b}{d}$; 4) $\frac{a}{d} < \frac{c}{b}$. 152. 2) 7. 160. е) $\frac{5a}{2b}$; ж) $\frac{n+2}{12}$. 161. г) $\frac{ad+bc}{bd}$. 165. 2) Через 5 часов. 166. а) $d = 320 - 80t$ км; б) $d = 80(t - 4)$ км. 171. 1) $\frac{1}{6} < 1\frac{1}{3}$. 178. 1 м/с. 179. 4) 11 ч 30 мин и 16 ч 20 мин. 180. б) $\frac{dx}{7x}$ и $\frac{14y}{7x}$. 182. $\frac{6}{13} < \frac{6}{7}$. 183. Больше Карабасов. 184. 3 года. 188. 800. 189. 3 $\frac{3}{10}$. 190. $\frac{53}{12}$. 191. в) $\frac{35}{120}$ и $\frac{52}{120}$. 192. г) $\frac{11}{12} < \frac{19}{20}$. 193. 2) 4 $\frac{2}{7}$; 3) 5 $\frac{8}{9}$. 194. 1) 12 лет; 2) $a : 30 \cdot 100$ м; 3) $\frac{1}{8}$ часть. 195. 640 км. 196. 240 м/мин.
- § 2.** 197. н) $1\frac{7}{12}$; р) $\frac{9}{10}$. 198. ж) $\frac{7}{15}$. 199. 4) $\frac{2}{5}$. 206. На $\frac{3}{4}$ м. 210. 1) $\frac{11}{20}$ часть; 2) $\frac{19}{20}$ часть. 215. г) $\frac{3}{10}$; ж) $\frac{1}{n}$. 216. 1) 20; 3) 2; 4) 9. 217. 3) $6\frac{1}{3}$; 4) $8\frac{1}{2}$. 221. 480 м. 222. 2 ч. 224. 2) $k : (m + m : 6 \cdot 5)$ с; 3) $y - 2(x + x : 80 \cdot 100)$ км; 4) $n - d : 20$ м/мин. 225. 2) $a^2 + b^2$; 3) $(n + k)^2$; 5) $x^3 : y^2$. 229. 1) 10 а 47 м²; 2) 2 т 4 ц 50 кг; 3) 2 км 592 м; 4) 1 дм³ 920 см³. 230. 3) $\frac{1}{12}$; 6) $1\frac{3}{8}$. 231. б) $\frac{1}{5}$. 232. б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{7}{16}$. 233. 1) $\frac{km-12}{4k}$; 4) $\frac{3-4y}{24x}$. 237. 2) 17; 3) 5. 238. 25 января в 2 ч ночи. 239. Через 16 мин; 6 км 300 м. 240. 4 $\frac{5}{7}$. 241. 1) 2 ч 48 мин; 2) 29 ц; 3) 3 дм² 4 см²; 4) 1 дм³ 1 см³. 245. $495 + 459 = 954$. 246. 7) $9\frac{5}{17}$; 8) $4\frac{1}{50}$. 247. 12) $6\frac{1}{48}$; 14) $4\frac{8}{9}$. 248. 4) $6\frac{5}{28}$. 250. 1) $\frac{5}{12}$ лет; через $1\frac{1}{6}$ года. 252. 2) $3\frac{9}{10}$; 3) $6\frac{1}{4}$; 4) $1\frac{5}{18}$. 254. $10\frac{1}{4}$ кг. 256. 3) $\frac{1}{8}$; 4) $1\frac{5}{6}$. 266. 2) $\frac{1}{a^2}$, b^{k+2} , c^{m-4} , $\frac{1}{d^{12-n}}$, x^{p-q} , $\frac{1}{y^{q-p}}$. 269. 1) $d : 5 - c$ м/мин; 2) $s : (k : 8)$ мин; 6) $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \cdot 2$. 271. 2) $x(x + 25) + 300 = (x + 4)(x + 25 + 5)$, где x м – ширина первого участка. 272. 1) 96; 2) 84. 273. 1) (4; 3); 2) (2; 4). 274. 2) $1\frac{43}{60}$; 3) $\frac{1}{5}$; 4) 9. 275. 1) $3\frac{1}{6}$; 2) $1\frac{1}{10}$. 276. б) $4\frac{6}{11}$; в) $\frac{8}{25}$. 277. $44\frac{1}{10}$ м. 278. $\frac{256}{63}$. 279. 150 р. 280. 3) $\frac{1}{a^3}$; 4) b^4 . 283. $x(x + 8) = (x - 4)(x + 8 + 5) + 40$, где x м – ширина прямоугольника. 284. 95 и 59. 287. 1 ученик. 288. Не догонит. 289. ж) 1; з) $\frac{5}{6}$; м) $1\frac{61}{64}$. 290. г) $\frac{4cd}{5b}$. 291. 4) $\frac{1}{27}$ дм³. 300. п) $11\frac{2}{3}$; р) 40. 301. 4) 3; 5) $2\frac{1}{4}$; 6) $\frac{1}{100}$. 303. 2) $27\frac{2}{5}$ кг. 304. 1) 234 кг; 2) на 250 ц. 305. 1) 75 км; 2) 1 км. 307. 2) 33 км/ч; 3) на 176 м; 4) 13 200 км. 308. 1) $\frac{1}{5}$; 2) $136\frac{1}{10}$; 3) 18; 4) $2\frac{5}{9}$. 314. 2) 3; 4) d не равно 0. 315. 2) $1\frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{12}$. 316. 2) $2\frac{2}{3}$. 317. 1; 5; 1. 320. а) 1, $\frac{2008}{2009}$, 1, 2^{100} ; б) $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{45}$, $\frac{1}{63}$. 323. д) $\frac{25}{56}$. 325. 1) 29 м 25 см; 2) 4 об., 7 об. 328. 1) 28 500 р.; 2) 15 человек; 3) 1260 книг. 329. 1) 120 и 10 партий; 2) 3000 р.; 3) 10 а. 333. 3) 7 м и 8 м; 4) 9 посылок. 334. 4) $11x + 8y + 19$; 30. 335. 4) $9 + 6n + n^2$. 336. $\frac{1}{40}$ часть. 338. а) 10; б) 15. 340. в) $\frac{3}{20}$; з) $\frac{2m}{k}$. 341. 1) $1\frac{5}{16}$ м³. 342. г) 11; д) $7\frac{7}{8}$; е) 1. 343. 2) $9\frac{3}{5}$; 4) $5\frac{2}{9}$. 344. 2) 56 км. 346. 2) $9 - \frac{1}{3}x + 7$; 8, 19, 25 $\frac{2}{3}$. 347. б) $\frac{1}{27}$; в) $\frac{1}{4}$; г) 64; е) $\frac{b}{ac^2}$. 351. Пирожков; на 49 голосов. 352. 1) 12 и 6; 2) 10 д. и 15 п.; 3) 8 м и 12 м. 353. Ум. на $\frac{1}{18}$ часть. 365. к) $5\frac{1}{3}$; л) $\frac{3}{5}$; о) $9\frac{2}{29}$; п) $2\frac{1}{42}$. 366. б) $\frac{6}{dc}$; г) $7ab$. 371. 429 м. 374. 1) В 3 раза;

- 2) в $1\frac{3}{5}$ раз. **378.** 1) 12; 2) 3; 3) $\frac{3}{5}$; 4) $1\frac{2}{3}$; 5) $\frac{9}{25}$; 6) $\frac{2}{5}$. **380.** 1) $3\frac{1}{5}$ м; 2) $21\frac{3}{5}$ дм². **381.** 3) $7\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{3}$; 5) $\frac{1}{6}$; 6) $4\frac{3}{4}$. **382.** 2) 14 ч; 400 км. **383.** $1\frac{1}{2}$ ч. **384.** Успеет. **385.** 1) В $11\frac{1}{5}$ раз; 2) 45 мин; успеет. **386.** 4) $\frac{1}{15}$; 5) $5\frac{5}{12}$; 6) $6\frac{2}{3}$; 7) $1\frac{1}{6}$. **387.** 2) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{3}{7}$; 5) $2\frac{1}{3}$. **390.** 103; 999. **391.** 4) $\frac{4k}{t}$; 5) 6; 6) $\frac{2}{15}$; 7) $\frac{b+c}{c}$; 8) x . **393.** 2) $9\frac{2}{3}$. **399.** 4) $\frac{3cd}{10}$; 6) $\frac{5rs}{8}$. **402.** 1) $1\frac{9}{10}$; 2) $6\frac{1}{3}$. **403.** 1) $7\frac{1}{2}$, 21, 35. **406.** За 2 дня. **407.** 6 ч; 180 км. **409.** 1) 9; 2) 100; 3) 4; 4) 36. **410.** 2) 2000 р.; 3) 40%. **411.** 8 208 000 р. **412.** 1) 6 км; 2) $2\frac{2}{5}$ км. **413.** а) $y = \frac{x}{x+1}$; б) $y = \frac{x+1}{5x}$. **418.** 2) 45. **419.** в) $\frac{7}{12}$; г) 6; д) $\frac{m}{b}$. **420.** г) $\frac{3}{70}$; д) $\frac{c}{dn}$. **421.** д) $11\frac{2}{3}$; з) $8\frac{3}{17}$. **422.** г) $\frac{2y}{x}$. **423.** 2) $7\frac{1}{2}$ ч; 30 км. **424.** 2) $2\frac{1}{2}$; 3) $\frac{4}{5}$. **425.** 170 кг. **427.** 2) На 62 года. **428.** 2) $1\frac{3}{7}$; 3) $4\frac{1}{5}$. **429.** На 55 тыс. колес. **430.** а) $\frac{3}{28}$; б) $\frac{20}{21}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{ab^2}{c}$; д) $\frac{3}{y}$. **433.** 2) $9b + 2\frac{3}{4}$; $2\frac{3}{4}$, 8, $9\frac{1}{2}$. **440.** В 4 раза. **441.** Будет хлопать. **443.** б) $\frac{1}{6}$ и $2\frac{2}{3}$. **444.** д) 2; е) $2\frac{1}{2}$. **445.** а) $\frac{9}{11}$; в) $4\frac{1}{2}$. **446.** 1) 5; 2) 1; 3) $1\frac{5}{11}$; 4) $\frac{1}{3}$; 5) $1\frac{5}{8}$; 6) $1\frac{1}{5}$. **447.** в) 13; г) $\frac{5}{6}$; д) $\frac{1}{8}$; е) $\frac{5}{13}$; ж) $\frac{3}{4}$; з) 3. **448.** б) $\frac{21}{64}$. **449.** 4) $\frac{11}{12}$; 6) $\frac{1}{3}$. **450.** в) 1; г) $3\frac{1}{3}$. **452.** 91, 128. **460.** а) $\frac{100}{77}$; б) $\frac{1}{13}$; г) $\frac{6}{7}$; е) $\frac{mk}{6n^3}$; з) $\frac{a}{d}$. **466.** В 17 раз. **472.** 1. **473.** а) $\frac{1}{9}$; б) $2\frac{3}{4}$; в) $\frac{2}{3}$. **474.** а) $1\frac{2}{3}$; б) $1\frac{1}{2}$; в) 1. **475.** 2) $1\frac{1}{5}$; 3) 1. **476.** 1) $3\frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{n^2}{2a}$; 4) $\frac{c}{d}$. **479.** 16 дней. **481.** 2. **486.** г) 60; д) $9\frac{1}{3}$; ж) $\frac{3}{50}$; з) 1; к) 12; м) $1\frac{1}{8}$; п) $\frac{13d}{10}$. **487.** 3) $\frac{2c}{3}$ рыб; 5) $\frac{17k}{20}$ р.; 8) в $2\frac{1}{2}$ раза. **488.** 12 800 км. **491.** На 4 ч быстрее. **492.** 2) $\frac{22}{3}b$ см; 3) в 15 раз; 4) $\frac{1}{25}n^2$ мм². **494.** з) $4\frac{1}{2}$; л) 5с; м) $\frac{5}{12}d$. **495.** 4) На $\frac{1}{2}k$ дней; 5) $5m$ кв.; 6) в 4 раза. **499.** На $1\frac{1}{4}$ ч. **500.** 3) В $1\frac{1}{2}$ раза; 4) $3d$ см. **503.** 4) $\frac{d-28}{d}$; 6) $\frac{x-1}{18}$. **505.** 60%. **511.** 12 км. **512.** 1 км. **516.** $\frac{3}{5}$. **517.** $\frac{19}{20}$. **521.** 1) $\frac{3}{10}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) x^2 ; 5) $\frac{9a}{b^2}$; 6) $\frac{2}{5}$. **525.** 2) $5\frac{1}{3}$; 4) $1\frac{2}{5}$. **528.** 4) 49 495 500. **529.** 2) 5. **534.** а) $\frac{7}{17}$; б) $\frac{5}{13}$. **535.** $1\frac{1}{4}$. **537.** 2) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{5x}{2}$. **539.** б) $2\frac{1}{2}$; г) $\frac{4y}{5}$. **540.** 1) В 12 раз; нет. **542.** 1) $\frac{a-b-c}{a}$; 2) $\frac{3}{14}$. **544.** $\frac{2}{9}$. **545.** 1) $1\frac{1}{2}$; 2) $\frac{4}{5}$. **546.** 8. **551.** 101. **552.** а) 10 001 233 330; б) 99 967 383 940. **554.** 9 км. **555.** 45 тыс. р. **556.** $\frac{8}{15}$. **559.** 160 кг; 4 кг. **560.** 1) 98 стр.; 2) 160 км, 240 км. **561.** 1) 320 дер.; 2) 3 класса. **562.** 1) $2\frac{1}{10}$ кг; 2) на 15 банок. **563.** 2) 1105 дер. **564.** По 4 конфеты. **565.** 1) 72; 2) 56. **566.** 1) 8 и 14; 2) 15 и 50. **567.** 2) 100, 120 и 180 чел. **568.** 1) 56 км; 2) 112 км. **569.** 1) 80 стр.; 2) 30 кг, 40 кг и 50 кг. **570.** Кофе и молока поровну. **571.** 8380 р. **572.** 2) $\frac{3}{5}$. **573.** 15 яиц. **579.** 5) x^4 ; 6) $\frac{2b}{3a}$. **583.** 2) $5\frac{2}{3}b + 2$; 4) $\frac{4}{3}d$. **586.** 3) $\frac{3a-m^2}{3m}$. **594.** 1) 300 км; 2) 56 га; 140 га. **595.** 1) 9 чел.; 2) 24 кг. **596.** 12 ч. **597.** 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{k}$; 5) $\frac{9n}{b}$; 6) $\frac{1}{3}$. **598.** 3) $\frac{4-s}{14p}$; 4) $\frac{3d+c}{d^2}$. **599.** 1) 12 и 44 ябл.; 2) 14 м. **605.** 2) 66 м²; 3) 21 дм². **609.** 27 шт. **610.** 160 р. и 100 р. **613.** 1) 20 дней; 2) 4 ч. **614.** 1) 4 дня; 2) 6 дней. **615.** 2) 10 ч. **616.** 1) 4 мин; 2) 1 ч. **618.** 10 дней. **619.** 1) 8 ч и 24 ч; 2) 20 дней. **620.** 28 ч. **621.** 3 ч 12 мин. **622.** 12 ч. **623.** 12 мин; 8 мин. **626.** 1) 20; 2) 12; 3) 6. **640.** 5 мин. **641.** 4 ч. **642.** 1) $3\frac{1}{3}$; 2) 4; 3) $\frac{3}{10}$. **643.** 2) 5 ч. **655.** 6) $1\frac{9}{10}$. **656.** $1\frac{1}{24}$. **657.** $14\frac{2}{5}$ кг. **658.** $1\frac{1}{2}$. **659.** 1) $\frac{b-2a}{ab}$; 2) $\frac{11}{2c}$. **660.** 5) $4\frac{17}{27}$; 6) $\frac{2}{ab}$. **661.** $263\frac{1}{2}$ км. **662.** 36 дм³. **663.** 5) $\frac{1}{4}$; 6) 3; 9) $1\frac{1}{2}$; 11) $\frac{5x}{3}$; 12) $\frac{y}{4}$. **664.** 3) 3; 4) $1\frac{1}{2}$. **665.** 1) 10; 2) $\frac{5}{12}$; 3) 21. **666.** 4) 360 р. **669.** За 4 ч и за $5\frac{1}{3}$ ч; через 2 ч. **670.** 5. **671.** 1) $3\frac{1}{4}$; 2) $\frac{8}{15}$; 3) $1\frac{2}{3}$. **672.** 1) $\frac{3a}{10}$ р.; 2) $\frac{9b}{2}$ км; 3) $\frac{5}{c}$ часть. **674.** 32 стр. **675.** 6400 р.; I – 1200 р., II – 2000 р. **676.** $\frac{1}{6}$ часть. **677.** 240 г. **678.** 105 гр.; $\frac{1}{3}$ часть. **681.** $2\frac{2}{3}$ ч. **682.** 20 ч. **683.** 9 ч. **684.** 3. **685.** 13 и 8. **686.** 1) 3; 2) $7\frac{1}{2}$; 4) 75.
Глава 4, § 1. **708.** б) $\frac{4}{b}$; в) $\frac{3}{5}$; г) $\frac{4}{15}$; д) $\frac{z}{5xy}$. **709.** б) $\frac{5k+1}{6k}$. **712.** 2) 28, 24 и 27 учащихся. **714.** 1) -1; 2) +3; 3) 0; 4) -4. **718.** г) 78,05; е) 583,021. **719.** 9 м², 17 м², 24 м². **723.** 2, 4. **724.** 13-го числа. **725.** 40 р. и 160 р. **732.** 1) 0,35; 2) 0,075; 3) 0,154; 4) 0,0225. **740.** 12 кг. **751.** в) $\approx 1,1; 1,07; 1,067$; е) $\approx 2,8; 2,81; 2,810$. **752.** б) 2,(7); в) 3,(09); д) 2,6(1); е) 4,3(18). **756.** $\approx 6,010$ млн.; 15,624 млн.; 0,946 млн.; 0,035 млн. **757.** 1) $\approx 48,8$ см²; 2) $\approx 57,1$ см². **758.** $\approx 1,06$ м³. **764.** 2) $4b$; 4) $8x + 2y$; 6) $4k + 20$. **765.** 3) $\frac{4c}{9a^2}$; 4) $\frac{3}{2}$. **766.** 1) $\frac{1}{a}$; 2) $\frac{5b+8}{6b}$. **767.** (2; 6), (6; 1). **768.** 42 км. **769.** 2) $x \cdot 3\frac{2}{3} = (x+405) \cdot (3\frac{2}{3} - 1\frac{4}{5})$, где x км/ч – скорость самолета старого образца. **772.** а) -6; б) -3; в) -1. **773.** 48 016 \approx 50 000. **774.** б) $\approx 30; 26; 25,6; 25,61; 25,607$. **776.** $\approx 3,14$. **777.** $\approx 8,327$ сот. тыс.; 4,906 сот. тыс.; 74,810 сот. тыс.; 253,500 сот. тыс. **778.** 6 кг. **780.** -5. **782.** 2, 1875 \approx 2, 2. **783.** 4 брата и 3 сестры. **791.** а) 0,87169; б) 0,04169. **805.** в) $1\frac{2}{5}$. **807.** 24 м. **808.** $d = 2700 - 180t$; 1 км 260 м; через 15 мин. **812.** 0,01875 \approx 0,02. **815.** 1) $2\frac{2}{3}$; 2) 1,875. **816.** 1) 5; 2) $4\frac{3}{8}$. **817.** А – 3; Б – 1; В – 4; Г – 2. **818.** 2) $y = 5x + 2$. **820.** 18,75 > 18,085. **823.** Могут; в одной бочке 4 насадки. **824.** в) 0,00006; е) 0,035. **829.** $\approx 0,18$. **830.** $\approx 82,50$ д. тыс.

§ 2. 845. 3) 54,321; 5) 445,566; 6) 227,27. 848. 1) 30 м²; 2) 2,424 кг. 849. 1) 10,11 м; 2) 9 м. 850. 1) 32,4 дм; 2) 0,54 м. 851. 0,575. 852. 25,5. 853. 1) 19,019; 2) 0,0707. 865. 2) 5,64 м. 866. 3) $v_{\text{обл.}} = 2,7 \text{ км/ч}$; 8,1 км; 4) $v_{\text{уд.}} = 43,7 \text{ км/ч}$; 174,8 км. 870. 1) 80,08; 2) 12,34. 880. 30 мин; 2 км 400 м. 882. 1) 7,0(6); 2) 3,(09). 885. 4) $\frac{xy^2}{4}$. 886. 2) $3a + 10b$; 3) $6n + 16$. 888. 3 кг; 5 кг; 7 кг. 889. 3) $\frac{3}{4}a$ р.; 4) $\frac{b}{b+c}$; 5) на 1,5 дл; 6) $\frac{n+k}{2}$ р. 893. 1) 3,333; 2) 0,888. 895. 1) $v_{\text{обл.}} = 8,5 \text{ м/мин}$; 17 м; 4) $v_{\text{уд.}} = 60,7 \text{ м/мин}$; 585,5 м. 896. $a + 13,7 \text{ км}$; 41,1 км. 897. 70 км; 4 ч. 898. 444,444 кг. 899. 44,6 кг. 900. б) $\frac{3}{2c}$; г) $\frac{5mn}{2}$. 904. 1) 9,1(3); 2) 1,36(1). 907. 49,5. 909. 72. 919. к) 4,5; л) 80,36; м) 0,0014. 925. 3) 9,1; 0,05; 48 700; 0,1614. 926. 1) 940; 2) 22,0505. 927. 1) 2430 р.; 2) 968 р. 928. 1) 0,01а чел.; 2) 100b р.; 4) 10d уч.; 5) 0,11n км; 6) 1000k га. 929. 1) 1,8; 2) 6,1. 936. 1) 10,4 + a; 11,22; 2) b + 0,135; 3,72; 3) 13,2 + c; 24,24; 4) d - 109,79; 20,21. 937. 6 мес.; 3 мес. 938. 10 мин 30 с. 939. 5 рядов по 16 стульев. 940. а) -9,6; б) +2,6; в) -0,9; г) -6,2; д) -9,8; е) +0,4. 942. 3) 0,85; 5680; 90,36; 45 000. 943. 2) 5200 г; 63,15 ц; 92 030 кг; 74 кг; 3) 3400 дм²; 1520 а; 600 мм²; 950 000 м². 944. 2) 0,029 т; 1,75 т; 0,084 ц; 0,25 кг; 3) 0,015 см²; 0,014 м²; 0,562 га; 0,06 км². 945. 2,5 г; 50 суточных доз. 947. 3) 21,9; 5,86; 0,07415. 948. 2) 2,072; 3) 4,62; 4) 30,303. 951. 3,(18). 953. 7926,5 + 7926,5 = 15 853; 9453,5 + 9453,5 = 18 907. 960. о) 0,1515; п) 1089,099; р) 75 357. 965. 619,1 м²; 30 420 р.; ≈ 30,4 тыс. р. 966. а) 28,2 см²; б) 172,5 дм². 967. 1) 181,44 ц; 2) 0,216 м³; 1,8 м²; 0,72 кг. 968. 5) 0,343; 6) 0,133. 969. 1) 22,5; 2) 0,64; 3) 0,152; 4) 125. 970. 40,4. 971. 1) 2,48; 2) 11,1. 976. 1) 3,456; 2) 7,29 м³. 978. 1) 117 г, 24 г и 9 г; 2) на 4,25 кг; на 6,5 кг. 980. 24 км. 984. 3,1 л. 990. 1) 18,4 км; 2) 6,75 км; 3) 273,48 км; 4) 54 км. 991. 12,6 км. 992. 1) 15,625 дм³; 2) 33,3 дм². 993. 1) 0,49; 2) 1,61; 3) 0,189; 4) 0,027. 994. 1) ≈ 69,70; 2) ≈ 34,56; 3) ≈ 203,20. 1002. 7) $\frac{5}{7xz}$; 8) $\frac{d}{9}$. 1009. 3) 8,4n + 8,4; 4) 2,33y; 5) 14,2c + 4,5d; 6) 6,78 + 6,78k. 1010. 1) 0,27; 2) 0,035; 3) 3456; 4) 0,777. 1011. 250, 125 и 325 учебников. 1016. в) 368,2; о) 15,2; п) 58 000; р) 2244,4. 1018. В 10 220 раз. 1020. 1) ≈ 1,5 м²; 2) ≈ 7,90 м. 1022. 190,(90). 1024. ≈ 107,2 кг. 1025. 3 г. 1026. 7,4 км. 1027. ≈ 0,92; ≈ 92%. 1028. 1) 3002,1003; 2) 6,1616. 1029. Младший брат - 0,54 м³, средний - 1,08 м³, старший - 3,78 м³. 1030. y = 2x. 1032. а) 8; б) 10. 1033. 20 чашек; О.П. - 5 чашек, В.К. - 6 чашек, П.Ф. - 9 чашек. 1034. 1) 0; 2) 3; 3³³; 3) 4,5. 1035. $\frac{1}{4}$ пути. 1036. 85 714. 1043. а) 9,02; в) 60,8; г) 8,004; е) 9,06; з) 0,048; к) 0,009; л) 0,0004; м) 0,000705. 1045. б) 7080; в) 750; д) 805; е) 70,4; ж) 1,007; з) 900,6; и) 290; к) 6900; м) 50 900; о) 0,0208; п) 0,3056. 1047. б) 80,7; в) 560; г) 4,085; д) 20,04; е) 9600. 1051. 1) 150%; 4) 7,5%. 1052. 1) 80%; 2) 16%. 1053. 1) 15%; 2) 40%. 1054. 0,01024; ≈ 1,0%. 1056. 1) 27,72; 2) 28,28; 3) 25,26; 4) 1,101. 1057. 2010,2 р. 1058. 1) 16 рубашек; 2) 192 р. 1059. 1) 145 тыс. р.; 2) 131,3 тыс. р. 1060. 5) 2,5; 6) 0,0125. 1061. а) 0,0024; в) 0,000000001; г) 0,00032; д) 0,08; е) 5000; ж) 90 000; з) 0,1. 1062. 1) 66,8; 2) 0,05. 1063. 26,2 км/ч. 1064. 87,3 км/ч. 1065. 24,3 км/ч. 1066. 182,4 км; в 12 ч; 7,6 км в обоих случаях. 1067. I случай - через 42 мин; II случай - через 1 ч 48 мин. 1068. 1) 4,708; 2) 2; 3) 8,005; 4) 30,5; 5) 0,1; 6) 9,06; 7) 113,1; 8) 1,25. 1069. 1) 273,8 см²; 2) 15,5 дм³. 1070. 449,2 р. 1071. 1) 21,3 км/ч; 14,2 км/ч; 2) 4,8 км/ч; 4,2 км/ч. 1072. 1) 80 км/ч; 67,2 км/ч; 2) 9,5 км/ч. 1074. 1) 10,48; 2) 31,44; 3) 52,4; 4) 47,16; 5) 36,68; 6) 5,24; 7) 57,64; 8) 26,2; 9) 15,72. 1090. 1) $\frac{A}{B} = \frac{4}{5} = 0,8$, или 80%; 2) $\frac{A}{B} = \frac{5}{4} = 1,25$, или 125%. 1091. 1 кг 833 г. 1095. 3) y = 0,1x. 1098. 1) 6 гостей; 2) 15 км. 1104. 6600 км. 1105. 288 кг; 40%, 24%, 36%. 1106. 1) 80,808; 2) 50; 3) 2323,23; 4) 103,05. 1107. 1) 8 человек; 2) 3 м x 2 м, 6 м². 1109. 1) 64,64; 2) 77,777. 1110. 48 мин; 12 км и 21 км. 1111. 1) 0,25; 2) 40,5; 3) 0,012; 4) 10. 1112. 2,401 дм². 1113. 63,2 км/ч; 80 км/ч. 1115. 1) $3\frac{4}{7}$; 2) $1\frac{1}{3}$. 1122. 23 фазана и 12 кроликов. 1123. 40 мужчин и 80 женщин. 1124. В 3 раза. 1125. 75 аршин и 63 аршина. 1127. 9702,069. 1128. а) 42,814; б) 86,64; в) 44,5; г) 56,004; ж) 3,25; з) 402,5; и) 174,87; к) 3,0488; л) 6,314; м) 442,4; н) 7,15; о) 101; п) 30,05; р) 0,036. 1130. 1) 2; 2) 393,9; 3) 40 404; 4) 25. 1131. 16,3 дм. 1132. 21,03 км; 24 мин. 1133. 5,6 км/ч. 1134. 3,4 км/ч. 1135. (a + 0,75a) · 2,4; 352,8 км. 1136. 1) $\frac{4}{11}$; 2) 3. 1138. 0,16a³ + 1,4; 31,03088 кг ≈ 31,0 кг. 1151. 1) 5³; 2) $\frac{9}{70}$; 3) $\frac{21}{22}$; 4) $\frac{3ac}{4b}$; 5) $\frac{1}{2}$; 6) $\frac{2}{3a}$. 1152. 2) $\frac{27}{5b}$; 3) $\frac{4}{3d}$; 4) $\frac{8x}{15}$. 1153. 1) a² + b³; $\frac{11}{16}$; 2) (x - 2y)²; $\frac{25}{36}$. 1154. 1) ≈ 9,82; 2) ≈ 4,67. 1157. 1) 2,05; 2) 4,5. 1159. 2) 1,8b + 4,5; 3) 3,8c; 4) 2,9d + 7,2; 5) 1,5xy; 6) 7,2k³. 1160. 1) 0,4a; 10 чел.; 2) 2,25b; 144 чел.; 4) 0,8(x - y); 8,4 м. 1161. 1) 45 км/ч; 2) 13,5 км; 3) 54 мин; 4) 4 км. 1162. Через 12 мин. 1163. 16. 1164. 18. 1166. а) 289,38 р.; б) 82,68 р. В 3,5 раза.

Оглавление

Глава 3. Дроби

§ 1. Понятие дроби

1. Натуральные числа и дроби	4
2. Основное свойство дроби. Преобразование дробей	15
3. Сравнение дробей	29

§ 2. Арифметика дробей

1. Сложение и вычитание дробей	40
2. Сложение и вычитание смешанных чисел	49
3. Умножение дробей	57
4. Деление дробей	73
5. Примеры вычислений с дробями	89
6. Задачи на дроби	100
7. Задачи на дроби (продолжение)	117
8. Задачи на совместную работу	131

Глава 4. Десятичные дроби

§ 1. Понятие десятичной дроби

1. Новая запись чисел	146
2. Десятичные и обыкновенные дроби	155
3. Приближённые равенства. Округление чисел	161
4. Сравнение десятичных дробей	170

§ 2. Арифметика десятичных дробей

1. Сложение и вычитание десятичных дробей	178
2. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д.	193
3. Умножение десятичных дробей	200
4. Деление десятичных дробей	214
Задачи на повторение	234

Ответы	237
---------------------	-----

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Натуральные числа служат для счёта предметов: $N = \{1, 2, 3, \dots\}$, $0 \notin N$

Таблица разрядов натуральных чисел

Классы	миллиарды			миллионы			тысячи			единицы		
	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.
Разрядные единицы												1
												1
											1	0
										1	0	0
									1	0	0	0
								1	0	0	0	0
							1	0	0	0	0	0
						1	0	0	0	0	0	0
				1	0	0	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Основные свойства сложения и умножения

$a + b = b + a$	переместительное свойство сложения
$a \cdot b = b \cdot a$	переместительное свойство умножения
$(a + b) + c = a + (b + c)$	сочетательное свойство сложения
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	сочетательное свойство умножения
$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	распределительное свойство умножения

Формула деления с остатком

$$a = b \cdot c + r,$$

где $r < b$

Признаки делимости натуральных чисел

$a : 10, 100, 1000$ и т. д. $\Leftrightarrow a$ оканчивается на 0, 00, 000 и т. д.
 $a : 2 \Leftrightarrow a$ оканчивается на чётную цифру (0, 2, 4, 6, 8)
 $a : 5 \Leftrightarrow a$ оканчивается на 0 или 5
 $a : 3 \Leftrightarrow$ сумма цифр числа a делится на 3
 $a : 9 \Leftrightarrow$ сумма цифр числа a делится на 9

Простые числа, меньшие 100

2, 3, 5, 7, 11,
13, 17, 19, 23, 29,
31, 37, 41, 43, 47,
53, 59, 61, 67, 71,
73, 79, 83, 89, 97

Алгоритм нахождения НОД чисел

1. Разложить числа на простые множители.
2. Выписать *общие* простые множители всех чисел с *наименьшими* показателями степеней.
 $a = \underline{2}^3 \cdot \underline{3}^2 \cdot 5$ $b = \underline{2}^4 \cdot \underline{3} \cdot 7$
 НОД $(a, b) = \underline{2}^3 \cdot \underline{3}$

Алгоритм нахождения НОК чисел

1. Разложить числа на простые множители.
2. Выписать *все* простые множители данных чисел с *наибольшими* показателями степеней.
 $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ $b = 2^4 \cdot 3 \cdot 7$
 НОК $(a, b) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

Частные случаи НОД и НОК

a и b — взаимно простые числа
 НОД $(a; b) = 1$ НОК $(a; b) = ab$

a кратно b
 НОД $(a; b) = b$ НОК $(a; b) = a$

ДРОБИ

Дроби — это числа вида $\frac{m}{n}$ ($m, n \in N$), которые служат для обозначения частей целого.

Проценты — это *сотые* доли величины: 84% — это $\frac{84}{100}$.

Сравнение дробей

$$\frac{a}{n} < \frac{b}{n} \Leftrightarrow a < b$$

$$\frac{m}{a} < \frac{m}{b} \Leftrightarrow a > b$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc$$

Основное свойство дроби

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$$

или

$$\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$$

Действия с дробями

$$\frac{a}{n} \pm \frac{b}{n} = \frac{a \pm b}{n}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Десятичной дробью называют запись в строчку дроби со знаменателем 10^n , $n \in N$.

Таблица разрядов десятичных дробей

Дробь	Десятичная дробь											
	Целая часть				Дробная часть							
	...	сотни	десятки	единицы	десятые	сотые	тысячные	десяти- тысячные	сто- тысячные	миллион- ные	...	
$38 \frac{135}{100000}$			3	8	,	0	0	1	3	5		

$$\frac{32}{10000} = 0,0032$$

4 нуля и 4 знака

$$\square, \square \square \square = \square, \square \square \square 000$$

Несократимую обыкновенную дробь можно записать в виде десятичной тогда и только тогда, когда её знаменатель в качестве простых делителей имеет только 2 и 5.

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

Простые уравнения на сложение и вычитание

$$\underline{x} + \underline{a} = \underline{b}$$

$$\underline{a} + \underline{x} = \underline{b}$$

$$\underline{a} - \underline{x} = \underline{b}$$

$$\underline{x} - \underline{a} = \underline{b}$$

$$x = b - a$$

$$x = a - b$$

$$x = a + b$$

Простые уравнения на умножение и деление

$$\underline{x} \cdot \underline{a} = \underline{b}$$

$$\underline{a} \cdot \underline{x} = \underline{b}$$

$$\underline{a} : \underline{x} = \underline{b}$$

$$\underline{x} : \underline{a} = \underline{b}$$

$$x = b : a$$

$$x = a : b$$

$$x = a \cdot b$$

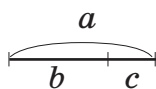
ФОРМУЛЫ

Периметр	Площадь	Объём
$P_{\text{пря.}} = 2(a + b)$ $P_{\text{кв.}} = 4a$	$S_{\text{пря.}} = ab$ $S_{\text{кв.}} = a^2$	$V_{\text{пр. пар.}} = abc$ $V_{\text{куба}} = a^3$

ТИПЫ ПРОСТЫХ ЗАДАЧ

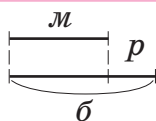
Части и целое

$$a = b + c$$



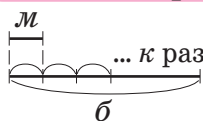
Разностное сравнение

На сколько?



Кратное сравнение

Во сколько раз?



Формула произведения

$$a = b \cdot c$$

a	b	c

$$s = v \cdot t, S = a \cdot b, C = a \cdot n, A = w \cdot t \text{ и др.}$$

ЗАДАЧИ НА ОДНОВРЕМЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

	ДВИГАЮТСЯ В РАЗНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ	ДВИГАЮТСЯ В ОДНОМ НАПРАВЛЕНИИ
<i>Вид движения</i>	Встречное движение	Движение вдогонку
<i>Скорость сближения</i>	$v_{\text{сбл.}} = v_1 + v_2$	$v_{\text{сбл.}} = v_1 - v_2$
<i>Формула одновременно-го движения</i>	$s = v_{\text{сбл.}} \cdot t_{\text{встр.}}$	
<i>Расстояние через время t</i>	$d_t = s - (v_1 + v_2) \cdot t$	$d_t = s - (v_1 - v_2) \cdot t$
<i>Вид движения</i>	Движение в противоположных направлениях	Движение с отставанием
<i>Скорость удаления</i>	$v_{\text{уд.}} = v_1 + v_2$	$v_{\text{уд.}} = v_1 - v_2$
<i>Расстояние через время t</i>	$d_t = s + (v_1 + v_2) \cdot t$	$d_t = s + (v_1 - v_2) \cdot t$

ЗАДАЧИ НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ

$$A = pt$$

где A — выполненная работа,
 p — часть работы, выполняемая за единицу времени,
 t — время работы

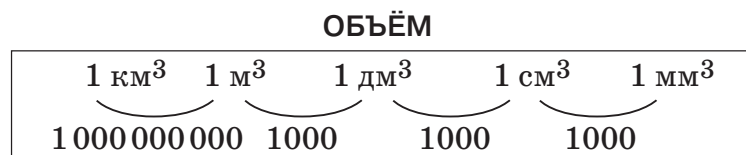
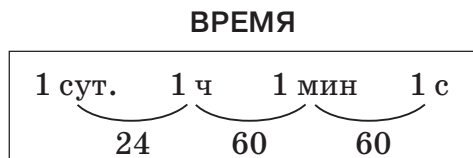
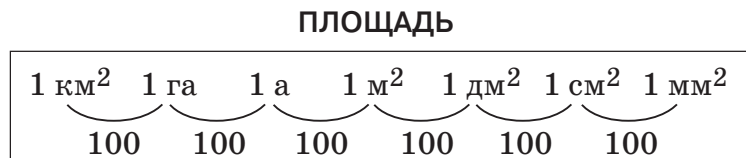
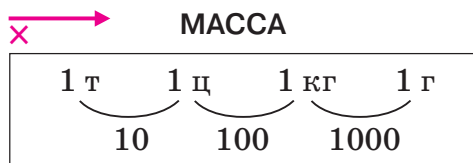
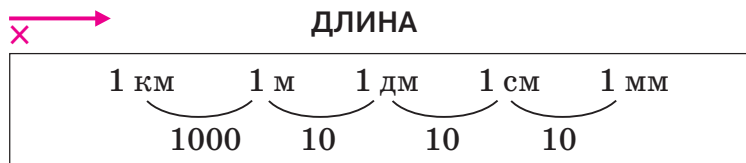
Вся работа принимается за 1

	A	p	t
I			
II			
...			

ЗАДАЧИ НА ДРОБИ (ПРОЦЕНТЫ)

$1 - a$ $\frac{m}{n} - ?$	$1 - ?$ $\frac{m}{n} - b$	$1 - a$ $? - b$
Чтобы найти часть числа , выраженную дробью, можно это число умножить на дробь: $a \cdot \frac{m}{n}$	Чтобы найти число по его части , выраженной дробью, можно эту часть разделить на дробь: $b : \frac{m}{n}$	Чтобы найти часть, которую первое число составляет от второго , можно первое число разделить на второе: $b : a = \frac{b}{a}$
Формула решения задач на дроби: $b = a \cdot \frac{m}{n}$		

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ЕДИНИЦАМИ ИЗМЕРЕНИЯ ВЕЛИЧИН



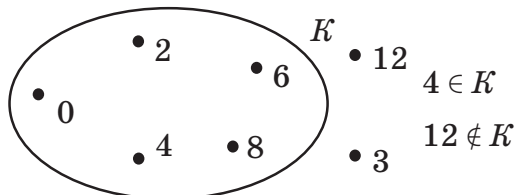
1 л = 1 дм³

МНОЖЕСТВА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

МНОЖЕСТВО И ЕГО ЭЛЕМЕНТЫ

K – множество чётных однозначных чисел

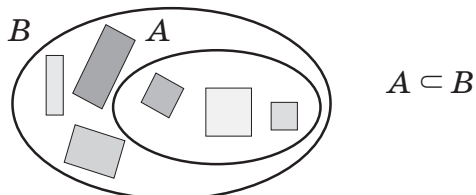
$K = \{0, 2, 4, 6, 8\}$



Множество называют **пустым**, если оно не содержит элементов. Обозначают: \emptyset

ПОДМНОЖЕСТВО

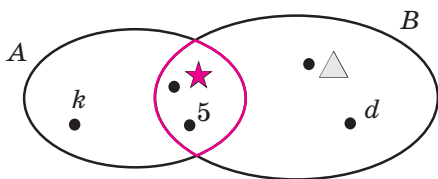
Множество A называют **подмножеством** множества B , если каждый элемент A является также элементом B



A – множество квадратов
 B – множество прямоугольников

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ

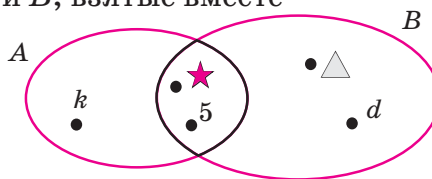
Пересечение множеств A и B – это их общая часть



$A = \{\star; \underline{5}; k\}$, $B = \{\star; \triangle; \underline{5}; d\}$
 $A \cap B = \{\star; \underline{5}\}$

ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Объединение множеств A и B составляют все элементы множеств A и B , взятые вместе



$A = \{\star; \underline{5}; k\}$, $B = \{\star; \triangle; \underline{5}; d\}$
 $A \cup B = \{\star; \underline{5}; k; \triangle; d\}$

Таблица простых чисел (до 1000)

2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131
137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997

Учебное издание

Дорофеев Георгий Владимирович
Петерсон Людмила Георгиевна

МАТЕМАТИКА

5 класс

Учебник

В двух частях

Часть 2

Центр развития углублённого и профильного образования,
функциональной грамотности

Научный редактор *Д. Л. Абраров*. Ведущий редактор *Н. А. Шихова*
Художники *П. А. Северцов*, *С. Ю. Гаврилова*. Оформление *Н. А. Новак*
Технический редактор *Е. В. Денюкова*. Компьютерная вёрстка *Р. Ю. Шаповалов*
Корректор *Е. Н. Клитина*

Подписано в печать 14.01.2022. Формат 84х108/16. Объем 15,0 печ. л.
Усл. печ. л. 25,20. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Школьная.
Тираж экз. Заказ №

Акционерное общество «Издательство «Просвещение»
Российская Федерация, 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, этаж 4, помещение I.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — vopros@prosv.ru.